PEER-REVIEW ACADEMIC JOURNAL

ISSN 2218-4422 (Print)
ISSN 2541-9307 (Online)

ENVIRONMENTAL DYNAMICS AND GLOBAL CLIMATE CHANGE

Volume 12
Issue 2
2021

https://edgccjournal.org

EDITORIAL BOARD

EDITORS-IN-CHIEF

Elena D. Lapshina, Dr. habil. of Biol. Sci., Professor (Khanty-Mansiysk, Russia)
Mikhail V. Glagolev, PhD of Biol. Sci. (Moscow, Russia)

EDITORIAL BOARD

Executive Secretary

Olga M. Shaduyko (Tomsk, Russia)

Elena V. Agbalyan, Dr. habil. of Biol. Sci. (Salekhard, Russia)
Sergey A. Blagodatskiy, Dr. habil. of Biol. Sci. (Stutgart, Germany)
Vasiliy A. Vavilin, Dr. habil. of Phys. and Math. Sci. (Moscow, Russia)
Egor A. Dyukarev, PhD in Phys. and Math. Sci. (Tomsk, Russia)
Mikhail V. Kabanov, Dr. habil. of Phys. and Math. Sci., Professor, Corresponding Member of the RAS (Tomsk, Russia)
Dmitriy V. Karelin, Dr. habil. of Biol. (Moscow, Russia)
Roman A. Kolesnikov, PhD. in Geogr. Sci. (Salekhard, Russia)
Oleg R. Kotsyurbenko, Dr. habil. of Biol. Sci. (Khanty-Mansiysk, Russia)
Alexei V. Kouraev, PhD in Geogr. Sci., Assistant professor (Toulouse, France)
Shamil Sh. Maksyutov, PhD in Phys. and Math. Sci. (Tsukuba, Japan)
Vasiliy B. Martynenko, Dr. habil. of Biol. Sci., Professor (Ufa, Russia)
Nsdezhda V. Matveeva, Dr. habil. of Biol. Sci. (Sankt-Petersburg, Russia)
Alexander V. Puzanov, Dr. habil. of Biol. Sci., Professor (Barnaul, Russia)
Andrey B. Rozanov, PhD in Geogr. Sci. (Stellenbosch, South Africa)
Artur A. Sirin, Dr. habil. of Biol., Professor (Uspenskoe, Moscow region, Russia)
Viktor M. Stepanenko, Dr. habil. of Phys. and Math. Sci. (Moscow. Russia)
Alexey L. Stepanov, Dr. habil. of Biol. Sci. (Moscow, Russia)
Evgeniy V. Shein, Dr. habil. of Biol. Sci. (Moscow, Russia)
Sergey A. Shoba, Dr. habil. of Biol. Sci., Professor, Corresponding Member of the RAS (Moscow, Russia)
Kirsi Latola, PhD, Research coordinator (Oulu, Finland)
Mariusz Lamentowicz, Dr. habil., Full-Professor (Poznan, Poland)
Kári Fannar Lárusson, PhD, CAFF program manager (Akureyri, Iceland)
Ivan Mammarella, PhD, Assistant Professor (Helsinki, Finland)
Timo Vesala, Dr., Academy Professor (Helsinki, Finland)
Vincent F. Warwick, Dr., Full-Professor (Quebec Canada)

Editorial Office

Oleg A. Frolov, managing editor (Moscow, Russia)
Inna O. Rozhkova-Timina, WEB editor, computer layout (Tomsk, Russia)
Ruslan A. Runkov, technical editor (Moscow, Russia)

Founder:
Yugra State University. 628012, Russia, Khanty-Mansi autonomous Area, Khanty-Mansiysk, Chekhova str., 16. Phone/fax: +7(3467)377-000, ext. 101, WEB: www.ugrasu.ru

National Research Tomsk State University. 634050, Russia, Tomsk, Lenin Ave, 36. Phone: +7(3822)58-98-52, fax: +7(3822)52-95-85, WEB: www.tsu.ru

Institute for Water and Environmental Problems of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science. 656038, Russia, Barnaul, Molodezhnaya str., 1. Phone: +7(3852)66-64-60, fax: +7(3852)24-03-96, WEB: www.iwep.ru

Arctic Research Center of the Yamal-Nenets autonomous Area. 629001, Russia, Yamal-Nenets autonomous District, Salekhard, Respublic str., 73. Phone/fax: +7(34922)441-32, WEB: www.arctic.yanao.ru

Federal Supervisory Serviceon Mass Media, Information Technologies and Mass Communication (Roskomnadzor)
ПИ № ФС 77–73235 от 06.07.2018

Indexing: Russian Science Citation Index, Google Scholar, Ulrich's Periodicals directory, WorldCat, EBSCO

www.elibrary.ru,
https://edgccjournal.org/EDGCC/issue/archive

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ISSN 2218-4422 (Print)
ISSN 2541-9307 (Online)

ДИНАМИКА ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ И ГЛОБАЛЬНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ КЛИМАТА

Том 12
Выпуск 2
2021

Журнал издается с 2008 года

https://edgccjournal.org

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЕ РЕДАКТОРЫ

Елена Дмитриевна Лапшина, д-р биол. наук, профессор (Ханты-Мансийск, Россия)
Михаил Владимирович Глаголев, канд. биол. наук (Москва, Россия)

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

Ответственный секретарь

О.М. Шадуйко (Томск, Россия)

Е.В. Агбалян, д-р биол. наук (Салехард, Россия)
С.А. Благодатский, д-р биол. наук (Штутгарт, Германия)
В.А. Вавилин, д-р физ.-мат. наук (Москва, Россия)
Е.А. Дюкарев, канд. физ.-мат. наук (Томск, Россия)
М.В. Кабанов, д-р физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент РАН (Томск, Россия)
Д.В. Карелин, д-р биол. наук (Москва, Россия)
Р.А. Колесников, канд. геогр. наук (Салехард, Россия)
О.Р. Коцюрбенко, д-р биол. наук (Ханты-Мансийск, Россия)
А.В. Кураев, канд. геогр. наук, доцент (Тулуза, Франция)
Ш.Ш. Максютов, канд. физ.-мат. наук (Цукуба, Япония)
В.Б. Мартыненко, д-р биол. наук, профессор (Уфа, Россия)
Н.В. Матвеева, д-р биол. наук (Санкт-Петербург, Россия)
А.В. Пузанов, д-р биол. наук, профессор (Барнаул, Россия)
А.Б. Розанов, канд. геогр. наук (Стелленбос, ЮАР)
А.А. Сирин, д-р биол. наук, профессор (пос. Успенское, Московская обл., Россия)
В.М. Степаненко, д-р физ.-мат. наук (Москва, Россия)
А.Л. Степанов, д-р биол. наук, профессор (Москва, Россия)
Е.В. Шеин, д-р биол. наук, профессор (Москва, Россия)
С.А. Шоба, д-р биол. наук, профессор, чл.-корр. РАН (Москва, Россия)
Т. Весала, д-р, профессор (Хельсинки, Финляндия)
К. Латола, д-р (Оулу, Финляндия)
М. Ламентович, д-р, профессор (Познань, Польша)
К.Ф. Ларуссон, д-р (Акурейри, Исландия)
И. Маммарелла, д-р, доцент (Хельсинки, Финляндия)
В.Ф. Варвик, д-р, профессор (Квебек, Канада)

Редакция

О.А. Фролов, заведующий редакцией (Москва, Россия)
И.О. Рожкова-Тимина, WEB-редактор, компьютерная верстка (Томск, Россия)
Р.А. Руньков, технический редактор (Москва, Россия)

Учредители:

ФГБОУ ВО «Югорский государственный университет».
628012, Россия, Ханты-Мансийский автономный округ — Югра, г. Ханты-Мансийск ул. Чехова, 16.
Тел./факс: +7(3467)37-70-00 (доб. 101), WEB: www.ugrasu.ru

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский государственный университет».
634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36. Тел.: +7(3822)58-98-52, факс: +7(3822)52-95-85, WEB: www.tsu.ru

ФГБУН Институт водных и экологических проблем Сибирского отделения Российской Академии наук.
656038, Россия, г. Барнаул, ул. Молодежная, 1. Тел.: +7(3852)66-64-60, факс: +7(3852)24-03-96, WEB: www.iwep.ru

ГКУ Ямало-Ненецкого автономного округа «Научный центр изучения Арктики».
629008, Россия, Ямало-Ненецкий автономный округ, г. Салехард, ул. Республики, 73. Тел./факс: +7(34922)441-32,
WEB: www.arctic.yanao.ru

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций, связи и охране культурного наследия. Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77–73235 от 06.07.2018

Индексируется: Science Index (РИНЦ), Google Scholar, Ulrich's Periodicals Directory, WorldCat, EBSCO

Техподдержка: Рожкова-Тимина Инна Олеговна. Тел. +7 9539215004.
E-mail: inna.timina@mail.ru

Архив журнала «Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата» размещен в сети Интернет www.elibrary.ru,
https://edgccjournal.org/EDGCC/issue/archive

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

V.A. Vavilin

Kinetic isotopic effect: static rayleigh equation and basic dynamic isotope equation for the substrate in the description of nitrite-dependent anaerobic oxidation of methane 51

A.F. Galimullin, K.R. Bakhteev

Reduction of greenhouse gas emissions in Russia: state of the problem and compensatory measures for reforestation as a net CO_2 absorbers 59

РЕДАКТОРСКАЯ ЗАМЕТКА

O.A. Frolov, D.V. Il'yasov

The 55th anniversary and 40 years of scientific activity of M.V. Glagolev 67

ОБЗОРЫ И ЛЕКЦИИ

M.V. Yanin, I.V. Yevdokimov

55th anniversary of M.V. Glagolev 71

M.V. Glagolev

Mathematical modeling of microorganism growth (analytical approach) 107

M.V Glagolev

Mathematical modeling in soil biokinetics 123

M.V. Glagolev

Inverse problems of soil biokinetics 145

M.V. Glagolev

Kostychev-Orlov equation and first mathematical models of humus dynamics 167

CONTENTS

THEORETICAL WORKS

V.A. Vavilin

Kinetic isotopic effect: static rayleigh equation and basic dynamic isotope equation for the substrate in the description of nitrite-dependent anaerobic oxidation of methane 51

A.F. Galimullin, K.R. Bakhteev

Reduction of greenhouse gas emissions in Russia: state of the problem and compensatory measures for reforestation as a net CO_2 absorbers 59

