0.010·100%/0.098 ≈ 10%. Такой уровень относительной погрешности представляется достаточно типичным для измерений в биологических системах, особенно если учитывать вариабельность этих систем, а не только погрешность измерительного прибора.

Приблизительно такой же уровень невязки (между расчетными кривыми и экспериментальными данными) обеспечивает математическая модель (12)-(14) с численными значениями коэффициентов (24). Но теперь нам удалось найти другой набор численных значений тех же самых коэффициентов, который обеспечивает невязку ≈1.9. Следовательно, раз мы считали значения (24) обеспечивающими адекватность модели, то уж тем более таковыми следует признать значения из нового набора. Более того, можно вполне обоснованно предположить, что на самом деле мы имеем не два дискретных набора коэффициентов, а бесконечное множество. Действительно, посмотрим, например, на k_3: в (24) мы имели значение $k_3 \approx 0.15$ (при этом НЕВ ≈ 3.2), а теперь – $k_3 = R_m \approx 0.20$ (НЕВ ≈ 1.9); вероятно, для любого значения k_3 из интервала от 0.15 до 0.20 можно найти такой набор всех остальных параметров (k_0, k_1, k_2, k_4 и k_5), что невязка окажется где-то между 1.9 и 3.2, т.е. модель с таким набором параметров также можно признать адекватной экспериментальным данным. Понятно, что все то же самое можно сказать относительно любого из коэффициентов модели. Но обратите внимание, что величины «интервалов адекватности» для разных параметров существенно различаются. Если в качестве характерных значений этих параметров взять середины интервалов, то мы получим, что относительная погрешность (будем обозначать ее значком «δ») $\delta k_3 \approx (0.2\text{-}0.15)\cdot 100\%/0.175 \approx 29\%$, а, например, $\delta k_4 \approx (4.2\text{-}1.5)\cdot 100\%/[(4.2+1.5)/2] \approx 95\%$. Подчеркнем: модель (12)-(14) и со значением $k_4 \approx 1.5$ час, и с $k_4 \approx 4.2$ час (и, скорее всего, с любым значением из интервала 1.5÷4.2), в общем, удовлетворяет имеющимся экспериментальным данным. Понятно, что такая низкая точность определения коэффициента модели вряд ли может удовлетворить современного взыскательного исследователя (хотя, конечно, все зависит от поставленной задачи).

Вспомним, что максимальный уровень невязки (≈ 3.2) соответствовал характерной погрешности экспериментальных данных 7-11%. А для погрешности k_4 мы получаем (из этих относительно точных данных!) – 95%!!! Это свидетельствует либо о плохой обусловленности использованного метода решения обратной кинетической задачи, либо о плохой обусловленности самой этой задачи. Но, как уже было сказано выше, понятия хорошей/плохой обусловленности (и корректности/некорректности) составят тему другой лекции.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках государственного задания МГУ им. М.В. Ломоносова.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1: MATLAB- ФУНКЦИЯ stat_mod
APPENDIX 1: MATLAB FUNCTION stat_mod

```
function [HEBmin,HEBavg,HEBmax,HEB]=stat_mod(me,sigma,N,P)
%*************************************************************************
%            СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕВЯЗКИ, ПОРОЖДАЕМОЙ            *
%      НОРМАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ     *
%*************************************************************************
% ВЫЗОВ: HEB=stat_mod(me,sigma,N,P)                                       *
%                                                                         *
% ВХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ:                                                      *
% Фактически, экспериментальные данные также являются входным параметром, *
%     но ради удобства они задаются непосредственно в теле данной функции *
%     (в матрице Y, где каждый столбец соответствует данным одного типа,  *
%     например, если в разные моменты времени измерялись концентрации био-*
%     массы, субстрата и рибосом, то в 1-м столбце матрицы можно размес-  *
%     тить данные по биомассе, во 2-м - по субстрату и в 3-м - по рибо-   *
%     сомам; тогда каждая строка матрицы Y будет соответствовать конкрет- *
%     ному времени измерений);                                            *
% me, sigma - векторы-строки, соответственно, средних значений абсолютных *
%     погрешностей и стандартных отклонений (каждому столбцу матрицы Y со-*
```

```
%     ответствует свой элемент вектора me и свой элемент вектора sigma);  *
% N - количество реализаций вычислений невязки;                          *
% P - доверительная вероятность для расчета доверительного интервала, со- *
%     держащего среднее значение невязки.                                %
%                                                                        *
% ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ:                                                    *
% HEBmin,HEBmax - соответственно, левая и правая границы доверительного  *
%     интервала, содержащего среднее арифметическое значение невязки,    *
%     обусловленной погрешностью экспериментальных данных;               *
% HEB - вектор, содержащий все значения невязок, полученных в процессе   *
%     сатистического моделирования;                                      *
% HEBavg - среднее арифметическое значение, вычисленное по элементам HEB. *
%*************************************************************************
% НЕОБХОДИМАЯ ВНЕШНЯЯ ФУНКЦИЯ (из Statistics Toolbox):                   *
% tinv - Inverse of Student's T cumulative distribution function.        *
%*************************************************************************
% ПРИМЕЧАНИЕ: Вычисление доверительного интервала производится в предпо- *
% ложении нормального распределения значений невязки. Поскольку это пред- *
% положение в реальности может не выполняться, к величине доверительного *
% интервала следует относиться с осторожностью.                          *
%*************************************************************************
% ЛИТЕРАТУРА: Румшиский Л.З. 1971. Математическая обработка результатов  *
% эксперимента. М.: Наука. С. 29.                                        *
%*************************************************************************
% ПРОГРАММИСТ: Глаголев М.В. 16/02/2020                                  *
%*************************************************************************

Y =[59     130    0.041
    65     130    0.057
    80     130    0.068
   106     126    0.089
   150     120    0.107
   213     109    0.127
   314      90    0.140
   479      63    0.140
   711      36    0.134
   899       0    0.122
   947       0    0.116];

[m,n] = size(Y); % Количество строк (m) и столбцов (n) матрицы Ye
YAvg = mean(Y); % Характерные значения переменных

for k=1:N
    y=randn(m,n); % Генератор нормально распределенных случайных чисел
    HEB(k)=0;
    for i=1:m for j=1:n HEB(k)=HEB(k)+abs(me(j)+sigma(j)*y(i,j))/YAvg(j);
              end %for j...
    end %for i...
end %for k...

% Расчет доверительного интервала в предположении нормального распределения
HEBavg=mean(HEB); x=tinv(1-0.5*(1-P),N-1)*std(HEB)/N^0.5;
HEBmin=HEBavg-x; HEBmax=HEBavg+x;
```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: MATLAB- ФУНКЦИЯ Ugodchikov3
APPENDIX 2: MATLAB FUNCTION Ugodchikov3

```
function HEB=Ugodchikov3(coef)
%*************************************************************************
%                        ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ                       *
%     СТРУКТУРИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ МИКРООРГАНИЗМОВ:   *
%                      dX/dt = m*S*X*R/[(Kr+S)*Rm];                      *
```