EDITORIAL NOTES

O.A. Frolov, D.V. Il'yasov

The 55th anniversary and 40 years of scientific activity of M.V. Glagolev 67

OVERVIEWS AND LECTURES

M.V. Yanin, I.V. Yevdokimov

55th anniversary of M.V. Glagolev 71

M.V. Glagolev

Mathematical modeling of microorganism growth (analytical approach) 107

M.V Glagolev

Mathematical modeling in soil biokinetics 123

M.V. Glagolev

Inverse problems of soil biokinetics 145

M.V. Glagolev

Kostychev-Orlov equation and first mathematical models of humus dynamics 167

УДК 501+579+54.027
DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc58932

KINETIC ISOTOPIC EFFECT: STATIC RAYLEIGH EQUATION AND BASIC DYNAMIC ISOTOPE EQUATION FOR THE SUBSTRATE IN THE DESCRIPTION OF NITRITE-DEPENDENT ANAEROBIC OXIDATION OF METHANE

V.A. Vavilin

Water problems institute RAS, st. Gubkina 3, Moscow, 119333, Russia

Corresponding author: V.A. Vavilin, e-mail: vavilin@iwp.ru

Citation: Vavilin V.A. 2021. Kinetic isotopic effect: static Rayleigh equation and basic dynamic isotope equation for the substrate in the description of nitrite-dependent anaerobic oxidation of methane // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 51–58. DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc58932

Text of the article in Russian: https://edgccjournal.org/EDGCC/article/view/58932

The article analyzes the results of modeling the dynamics of nitrite-dependent methane oxidation (N-DAMO) by *Methylomirabilis oxyfera* microorganisms using the standard isotope dynamic equations. Without specifying a specific function of the rate of the process, the traditional static Rayleigh equation is derived from the basic dynamic isotope equation. Thus, the equation of the 1st order in terms of the substrate is only a special case in the derivation of the Rayleigh equation. It was shown that the dominant fractionation of carbon isotopes occurs in the process of the microbiological reaction of anaerobic oxidation of methane by nitrite, and not in the physical process of mass transfer of dissolved methane into the gas phase. In contrast to the static Rayleigh equation, the dynamic description of the process of fractionation of stable isotopes is important when describing the parallel transformations of the substrate.

Keywords: kinetic isotope effect, static Rayleigh equation, basic dynamic isotope equation, N-DAMO process

ВВЕДЕНИЕ

Углекислый газ и метан являются доминирующими парниковыми газами, а понимание механизмов, влияющих на их образование — необходимый элемент для перехода от локальных к глобальным оценкам их эмиссии в атмосферу [Bridgeham et al., 2013]. Отношение стабильных изотопов углерода $^{13}C/^{12}C$ как в метане, так и углекислом газе могут свидетельствовать о климатических изменениях Земли [Hornibrook et al., 2000; Elsig et al., 2009; Bauska et al., 2016]. Одновременное протекание процессов образования и окисления метана определяет суммарную величину $\delta^{13}C{-}CH_4$. При этом существенную роль играет и величина $\delta^{13}C{-}CO_2$.

В изотопных исследованиях обычно рассматривают два основных типа изотопных эффектов — термодинамические и кинетические [Галимов, 1973]. Разделение изотопов в равновесных условиях, вызванное различием энергетических состояний молекул, содержащих разные изотопы, называют термодинамическим изотопным эффектом. Кинетический изотопный эффект заключается в изменении скорости химических, биологических и физических процессов при замене в молекуле реагирующего вещества какого-либо атома его изотопом.

Предлагаемый ниже подход опирается на уравнения формальной химической кинетики. В основе моделирования с использованием стандартных изотопных динамических уравнений лежит совместное описание процессов, в которых изотопные уравнения не рассматриваются и изотопных уравнений. Предложенная в статье модель N-DAMO показала, что доминирующее фракционирование изотопов углерода происходит в процессе микробиологической реакции анаэробного окисления метана нитритом, а не в физическом процессе массопередачи газообразного метана в воду.

УРАВНЕНИЕ РЕЛЕЯ

В природе величина отношения стабильных изотопов углерода $^{13}C/^{12}C$ составляет малую величину, порядка 0,01, и в этом случае она традиционно определяется при помощи разницы отношений $^{13}C/^{12}C$ в исследуемом образце и стандарте, которые выражаются в про-милях (тысячных долях). За стандарт Pee Dee Belemnite (PDB) берется отношение $^{13}C/^{12}C$ в окаменелости моллюска *Belemnitella americana* из формации Пи-Ди, Южная Каролина, США, которая отличается высоким содержанием ^{13}C [Craig, 1957; Галимов, 1968]:

$$\delta^{13}C(o/oo) = \left[\frac{\left(^{13}C/^{12}C\right)_{обр}}{\left(^{13}C/^{12}C\right)_{PDB}} - 1\right] \times 1000 \qquad (1)$$

где величина $\delta^{13}C$ называется изотопной сигнатурой (signature). Концентрационные изменения более тяжелых изотопов в субстрате в ходе химико-биологических превращений, как правило, малы.

Уравнение Релея [1896], изначально предложенное для описания диффузии газов, обычно применяется и для вычисления фактора фракционирования (разделения) стабильных изотопов [Mariotti et al., 1981; Hornibrook et al., 2000; Holler et al., 2009; Galand et al., 2010; Conrad et al., 2011]:

$$\frac{R_t}{R_0}=\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}-1} \tag{2}$$

где R_0 и R_t — отношение тяжелого и легкого стабильных изотопов в субстрате в момент времени 0 и t, соответственно; S_0 и S_t — начальная и текущая концентрации субстрата; α - фактор фракционирования стабильных изотопов между субстратом и продуктом в закрытой и полностью перемешиваемой системе. Величина α определяется по наклону прямой линии [Mariotti et al., 1981], полученной в двойных логарифмических координатах, следующих из уравнения Релея:

$$\ln\frac{\delta_t+1000}{\delta_0+1000}=(1/\alpha-1)\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right). \tag{3}$$

где δ_0 и δ_t соответствуют началу реакции $t=0$ и текущему времени с характерными величинами факторов фракционирования стабильных изотопов α.

Рассмотрим для концентрации субстрата систему 2-х уравнений первого порядка для более лекого ${}^lS$ и более тяжелого ${}^hS$ субстратов:

$$\begin{cases}\dfrac{d\,{}^lS}{dt}=-k\cdot{}^lS\\[2mm] \dfrac{d\,{}^hS}{dt}=-\dfrac{1}{\alpha}k\cdot{}^hS\end{cases} \tag{4}$$

где константа скорости уменьшения концентрации субстрата 1-го порядка с более тяжелым изотопом $k_h=k/\alpha$ ($\alpha>1$) будет несколько меньше, чем для общего субстрата, где изотопы не разделяются.

Решения обоих уравнений будут:

$$\begin{cases}{}^lS_t={}^lS_0\cdot e^{-k\cdot t} \quad \text{или} \quad \ln\left({}^lS_t/{}^lS_0\right)=-k\cdot t\\ {}^hS_t={}^hS_0\cdot e^{-k/\alpha\cdot t} \quad \text{или} \quad \ln\left({}^hS_t/{}^hS_0\right)=-k/\alpha\cdot t\end{cases} \tag{5}$$

Разделив 1-е уравнение на 2-е уравнение, для фактора фракционирования изотопов α получим:

$$\frac{\ln\left({}^lS_t/{}^lS_0\right)}{\ln\left({}^hS_t/{}^hS_0\right)}=\alpha. \tag{6}$$

Отсюда

$$\ln\left({}^hS_t/{}^hS_0\right)^{\alpha}=\ln\left({}^lS_t/{}^lS_0\right) \tag{7}$$

или

$${}^hS_t/{}^hS_0=\left({}^lS_t/{}^lS_0\right)^{1/\alpha}. \tag{8}$$

Делим правую и левую часть уравнения на ${}^lS_t/{}^lS_0$ и, полагая, что концентрация более легкого и общего субстратов ${}^lS\approx S={}^lS+{}^hS$ с большой точностью равны, получаем традиционное уравнение Релея (2):

$$\frac{\dfrac{{}^hS_t}{{}^lS_t}}{\dfrac{{}^hS_0}{{}^lS_0}}=\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} \tag{9}$$

К настоящему времени, уравнение Релея (2) в изотопной литературе процитировано тысячи раз. Часто, цитирование самой работы не происходит, а упоминается лишь имя Релея. Для описания изотопного эффекта обычно предполагается химическая кинетика 1-го порядка по концентрации субстрата S, где кинетический коэффициент меньше у субстрата с более тяжелым изотопом. Традиционно, уравнением 1-го порядка и обосновывается применимость уравнения Релея. Используя линейную регрессию (3) легко найти фактор фракционирования α, который при этом считается величиной постоянной. Вместе с тем, эта величина может не быть характеристикой изучаемого процесса. Так, Холлер и др. [Holler et al, 2009] пришли к выводу, что не существует удовлетворительного объяснения значительного разброса факторов фракционирования стабильных изотопов в различных донных отложениях морей (углерод: 1,012–1,039; водород: 1,109–1,315). Фактически, традиционное уравнение Релея является статическим, поскольку оно фиксирует концентрацию субстрата только в моменты времени 0 и t и не зависит от динамики концентрации субстрата в промежутке от 0 до t.

ОСНОВНОЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ ИЗОТОПНОЕ УРАВНЕНИЕ

Основное изотопное уравнение записывается в виде [Vavilin et al., 2014; Vavilin, Rytov, 2015]:

$$\frac{d\,{}^hS}{dt}=\frac{1}{\alpha}\frac{{}^hS}{S}\frac{dS}{dt} \tag{10}$$

где ${}^hS$ и $S = {}^lS + {}^hS \approx {}^lS$ — концентрации более тяжелого и общего субстратов, соответственно; dS/dt — скорость изменения концентрации общего субстрата. Часто, для описания скорости биологического процесса с одним или двумя субстратами используется нелинейная фунция типа Моно.

Из основного изотопного уравнения запишем величину α в виде:

$$\frac{\frac{dS}{dt}\Big/S}{\frac{d\,{}^hS}{dt}\Big/{}^hS} = \alpha \tag{11}$$

или

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\ln S}{dt} = \frac{d\ln {}^hS}{dt} \tag{12}$$

После интегрирования от 0 до t получаем:

$$\ln(S_t)^{1/\alpha} - \ln(S_0)^{1/\alpha} = \ln\left({}^hS_t\right) - \ln\left({}^hS_0\right) \tag{13}$$

или

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^{1/\alpha} = \ln\left(\frac{{}^hS_t}{{}^hS_0}\right) \tag{14}$$

т. е.

$$\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^{1/\alpha} = \frac{{}^hS_t}{{}^hS_0}. \tag{15}$$

Делим правую и левую часть уравнения на ${}^lS_t/{}^lS_0$ и, кроме того, будем считать, что концентрации легкого и общего субстратов с большой точностью равны: ${}^lS \approx S = {}^lS + {}^hS$. В итоге, не задавая конкретную функцию скорости процесса dS/dt, из динамического изотопного уравнения (10) получаем традиционное уравнение Релея (2):

$$\frac{{}^hS_t/{}^lS_t}{{}^hS_0/{}^lS_0} = \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^{\frac{1}{\alpha}-1}. \tag{16}$$

Уравнение (10), где переменная относится к субстрату, необходимо дополнить изотопными уравнениями для продукта реакции (P) и биомассы (B), осуществляющей саму реакцию:

$$\begin{aligned} \frac{d\,{}^hP}{dt} &= \frac{1}{\alpha}\frac{{}^hS}{S}\frac{dP}{dt} \\ \frac{d\,{}^hB}{dt} &= \frac{1}{\alpha}\frac{{}^hS}{S}\frac{dB}{dt} \end{aligned} \tag{17}$$

где ${}^hP$, ${}^hB$ и P, B, S — концентрации продукта и биомассы, содержащих более тяжелый изотоп и общего субстрата, соответственно.

Необходимо подчеркнуть, что изотопные уравнения (10), (17) описывают динамику перераспределения отношения стабильных изотопов в субстрате, продукте и биомассе в процессе образования продукта реакции (P) из субстрата (S), осуществляемого микроорганизмами (B). В исходных и конечных субстрате, продукте и биомассе это отношение разное. Заметим, что в процессе реакции остающийся субстрат CH_{4dis} “обогащается” более тяжелым изотопом ^{13}C.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА НИТРИТ-ЗАВИСИМОГО АНАЭРОБНОГО ОКИСЛЕНИЯ МЕТАНА

Нитрит-зависимое окисление метана (N-DAMO) характерно для пресноводных водоемов [Deutzmann et al., 2014]. Общее стехиометрическое уравнение анаэробного окисления метана нитритом рассматривалось в статье как:

$$\begin{aligned} &CH_4 + \left(\frac{8}{3} - \frac{20}{3}Y\right)HNO_2 + YNH_3 = YC_5H_7NO_2 + \\ &+ (1-5Y)CO_2 + \left(\frac{10}{3} - \frac{16}{3}Y\right)H_2O + \left(\frac{4}{3} - \frac{10}{3}Y\right)N_2 \end{aligned} \tag{18}$$

Вводя функцию $R = \rho_m B \frac{CH_{4dis}}{K_{SCH_4} + CH_{4dis}} \frac{HNO_2}{K_{SHNO_2} + HNO_2}$, динамическая модель записывалась в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dCH_{4dis}}{dt} &= -R + K_L(SS - CH_{4dis}) \\ \frac{dCH_{4gas}}{dt} &= -K_L(SS - CH_{4dis}) \\ \frac{d^{13}CH_{4dis}}{dt} &= -\frac{1}{\alpha_{CB}}\frac{^{13}CH_{4dis}}{CH_{4dis}}R + \frac{1}{\alpha_g}K_L(^{13}SS - {}^{13}CH_{4dis}) \\ \frac{d^{13}CH_{4gas}}{dt} &= -\frac{1}{\alpha_g}K_L(^{13}SS - {}^{13}CH_{4dis}) \\ \frac{dB}{dt} &= YR \\ \frac{d^{13C}B}{dt} &= \frac{1}{\alpha_{CB}}\frac{^{13}CH_{4dis}}{CH_{4dis}}YR \\ \frac{dCO_2}{dt} &= (1-5Y)R \\ \frac{d^{13}CO_2}{dt} &= \frac{1}{\alpha_{CB}}\frac{^{13}CH_{4dis}}{CH_{4dis}}(1-5Y)R \\ \frac{dHNO_2}{dt} &= -\left(\frac{8}{3} - \frac{20}{3}Y\right)R \\ \frac{dN_2}{dt} &= \left(\frac{4}{3} - \frac{10}{3}Y\right)R. \end{aligned} \tag{19}$$

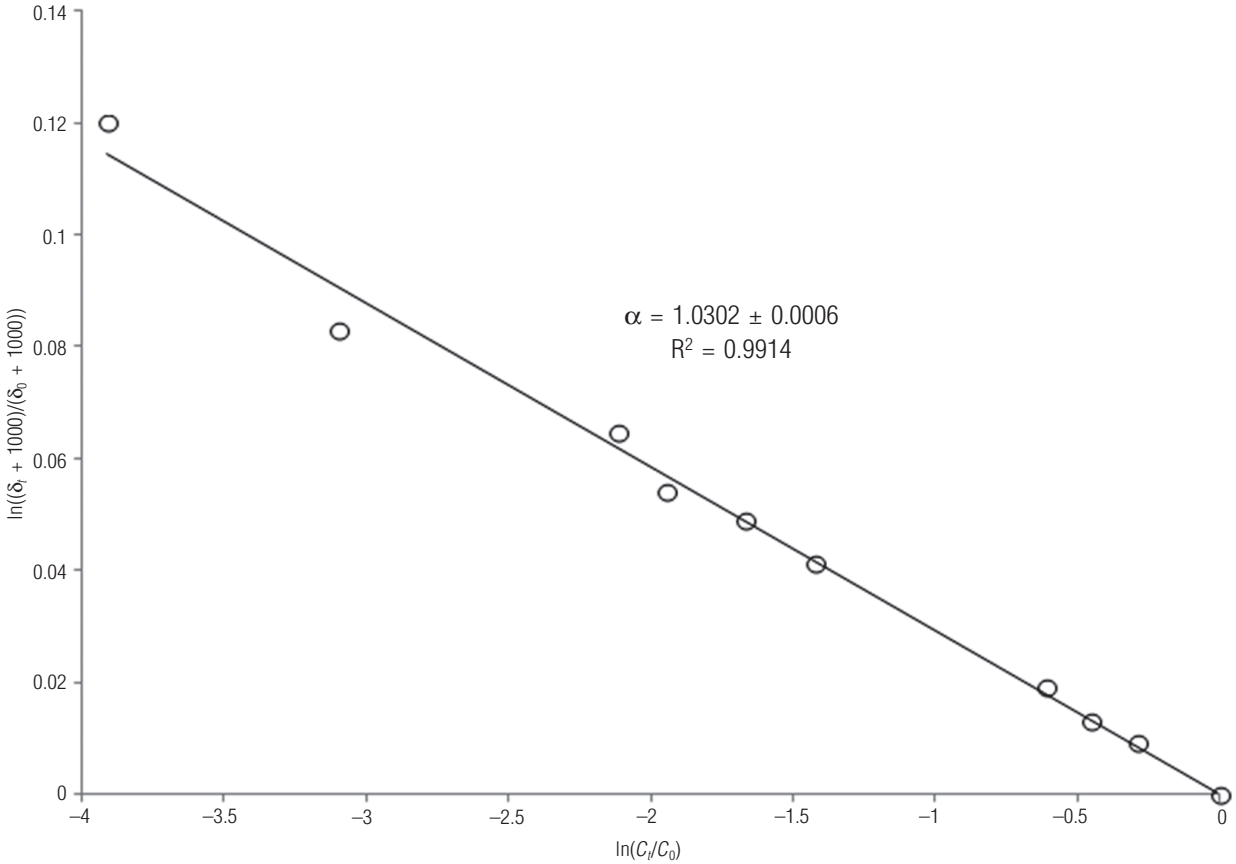


Рис. 1. Графическое определение фактора фракционирования изотопов углерода по уравнению (3). Символы: эксперимент [Rasigraf et al., 2012].

где CH_{4dis} и $^{13}CH_{4dis}$ — общая концентрации метана и концентрация метана, содержащего изотопы ^{13}C в жидкой фазе; CH_{4gas} и $^{13}CH_{4gas}$— концентрации метана в газовой фазе; B, ^{13C}B — концентрации метанотрофов, не рассматривающих изотопы и содержащих изотопы ^{13}C, соответственно; ρ_m — максимальная удельная скорость их потребления; K_{SCH4}, K_{SHNO_2} — константы полу-насыщения при потреблении CH_4 и HNO_2 , соответственно; Y — экономический коэффициент, связанный с ростом биомассы и отражающий долю превращения субстрата в биомассу; α_{CB}, α_g — факторы фракционирования изотопов углерода в процессе окисления метана и массопередачи метана между газовой и жидкой фазами, соответственно. В исследуемой системе принималось, что аммоний находится в избытке. Массопередача для диоксида углерода и молекулярного азота в модели не рассматривалась из-за отсутствия экспериментальных данных, так и их влияния на биохимический процесс. Таким образом, CO_2, $^{13}CO_2$ и N_2 — концентрации соответствующих продуктов в системе.

В реакции (18) субстратами являются метан и нитрит, а продуктами реакции — углекислый газ и азот. В конце реакции метан потребляется полностью, в то время как нитрит еще остается (Fig. 2, *d*). Максимальная удельная скорость потребления субстратов, экономический коэффициент и константы полу-насыщения равны, соответственно: $\rho_m = 0{,}93$ ч$^{-1}$, $Y = 0{,}00185 \cdot \mu M \cdot \mu M^{-1}$, $K_{SCH4} = 2$ μM и $K_{SHNO_2} = 43$ μM. Приведенные значения соответствуют небольшой начальной концентрации биомассы.

При описании процесса массопередачи между жидкой и газовой фазами равновесные концентрации CH_{4dis} и $^{13}CH_{4dis}$ вычислялись как $SS = K_H \cdot P_{CH4}$ и $^{13}SS = K_H \cdot P^{13}CH_4$, где K_H — константа Генри, $P_{CH_4} = (V_L \cdot CH_{4gas} \cdot 22.4/V_G)/1000000$ и $P^{13}CH_4 = (V_L \cdot {}^{13}CH_{4gas} \cdot 22.4/V_G)/1000000$ парциальные давления метана и метана, содержащего ^{13}C, выраженные в атм; V_L, V_G — объемы жидкости и газа в исследуемом реакторе в литрах, соответственно. В модели (19), в соответствии с работой [Knox et al., 1992], факторы фракционирования в реакции окисления метана ($\alpha_g = 1{,}001$) и массопередачи ($\alpha_{CB} = 1{,}03$) резко отличаются. Таким образом, доминирующее фракционирование изотопов углерода происходит в процессе микробиологической реакции анаэробного окисления метана нитритом, а не

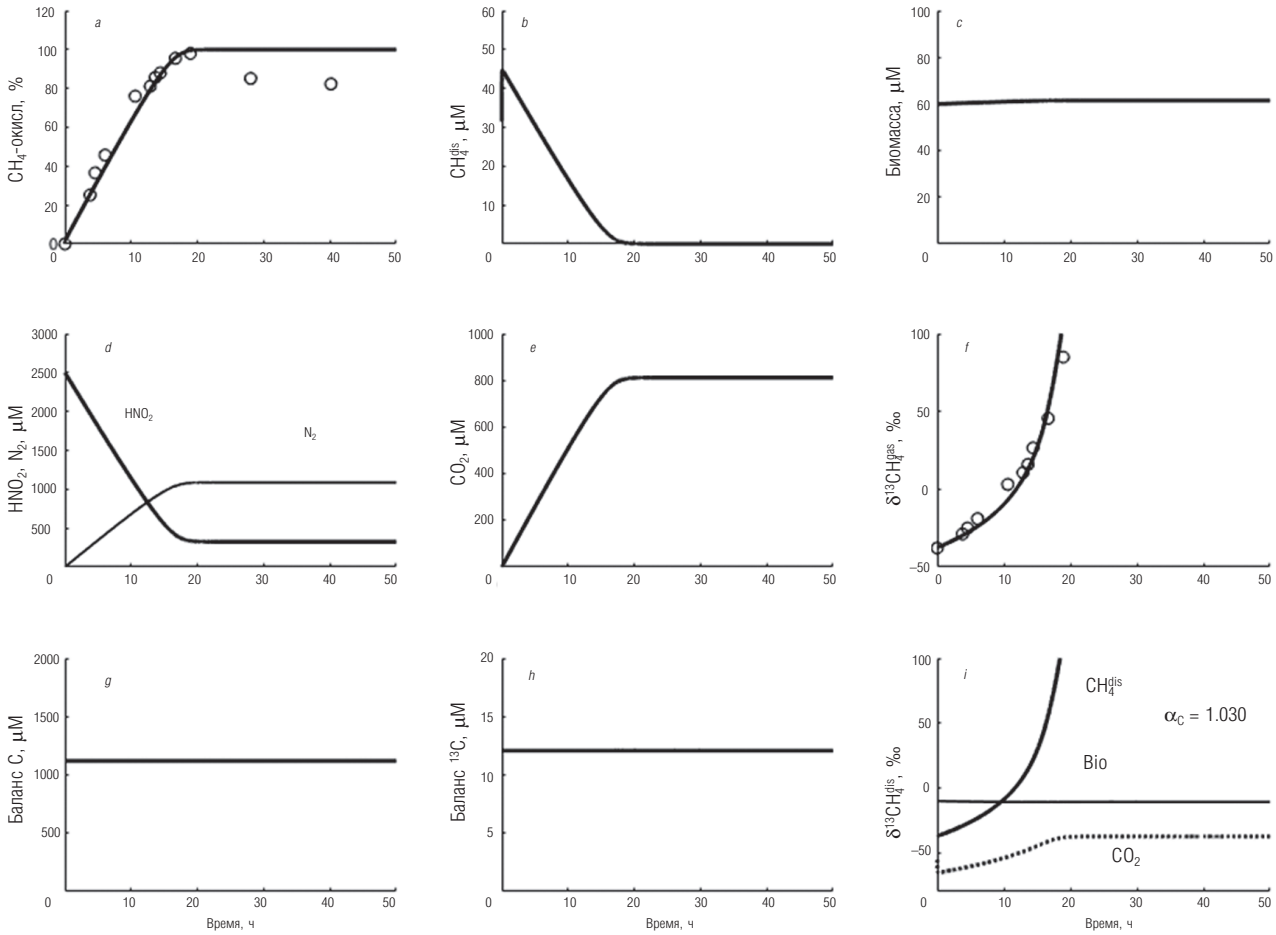


Рис. 2. Динамическая модель, описывающая анаэробное окисление метана нитритом при начальной концентрации CH_4^0 = 790 μM, HNO_3^0 = 2500 μM. Символы: эксперимент [Rasigraf et al., 2012], из которых две последние точки при t > 25 сут, были исключены, поскольку являлись артефактами [Vavilin, Rytov, 2013]; кривые: модель (19). Отношение входящих концентраций метана и нитрита составляет 790/250 = 0,316, что явно меньше чем 3/8 = 0,375. Таким образом, нитрит остается при исчерпании метана (рис. 2, *d*).

в физическом процессе массопередачи газообразного метана в воду.

Величины сигнатур $\delta^{13}C$ для газообразного и растворенного метана, углекислого газа и биомассы вычислялись как

$$\delta^{13C}CH_{4\,gas}[‰] = 10^3\left[\frac{^{13C}CH_{4\,gas}/(CH_{4\,gas} - {}^{13C}CH_{4\,gas})}{0.0112372} - 1\right]$$

$$\delta^{13C}CH_{4\,dis}[‰] = 10^3\left[\frac{^{13C}CH_{4\,dis}/(CH_{4\,dis} - {}^{13C}CH_{4\,dis})}{0.0112372} - 1\right] \quad (20)$$

$$\delta^{13C}CO_2[‰] = 10^3\left[\frac{^{13C}CO_2/(CO_2 - {}^{13C}CO_2)}{0.0112372} - 1\right]$$

$$\delta^{13C}B[‰] = 10^3\left[\frac{^{13C}B/(B - {}^{13C}B)}{0.0112372} - 1\right].$$

На рис. 1 показан график Релея в двойных логарифмических координатах (3), а на рис. 2 — решение динамической модели процесса анаэробного окисления метана нитритом (19). В рис. 1 и рис. 2 используется один и тот же фактор фракционирования изотопов углерода ^{12}C и ^{13}C (α_{CB} = 1,030). Величины $\delta^{13C}CH_4$ в воде и газе близки друг другу (рис. 2 *f*, 2 *i*), поскольку α_g = 1,001. Если увеличение $\delta^{13C}CO_2$ следует за увеличением $\delta^{13C}CH_4$ (рис. 2, *i*), то величина $\delta^{13C}B$ остается приблизительно постоянной вследствие незначительного увеличения концентрации биомассы B в процессе реакции (рис. 2, *c*). На рис. 3 приведены результаты динамической модели с тремя разными факторами фракционирования изотопа углерода α_C = 1,030, α_C = 1,025 и α_C = 1,035. Видно, что α_{CB} = 1,030 обеспечивает лучшее согласие модели и эксперимента.

Не учитывая рост биомассы (Y = 0), стехиометрическое уравнение (18) упрощается к традиционному виду [Ettwig et al., 2010]:

$$3CH_4 + 8HNO_2 = 3CO_2 + 4N_2 + 10H_2O. \quad (21)$$

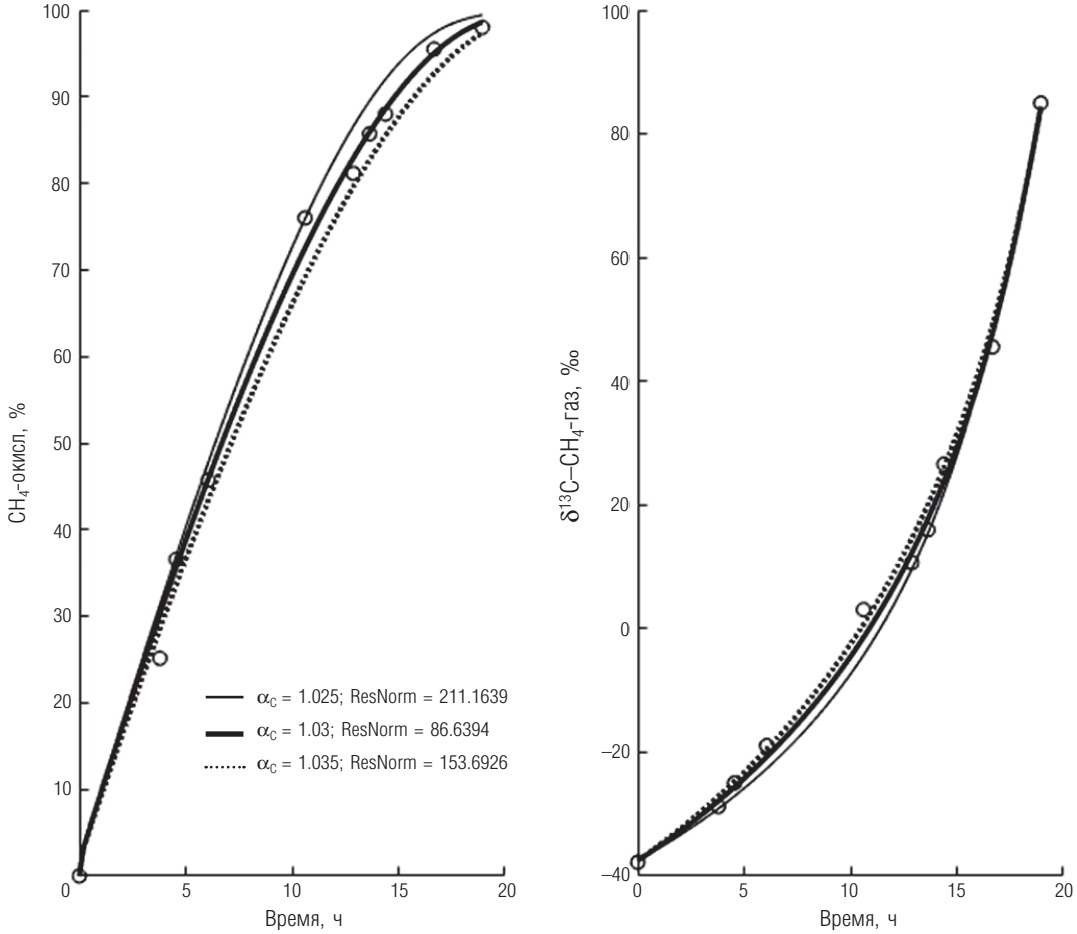


Рис. 3. Динамика окисления метана и изотопной сигнатуры метана для трех значений фактора фракционирования изотопа углерода.

Нами утверждается, что динамика фракционирования стабильных изотопов лишь в исключительных случаях может следовать простой кинетике 1-го порядка по концентрации субстрата. Любая математическая модель основана на неизбежном упрощении свойств реального объекта. Измерение изотопных переменных и их математическое описание позволяет, по возможности, заглянуть внутрь "черного ящика". Такое описание микробиологических процессов, учитывающих изотопы, может быть довольно сложным, поскольку оно всегда должно опираться на баланс химических элементов, в том числе их изотопов. Это становится оправданным, если при этом открываются новые знания о системе. Так, в естественных экосистемах часто идет конкуренция за один и тот же субстрат между различными микроорганизмами. В таких условиях более сложная динамическая модель микробной экосистемы, включающая и изотопные переменные, описывает перераспределение доминирования процессов потребления субстрата различными микроорганизмами и соответствующее изменение фактора фракционирования стабильного изотопа в субстрате [Vavilin, Rytov, 2017; Vavilin et al., 2017].

Как отмечалось во Введении, статья опирается на уравнения формальной химической кинетики, где переменными являются те или иные химические соединения, а более тонкий механизм самих биохимических реакций, например, с участием электронов, не рассматривается.

ВЫВОДЫ

Не задавая конкретную функцию скорости процесса, из основного динамического изотопного уравнения, предложенного нами ранее, выведено традиционное статическое уравнение Релея для субстрата. Показано, что динамика фракционирования стабильных изотопов лишь в исключительных случаях следует простой кинетике 1-го порядка по концентрации субстрата.

Предложенная в статье нелинейная модель N-DAMO (19), включающая описание пере-

распределения отношения стабильных изотопов углерода в ходе реакции, показала, что доминирующее фракционирование изотопов углерода происходит в процессе микробиологической реакции анаэробного окисления метана нитритом, и, практически, не зависит от физического процесса массопередачи газообразного метана в воду.

Совместное описание нелинейной динамики общих и изотопных переменных позволяет стандартным способом математически анализировать последовательные и параллельные метаболические пути превращений различных субстратов в природных и техногенных химико-биологических системах.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена согласно плану Института водных проблем РАН (номер государственной регистрации АААА-А18-118022090104-8). Автор признателен Л.Я. Локшиной и безвременно ушедшему от нас С.В. Рытову за многолетнее сотрудничество.

REFERENCES

1. Галимов Э.М. 1968. Геохимия стабильных изотопов углерода. М.: Недра. С. 16. [Galimov E.M. 1968. Geokhimiya stabil'nykh izotopov ugleroda. Moscow: Nedra. P. 16. (In Russian)]

2. Галимов Э.М. 1973. Изотопы углерода в нефтегазовой геологии. М.: Наука. 384 с. [Galimov E.M. 1968. Geokhimiya stabil'nykh izotopov ugleroda. Moscow: Nedra. P. 16. (In Russian)]

3. Bauska T.K., Baggenstos D., Brook E.J., Mix A.C., Marcott S.A., Petrenko V.V., Schaefer H., Severinghaus J.P., Lee J.E. 2016. Carbon isotopes characterize rapid changes in atmospheric carbon dioxide during the last deglaciation // PNAS. V. 113. P. 3465–3470.

4. Conrad R., Noll M., Claus P., Klose M., Bastos W.R., Enrich-Prast A. 2011. Stable carbon isotope discrimination and microbiology of methane formation in tropical anoxic lake sediments // Biogeosciences. V. 8. P. 795–814.

5. Craig H. 1957. Isotopic standards for carbon and oxygen and correctio factors for mass-spectrometric analysis of carbon dioxide // Geochim. Cosmochim. Acta. V. 12. P. 133–149.

6. Deutzmann J.S., Stief P., Brandes J., Schink B. 2014. Anaerobic methane oxidation coupled to denitrification is the dominant methane sink in a deep lake // PNAS. V. 111. P. 18273–18278.

7. Elsig J., Schmitt J., Leuenberger D., Schneider R., Eyer M., Leuenberger M., Joos F., Fischer H., Stocker T. 2009. Stable isotope constraints on Holocene carbon cycle from an Antarctic ice core // Nature Letter. V. 461 (24 September 2009). P. 507–510.

8. Etwig K.F., Butler M.K., Le Paslier D.,.Pelletier E., Mangenot S., Kuypers M.M.M.,Schreiber F., DutilhBas E., Zedelius J., de Beer D., Gloerich J., Wessels H.J.C.T., van Alen T. Luesken F., Wu M.L., van de Pas-Schoonen K.T., Op den Camp H.J.M., Janssen-Megens E.M., Francoijs K.-J., Stunnennenberg H., Weissenbach J., Jetten M.S.M., Strous M. 2010. Nitrite-driven anaerobic methane oxidation by oxygenic bacteria // Nature. V. 464. P. 543–548.

9. Galand P., Yrjälä K., Conrad R. 2010. Stable carbon isotope fractionation during methanogenesis in three boreal peatland ecosystems // Biogeosciences. V. 7. P. 3893–3900.

10. Holler T., Wegener G., Knittel K., Boetius A., Brunner B., Kuypers M.M.M., Widdel F. 2009. Substantial $\delta^{13}CH_4/\delta^{12}CH_4$ and *D/H* fractionation during anaerobic oxidation of methane by marine consortia enriched *in vitro* // Env. Microbiol. Reports. V. 1. P. 370–376.

11. Hornibrook E.R.C.,Longstaffe F.J., Fyfe W.S. 2000. Evolution of stable carbon isotope compositions for methane and carbon dioxide in freshwater wetlands and other anaerobic environments // Geochim.Cosmochim. Acta. V. 64. P. 1013-1027.

12. Knox M., Quay P.D., Wilbur D. 1992. Kinetic isotopic fractionation during air-water gas transfer of O_2, N_2, CH_4, and H_2 // J. Geophys. Res. V. 97(C12). P. 20335–20343.

13. Mariotti A., Germon J.C., Hubert P., Kaiser P., Letolle R., Tardieux A. and Tardieux P. 1981. Experimental determination of nitrogen kinetic isotope fractionation: some principles; illustration for the denitrification and nitrification processes // Plant and soil. V. 62. P. 413–430.

14. Rasigraf O., Vogt C., Richnow H.H., Jetten M.S.M., Ettwig K.F. 2012. Carbon and hydrogen isotope fractionation during nitrite-dependent anaerobic methane oxidation by *Methylomirabilis oxyfera* // Geochim. Cosmochim. Acta V. 89. P. 256–264.

15. Rayleigh J.W.C. 1896. Theoretical consideration respecting the separation of gases by diffusion and similar processes // Philos. Mag. V. 42. P. 493–498.

16. Vavilin V.A., Rytov S.V. 2013. Non-linear dynamics of carbon and hydrogen isotopic signatures based on a biological kinetic model of nitrite-dependent methane oxidation by "Candidatus *Methylomirabilis oxyfera*" // Ant. Leewenh. V. 104. P. 1097–1108.

17. Vavilin V.A., Rytov S.V., Lokshina L.Y.. 2014. Non-linear dynamics of nitrogen isotopic signature based on biological kinetic model of uptake and assimilation of ammonium, nitrate and urea by a marine diatom // Ecol. Modell. V. 279. P. 45–53.

18. Vavilin V.A., Rytov S.V. 2015. Nitrate denitrification with nitrite or nitrous oxide as intermediate products: Stoichiometry, kinetics and dynamics of stable isotope signatures // Chemosphere. V. 134. P. 417–426.
19. Vavilin V., Rytov S., Conrad R. 2017. Modelling methane formation in sediments of tropical lakes focusing on syntrophic acetate oxidation: Dynamic and static carbon isotope equations // Ecol. Modell. V. 363. P. 81–95.

Received: 11.01.2021
Revised: 20.05.2021
Accepted: 20.09.2021

УДК 630.581.5
DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

REDUCTION OF GREENHOUSE GAS EMISSIONS IN RUSSIA: STATE OF THE PROBLEM AND COMPENSATORY MEASURES FOR REFORESTATION AS A NET CO_2 ABSORBERS

A.F. Galimullin[1], K.R. Bakhteev[2]

[1] Gafel LLC, founder, owner, Republic of Tatarstan (RT), urban village Bogatyye Saby;
[2] PhD of Technical Sciences, Individual Entrepreneur, Republic of Tatarstan, Kazan

Corresponding author: A.F. Galimullin, kam.rav@bk.ru

Citation: Galimullin A.F., Bakhteev K.R. 2021. Reducing of greenhouse gas emissions in Russia: state of the art and compensatory measures for reforestation as a net CO_2 absorber // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 59–66. DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

Text of the article in Russian: https://edgccjournal.org/EDGCC/article/view/72075

The article presents an overview and estimation of the present-day developments in reducing greenhouse gas (GHG) emissions in Russia. It contains a consideration of measures developed at country level and individual GHG-issuing corporations to combat climate change. Special attention is paid to the ways of carbon dioxide (CO_2) compensation, taking into account the absorption capacity of forests. The article describes the experience of the largest Russian oil company "Tatneft" in implementing a project to develop and scale a triploid aspen with increased absorption capacity for planting seedlings in forests in order to reduce and compensate for the carbon footprint.

Keywords: climate regulation, greenhouse gas emissions, carbon footprint, CO_2 compensation, the absorption capacity of forests, the forest ranges.

Within the existing circumstances, one of the crucial global environmental problems that require a joint solution by the entire international community is the increase in greenhouse gas (GHG) emissions into the atmosphere which is provoked by both natural causes (for instance, large volcanic eruptions or large-scale burning of forests) and anthropogenic, i.e. caused directly by human activity, and above all, the use of fossil fuels in the energy sector, deforestation and land use changes. Under the influence of all above-mentioned factors, the concentration of carbon dioxide (CO_2) and other greenhouse gases increases in the atmosphere. That, in turn, enhances the natural greenhouse effect and leads to an increase in temperature at the Earth's surface [Terentyev, 1996]. According to the observations of climatologists, only over the last century the average temperature on the planet has increased by 0.74°. But even such a seemingly insignificant increase has already led to irreversible climate change.

Recognizing the need for a unified and coordinated response to global climate change, the world community has been taking concrete steps for two decades to coordinate actions aimed at solving this problem These measures are enshrined in three international agreements: the UN Framework Convention on Climate Change (UNFCCC, 1992), the Kyoto Protocol to the UNFCCC (1997) and the Paris Agreement (2015).

Within the Paris Agreement accepted following the results of the 21st UNFCCC Conference, the participating countries agreed to prevent an increase in the average temperature on the planet by 2100 by more than two degrees Celsius compared to the pre-industrial era. The agreement assumes voluntary commitments of countries to reduce GHG emissions. As of February 2020, 189 countries, the EU [Mitrova et al., 2020] and Russia, which ratified this agreement in September 2019 [Analytical Center, 2021], are parties to the Paris Agreement.

According to research analysts, it warms 2.5 times in Russia due to its geographical location and in the Arctic zone — 4–6 times faster than the average in the world [Mitrova et al., 2020]. Russian weather forecasters have calculated that if gas emissions remain at the same level, then the climate of Siberia will significantly warm up by 2080. Winter temperatures will increase by 9° on average, and summer temperatures by 5.7°. At the same time, the precipitation level will also increase on average by 140 mm per year. The permafrost area will be reduced by a fourth part [Mitrova et al., 2020].

In the north of Russia, the trends towards an increase in the temperature of permafrost rocks already occur. The sea ice are the most significant indicator of climate change in the marine part of the Arctic. According to Russian Federal State Statistics Service, the average area occupied by sea ice has decreased to 300 thousand km^2 over the past 15 years — this is 4–5 times less than in the 1980s. A decrease in the duration of snow cover is being registered in most of the country (in winter 2018–

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

2019 on average in Russia it was 12.7 days shorter than normal — an unprecedented short period since 1967). The minimum soil temperature has increased for 1976–2019 (<0.4°C/10 years at depths up to 320 cm), the linear trend of annual precipitation growth was 2.2% of the norm. The most paramount negative feature of the summer precipitation change is its decrease in the main grain-producing areas of the European part of Russia: about 4%/10 years in the Central and Volga Federal Districts, in the Southern Federal District this value reaches almost 5%/10 years [Abramova et al., 2020].

The probability of emergency fields remains high, taking into account the nature of the prevailing hazards at economic, agricultural and infrastructure facilities when they are exposed to various natural phenomena, for instance, wildfires, avalanches and earthquakes. According to the Ministry of Emergency Situations and the Ministry of Agriculture of Russia, the reference apparatus (RA), there was a sharp increase in officially registered damage from emergencies in agriculture in the second decade of the XXI century. In 2000–2009 the damage to farmers estimated by direct costs for the cultivation of dead fields amounted to 27.4 billion rubles. In contrast, in 2010–2019 the cultivation costs went up and were more than 103 billion. According to the RA, these losses correspond to the damage of farmers from the loss of products at a level of at least 270 billion rubles over 20 years [Abramova et al., 2020].

Every year there are from 5 to 7 units of large fires, the area of their point of origin is 25 hectares or more for ground protection of forests and more than 200 hectares for aviation protection of forests. As shown on Fig. 1, in 2019 their part in the structure of natural emergencies amounted to 12,2% [Sechin, 2021]. Remote data from the Federal Forestry Agency system (fig. 2) show that previously catastrophic fires with an area of more than 10 million hectares occurred approximately once every five years, however, from 2018 the area of forest fires does not fall below 15 million hectares [Provin et al., 2021].

During the second decade of XXI century, a negative impact of prolonged periods of extremely high temperatures on the level of morbidity and mortality of the population has been registered in many cities and regions of Russia. The effect of the blocking anticyclone in the summer of 2010 was particularly pronounced. In recent years, the frequency and severity of heat waves have increased: abnormal heat was observed in 2015, 2018, 2020–2021. In 2021, an abnormal heat wave covered almost the entire European part of Russia, Yakutia, the Amur Region and Primorye.

All this confirms the fact of the ongoing climate changes in Russia which in the long term poses a threat to human life and health, a danger to the infrastructure of the economy and the risks of reducing food security, and, consequently, climate regulation should become a priority of the country's state policy. Unfortunately, 4.5% of the total emissions in the world are descended from Russia, the country is one of the five largest global emitters of GHGs after China (28.8%), the USA (14.5%), the European Union (9.7%) and India (7.3%) [Abramova et al., 2020].

Figure 3 represents the dynamics of anthropogenic GHG emissions in Russia for 1990–2019 [Mitrova et al., 2020]. As shown on the Figure, the value of the total CO_2 emissions is eq. in Russia (excluding the sector «Land Use, land use change and forestry (LULUCF)») had an unstable trend during the entire analyzed period: it decreased (in the periods: 1990–1998, 2009, 2013–2014) than a growth occured (in the periods: 2000–2008, 2010–2012 and after 2014). The reduction of GHG emissions observed in different years was mainly influenced by changes in the sectoral structure of the economy and structure of the country's fuel balance, as well as due to the absorption capacity of the forestry sector. To a certain extent, this was the result of the implementation of a whole range of operational and long-term measures to adapt to climate change undertaken by the state in accordance with the Comprehensive Plan for the Implementation of the Climate Doctrine of the Russian Federation for the period up to 2020. According to research conducted by the Energy Center of the Moscow School of Governance "Skolkovo" together with the member companies of the Oil Advisory Forum, the problem of climate change had a low priority both

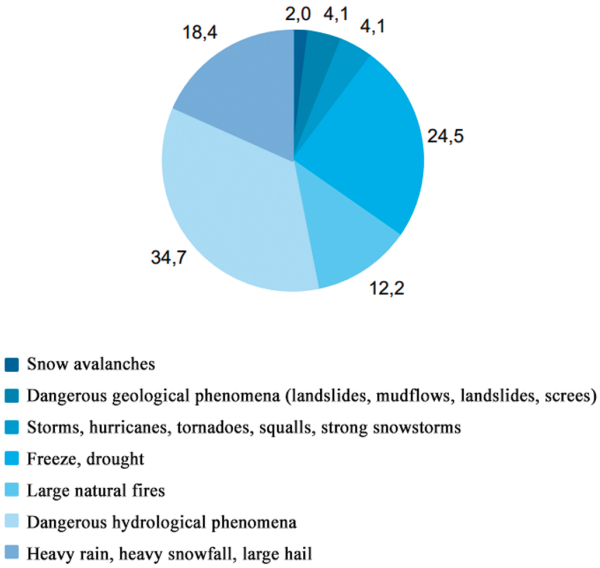


Fig. 1. Structure of natural emergencies by nature and type of sources of occurrence in 2019 (as a percentage of the total)

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

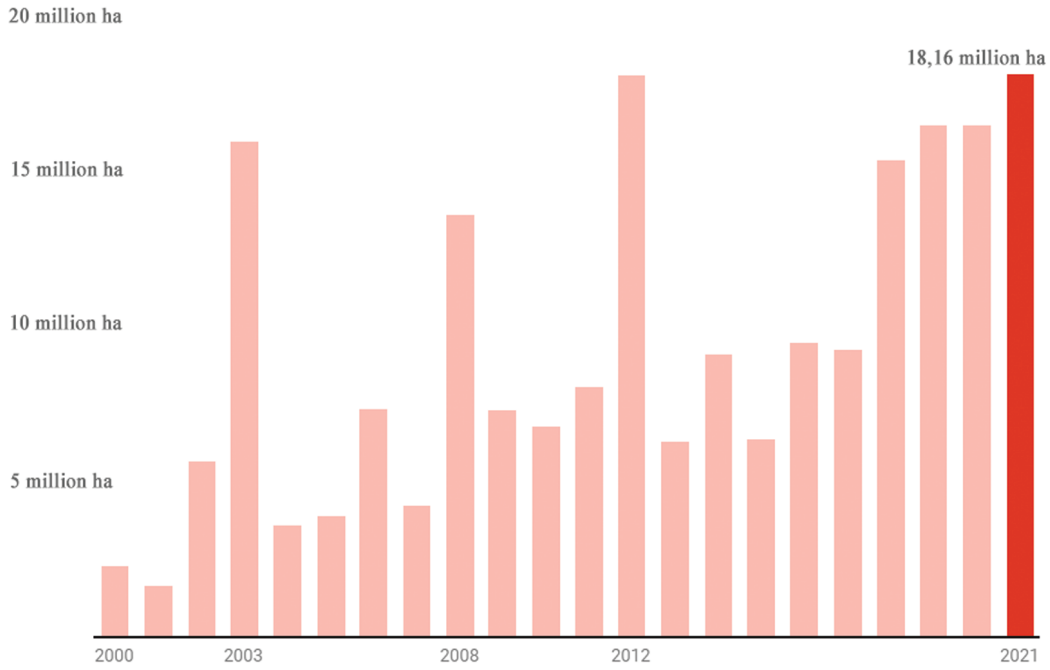


Fig. 2. Area of forest fires for the year from 2000 to 2021 Data for 2021 are indicated as of September 20

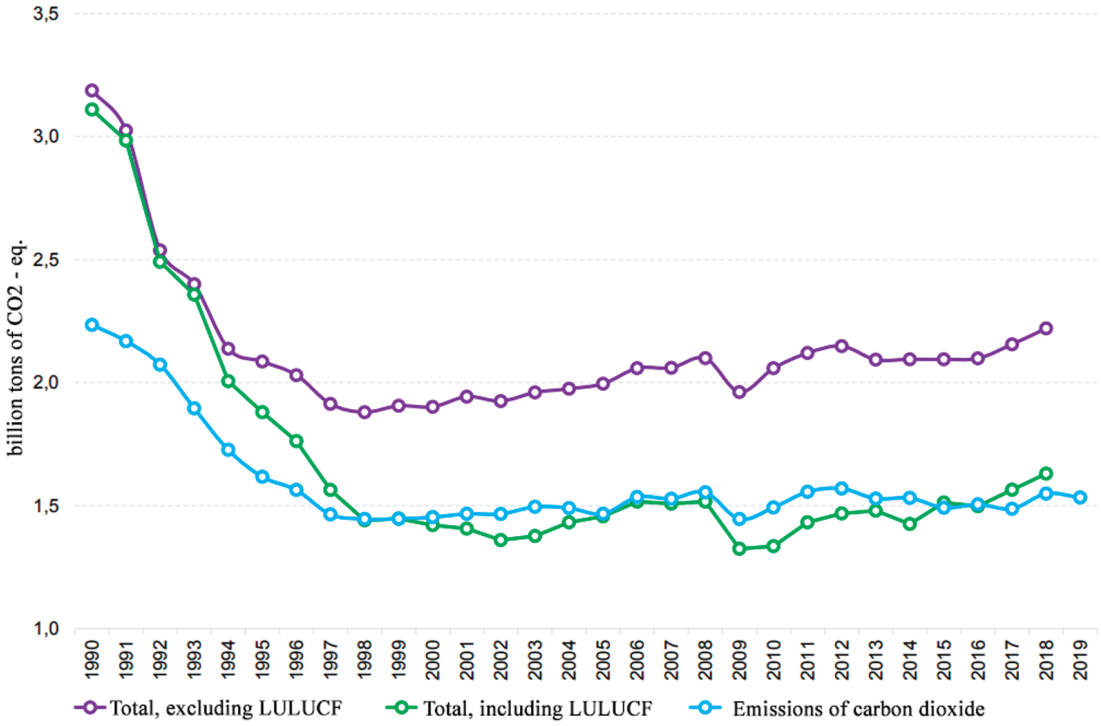


Fig. 2. Total anthropogenic GHG emissions in Russia, billion tons of CO_2 — eq., 1990–2019

for the population and business in Russia, unlike many other countries of the world [Mitrova et al., 2021].

After the ratification of the Paris Agreement on September 21 in 2019, the organization of the process for the development of specific measures for adaptation to climate change at the level of individual regions, industries and corporations was launched. Russia has set a goal for itself — to reduce GHG emissions by 2030 to the level of 70–75% relative to indicators in 1990, provided that the absorption capacity of forests is taken into account as much as possible [Mitrova et al., 2020].

Currently, in accordance with the Decree of the President of the Russian Federation No. 666 dated 04.11.2020, the Government of the Russian

Federation is developing a Strategy for the long-term development of Russia with low GHG emissions until 2050 with two main scenarios of low-carbon development: basic and intensive. The basic scenario accepted as a basis provides for a large-scale increase in the energy efficiency of the Russian economy, full provision of the balance of forest reproduction, expansion of area of their protection and a significant reduction in continuous logging. Development under this scenario will reduce the carbon intensity of Russian GDP by 9% by 2030 and by 48% by 2050 (relative to the current level) [Strategy, 2021].

According to research analysts [Grigoriev et al., 2020] Russia has opportunities to reduce CO_2 emissions and a huge potential to improve the energy efficiency of the Russian economy. In particular, the share of coal remains high in the country's energy balance (about 18%) which means that there is an opportunity to abandon this "dirty" energy source. In addition, there is a whole set of carbon-free sources of generation — nuclear power plants, hydroelectric power plants, renewable energy sources (for example, solar, wind energy), which together give about 40% of the output [Bakhteev et al., 2018]. However, it is not enough to compensate for the high carbon intensity of domestic products only by fulfilling state tasks to reduce emissions, since monitoring and reporting on GHG emissions, according to Federal Law No. 296-FZ dated 02.07.2021 "On Limiting Greenhouse Gas Emissions", become mandatory for legal entities and individual entrepreneurs whose activities are accompanied by GHG emissions, the mass of which is equivalent to 150 or more thousand tons of carbon dioxide per year for the period up to January 1, 2024 or 50 or more thousand tons of carbon dioxide per year for the period from January 1, 2024, [Federal Law, 2021]. The tasks of the business now include not only the preparation of reports but also calculation of the carbon intensity of manufactured products, comparing this indicator with European competitors in order to assess the potential of reducing the carbon footprint based on this analysis, including from the point of view of possible energy saving projects, working with the quality of raw materials used in technological processes.

Industrial corporations operating in such sectors of the economy as energy, agriculture and industrial production have a special role to play in reducing GHG emissions since they are the main source of GHG emissions. Even for today, many Russian companies including "Gazprom", "Rosneft", "Rusal", "Norilsk Nickel" voluntarily carry out an inventory of GHG emissions and implement climate projects. Some companies have started calculating the carbon footprint of their products and assessing climate risks in the absence of Russian requirements but in accordance with international standards. Among the external factors pushing large Russian businesses to reduce their carbon footprint are regulatory risks, the requirements of foreign exchanges, investors and partners, as an increasing number of them refuse to cooperate with companies with poor carbon characteristics.

It is well known that a range of the largest GHG issuers in Russia is traditionally headed by companies in the energy sector (extraction of fuel or raw materials for its manufacture, transportation, storage and distribution of energy carriers, production of thermal and electric energy). They account for approximately 79% of the total GHG emissions and in the GHG structure itself more than 70% is CO_2 generated during fuel combustion. Probably for this reason, the largest energy companies, such as "Rosneft", "Gazprom", "Lukoil", "Tatneft", integrated into the global economy, have identified the fight against climate change and the reduction of GHG emissions as their development priorities. They assess their carbon footprint and take steps towards reducing emissions, taking into account the Paris Agreement and the European "Green Deal".

"Rosneft" is ahead of many oil and gas companies in the world in terms of emissions today. According to experts, in terms of specific GHG emissions, the Russian giant already has a 1.5–2 times lower indicator than Chevron, Exxon Mobil, Sinopec and ConocoPhillips. "Rosneft" is also overtaking such energy giants of the industry as Eni, Shell, Total and BP [Mitrova et al., 2021]. At the end of 2020, Rosneft became the first company in our country to develop and adopt a comprehensive carbon management plan until 2035 with clear targets for reducing GHG emissions. This plan contains a set of measures for energy conservation, the development of its own wind energy and the purchase of energy from renewable sources, investments in the gas program, utilization of associated petroleum gas as well as the use of "blue" hydrogen.

Taking into account the fact that the sector "Land Use, land use change and forestry" in Russia was a net GHG absorber, the company considers the development of natural forest absorbing systems and the emergence of carbon quota turnover systems as an important source of further carbon footprint reduction. "Rosneft" intends to contribute to the disclosure of Russia's natural potential for CO_2 uptake by forests. In the period of 2020, the company planted 1.5 million trees and in the last three years — 3.5 million trees. This allows us to count on the absorption of 10-20 million tons of CO_2 equivalent annually [Sechin, 2021]. By 2035, "Rosneft" has set itself a larger goal — to unlock the potential of the absorbing capacity of forests in Russia and develop a large-scale program for

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

afforestation and maintenance of forest ecosystems to compensate for emissions.

Another major energy corporation named "Tatneft" has been accounting for GHG emissions since 2016, and as of 2019 has achieved a 5% reduction in them. Annually, the company prevents emissions into the atmosphere in the amount of 3 million tons of CO_2-eq. greenhouse gas due to the high level of useful use of APG (96.4%). In the total mass of all GHG emissions including carbon dioxide, methane and nitrous oxide CO_2 accounts for 99.79%. To reduce the carbon footprint, "Tatneft" has set a goal to reduce CO_2 emissions by 10% by 2025, by 2030 — by 20%, and by 2050 — to become carbon neutral [Gaifullina et al., 2018], i.e. to reduce CO_2 emissions to zero and its analogues in the course of production activities or compensate for them through projects with net negative emissions. This can be achieved in various ways, for example, by reducing direct emissions and switching to renewable energy sources (RES); apply technologies for direct capture of CO_2 from the atmosphere or use BECCS technologies, and, furthermore, to capture CO_2 during the combustion of biomass (plants and crops). Also the investing in projects that reduce CO_2 emissions can be useful. "Tatneft" is considering the possibility of using all options.

Currently, the company applies innovations in the entire chain of business processes in oil production, refining, petrochemicals and electric power; expands the range of products with a low carbon footprint; controls emissions reduction throughout the supply chain. The Company uses the best available technologies and technological solutions that have proven their effectiveness in order to reduce the negative impact on the environment and climate and increase the sustainability of ecosystems. For instance, installations for capturing light fractions of hydrocarbons from reservoirs or gas have been introduced which can significantly reduce harmful emissions into the atmosphere and improve the environmental situation. At the same time, innovative methods are being sought in such promising areas as the development of production using renewable energy (clean energy generation with low carbon content) and biofuels; the introduction of technologies for CO_2 capture and storage (Carbon Capture and Storage, CCS). In particular, the company has already identified two sites where wind turbines can be installed in the future while having its own thermal power plants and engineering centers. A project has been launched to purchase electricity from private owners of renewable energy sources. The project is still only at the initial stage but it has huge potential both from an economic and environmental point of view.

"Tatneft" pays great attention to compensating measures for CO_2 emissions, taking into account the absorbing capacity of forests. As well-known, forests are able to affect the amount of CO_2 in the atmosphere by absorbing it during the growth period. The role of CO_2 as a growth stimulator is rooted in the details of photosynthesis, in which an increase in the concentration of carbon dioxide intensifies this process. In order for a tree to start absorbing CO_2, it must take 15–20 years before it grows from a seedling into an adult tree. Young and middle-aged trees have the greatest absorption capacity: for example, at the age of up to 20 years, plants absorb 0.934 t/ha of CO_2 per year, at the age of 20 to 40 years — 1.611 t/ha of CO_2, and the highest values of CO_2 absorption in most woody plants are observed at the age of 40–60 years [Krasutsky, 2018]. Subsequently, with an increase in age, the assimilation properties of plants fall sharply and in over-standing plantings turn out to be close to zero. Therefore, it is possible to increase the intensity of CO_2 absorption by replacing mature forests with young trees due to reforestation and afforestation.

In addition, trees of different breeds have different degrees of CO_2 absorption. For example, deciduous plantations are generally characterized by higher biological productivity and the highest assimilation parameters, accumulating up to 62.8 t/ha of carbon-containing organic substances during the year, while coniferous — only 44.2 t/ha.12 [Krasutsky, 2018]. There is an objective need for large areas for planting as well as monitoring and accounting for the development of forest plantations. This is especially important because not every tree planting is a guaranteed way to reduce the carbon footprint or neutralize it, and there are certain risks associated with illegal logging, insect pests, forest fires. Unfortunately, the number and area of forest fires in Russia is growing, as evidenced by statistics for the period from 2000 to 2021, and long periods of heat and drought are happening more often. Therefore, the active participation of large industrial companies in unlocking the potential of the absorbing capacity of forests in Russia by planting green spaces is a response to new challenges to solve the problem of GHG emissions compensation.

In order to create a favorable environment and increase the absorption of greenhouse gases, "Tatneft" is implementing a Targeted program to replenish forests. The company's "forest" programs have been counting down since 2000, and since 2013 the project "Forest from gas stations" has been working, according to which a certain part of the proceeds from the sale of fuel at the company's gas stations is spent on planting green spaces. Not only coniferous (pine, spruce) and deciduous trees (oak, poplar, fruit trees) are planted, but

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc72075

also shrubs. For the period from 2013 to 2019. The retail and sales of "Tatneft" enterprises have planted about 8 million seedlings, 2 million trees in 2020, and in 2021 it is expected to increase this number to a record 5 million trees. By 2030, "Tatneft" plans to compensate for GHG emissions by 25% of the 2020 level by planting forests [Gaifullina et al., 2018].

Tatneft actively cooperates with various structural divisions of the forestry of the Republic of Tatarstan (RT) and private business supporting startups aimed at conducting scientific and experimental research on the selection, cloning and breeding of seedlings of promising tree forms most adapted to local conditions. As wiedly known, for the conditions of the Middle Volga region and, accordingly, for the Republic of Tatarstan, one of the fastest growing and precocious tree species is aspen as a result of which these plantings prevail over all forest-forming species of the Republic. However, the main disadvantage of aspen is the high degree of damage to the trunks by rot. Therefore, with the support of "Tatneft", we together with the staff of the laboratory of microclonal vegetative reproduction of the GBU RT "Educational and Experimental Sabinsky Forestry" are implementing a project for the selection, cloning and mass reproduction of triploid aspen in laboratory and greenhouse conditions, followed by the use of the obtained high-quality planting material to create aspen plantations.

Since the formation of forest plantations from any monoculture impoverishes the forest biocenosis and reduces the resistance of trees to the effects of various external factors, causing diseases and premature death, forests from mixed plantations are traditionally considered environmentally friendly. At the same time, a specific forest biocenosis always has a geographical reference and is characterized by features peculiar to a certain area. In relation to our project, the choice of triploid aspen as a breeding stock of clones is quite justified and is explained by the following circumstances. Firstly, this type of aspen differs from the usual one in that it has three complete sets of chromosomes, copies of which were found in the forests of Tatarstan. Due to this, triploid aspen has such properties as high rot resistance, a high degree of CO_2 absorption and oxygen production. Secondly, planting is carried out plantation, that is, 400 pieces of trees per 1 hectare of land, and, thirdly, a small fir planting strip runs between them (fig. 4). Since anthropogenic CO_2 emissions in Russia are mainly associated with the activities of energy sector enterprises, the planting of triploid aspen as a good CO_2 absorber is the most preferable for "Tatneft".

Fig. 4. Triploid aspen plantation with a fir planting strip

Research on the development of technologies for clonal micro-propagation of fast-growing hardwoods, including triploid forms of aspen and several types of birch, as well as the mass production of elite planting material was carried out at the branch of the Institute of Bioorganic Chemistry of the Russian Academy of Sciences named after M.M. Shemyakin and Yu.A. Ovchinnikov in Pushchino within the Federal Target Program "Research and Development in priority areas of the scientific and technological complex of Russia for 2014–2020". In addition, in the reforestation laboratory of the St. Petersburg Scientific Research Institute of Forestry, planting material of fast-growing aspen forms was obtained using the in vitro method with subsequent planting of plantations. The results of these studies formed the basis for the implementation of a project supported by "Tatneft" on the selection, cloning and mass reproduction of triploid aspen. The selection was carried out in the forests of Aznakaevsky and Nurlatsky districts of the Republic of Tatarstan. The best clones were introduced into the culture of micro-shoots and are maintained in the collection under in vitro conditions in the biotechnology laboratory of the Sabinsky Forestry Breeding Center. The project is carried out in two stages; the deadline is two years. At the first stage, which has already been completed, in the conditions of the greenhouse complex, the selection, cloning and cultivation of seedlings were carried out using appropriate substrates to achieve double CO_2 absorption by clones. This allowed the breeding center of Sabinsky Forestry to supply 1 million seedlings of this aspen breed for "Tatneft" within one year (from 2020 to 2021) for the purpose of subsequent planting them in the territories secured by "forest" programs.

At this stage, monthly monitoring is carried out in order to collect data on all dynamic indicators of the formation and growth of seedlings (accumulation of biomass; formation of the leaf surface for subsequent calculation of the use of photosynthetic potential, development of the assimilation surface of leaves; change in the structure of agrophytocenosis and its optical-biological characteristics with an assessment of the efficiency of the use of radiant energy; CO_2 absorption, etc.). Thanks to the investment support from "Tatneft", it is planned to implement this project on schedule which, in turn, will contribute to achieving the targets of its "forest" programs. If this experience is scaled up and commercialized, it will be possible to achieve certain results in solving the general problem of reducing CO_2 emissions not only in a particular region, but also on the scale of our entire country.

Thus, summarizing the above, we can draw the following conclusions:

1. Russia has opportunities to reduce CO_2 emissions and a huge potential to improve the energy efficiency of the Russian economy. However, for the time being, our country remains among the top five global GHG emitters and is at the stage of formation of climate regulation.

2. After the ratification of the Paris Agreement in 2019 and in response to international challenges, the climate agenda for reducing GHG emissions and CO_2 compensation takes priority positions in the country's public policy, and also becomes the topic of climate responsibility of business and, above all, the largest energy and industrial companies as the main emitters of CO_2.

3. As part of the fight against climate change, the experience of the leading oil companies "Rosneft" and "Tatneft" is indicative, which were among the first in Russia to start implementing carbon management plans with clear targets for reducing GHG emissions through the implementation of afforestation programs with their subsequent scaling.

4. The implementation of the project on the selection, cloning and cultivation of triploid aspen in laboratory and greenhouse conditions of the GBU of the Republic of Tatarstan "Educational and Experimental Sabinsky Forestry" with the investment support of "Tatneft", as well as the subsequent use of the obtained high-quality planting material to create aspen plantations in the Republic of Tatarstan as the best net CO_2 absorbers is a real answer to new challenges to solve this problem in relation to a specific territory.

REFERENCES

1. Abramova A.V., Novikova I.V., Alexandrova N.M., Luneva I.Ya., Novikova I.V. et al. 2020. Environmental protection in Russia. Moscow: Stat. Sat / Rosstat. P. 113.
2. Analytical Center of the Fuel and Energy Complex of the Russian Energy Agency of the Ministry of Energy of the Russian Federation. 2021. «Russia's Climate Agenda: Responding to International Challenges.» Electronic resource. URL: http://www.dipacademy.ru/documents/2267/2021_1_%D0%94%D0%BE%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4_%D0%9A%D0%BB%D0% B8% D0% BC% D0% B0% D1% 82_% D0% A6% D0% A1% D0% A0_% D0% 90% D0% A6_% D0% A0% D0% AD% D0% 90_% D0% A1% D0% A6.pdf (date of access 23.05.2021)
3. Gaifullina R.R., Gamirov D.M., Ganiev B.G., Karpov V.A., Kurochkin D.V., Matveev O.M., et al. 2019. Annual report of PJSC Tatneft. 185 s. Electronic resource. URL: https://www.tatneft.ru/storage/block_editor/files/ff073d3c825320e4709391e336c0ec350e599b49.pdf (date of access 05/17/2021)
4. Grigoriev L., Pavlyushina V., Kheifets E., Muzychenko E. 2020. Bulletin on current trends in the Russian economy // Ecology and Economics: a tendency towards decarbonization. Issue 66. Electronic resource. URL: https://ac.gov.ru/uploads/2-Publications/BRE/_october_web.pdf (date of access 04.14.2021)

5. Krasutskiy B.V. 2018. The absorption of carbon dioxide by the forests of the Chelyabinsk region: modern environmental and economic aspects // Bulletin of the Tyumen State University. Ecology and nature management. Vol. 4. No. 3. P. 57–68.
6. Mitrova T., Gaida A., Grushevenko E., Melnikov Y., Kapitonov S., Perdero A., Sheveleva N., Siginivech D. 2021. «Decarbonization in the oil and gas industry: international experience and priorities of Russia» Energy Center of the Moscow School of Management Skolkovo. Electronic resource. URL: https://energy.skolkovo.ru/downloads/documents/SEneC/Research/SKOLKOVO_EneC_Decarbonization_of_oil_and_gas_RU_22032021.pdf (date of access 05/14/2021)
7. Mitrova T., Khokhlov A., Melnikov Y., Perdero A., Melnikova M., Zalyubovsky E. 2020. «The global climate threat and the Russian economy: in search of a special path». Energy Center of the Moscow School of Management Skolkovo. Electronic resource. URL: https://energy.skolkovo.ru/downloads/documents/SEneC/Research/SKOLKOVO_EneC_Climate_Primer_RU.pdf (date of access 05/20/2021)
8. Provin K.N., Rymorev M.V., Savchenkova V.A. 2021. Assessment of factors affecting the establishment of a forest fire control zone on the territory of the constituent entities of the Russian Federation // Bulletin of the Buryat State Agricultural Academy. V.R. Filippov. No. 2. P. 106–113.
9. Sechin I.I. 2021. The need for structural changes in the economy and the future of energy // XIV Eurasian Economic Forum in Verona / Special session: Reliable energy and global energy transition. Electronic resource. URL: https://www.finanz.ru/novosti/aktsii/rosneft-namerena-znachitelno-sokratit-svoy-uglerodny-sled-k-2035-g-1030128478 (date of treatment 11/19/2021)
10. Strategy for the socio-economic development of the Russian Federation with low levels of greenhouse gas emissions until 2050. 2021. Electronic resource. URL: http://static.government.ru/media/files/ADKkCzp3fWO32e2yA0BhtIpyzWfHaiUa.pdf (date of access 02.11.2021)
11. Terentyev P.A. 1996. Emissions to the atmosphere from the combustion of solid fossil fuels: an assessment of the relative contributions to the greenhouse effect and ways to reduce their level: PhD of chem. sciences. M. The federal law. 2021. No. 296-FZ «On limiting greenhouse gas emissions.» Electronic resource. URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107020031 (date of treatment 06/18/2021)
12. Bakhteev K., Fedotov A., Misbakhov R. 2018. The improving quality of power supply to industrial consumers using high-power energy storage // Proceedings of 59th IEEE annual international scientific conference on power and electrical engineering of Riga technical university, RTUCON 2018 (Riga, November 12–13, 2018). DOI: 10.1109/RTUCON.2018.8659834

Received: 23.06.2021
Revised: 12.09.2021
Accepted: 09.12.2021

УДК 929
DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90693

THE 55TH ANNIVERSARY AND 40 YEARS OF SCIENTIFIC ACTIVITY OF M.V. GLAGOLEV

O.A. Frolov[1, 2, 3], D.V. Il'yasov[3, 4]

[1] V.V. Dokuchaev Soil Science Institute, Moscow, Russia;
[2] Lomonosov Moscow State University;
[3] Yugra State University, Khanty-Mansyisk, Russia;
[4] Institute of Forest Science, Russian Academy of Sciences, Uspenskoe (Moscow region), Russia

Corresponding author: D.V. Il'yasov, ilyasov@ilan.ras.ru

Citation: Frolov O.A., Il'yasov D.V. 2021. The 55th anniversary and 40 years of scientific activity of M.V. Glagolev // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. N. 2. P. 67–70. DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90693

По совместному решению редакции часть этого выпуска посвящена 55-летию главного редактора нашего журнала, М.В. Глаголева. В связи с этим в выпуске представлена статья на его 55-летие и ряд старых статей, которые были написаны, но оказались не доступны широкому кругу читателей. Хотя данные статьи написаны давно, они по прежнему представляют интерес для читателей. Тексты статей были предоставлены М.В. Глаголевым и отредактированы Д.В. Ильясовым и М.В. Яниным. От лица редакции сердечно поздравляем с 55-летием главного редактора журнала, М.В. Глаголева!

Ключевые слова: 55-летие М.В. Глаголева; основные черты личности ученого (Г. Селье)

По совместному решению редакции часть этого выпуска посвящена 55-летию главного редактора нашего журнала — известного западно-сибирского ученого М.В. Глаголева. В связи с этим в выпуске представлена статья М.В. Янина и И.В. Евдокимова, в которой дается обзор деятельности Михаила Владимировича за последние годы, а также несколько его старых («юношеских») статей, которые были написаны в 80-е гг. прошлого века, но по тем или иным причинам не были опубликованы. На наш взгляд, хотя данные статьи написаны давно, они по прежнему представляют, по крайней мере, педагогический интерес для современного (в особенности молодого) читателя, поскольку местами в них довольно просто излагаются относительно сложные вопросы математического моделирования биологических процессов. Черновики этих статей были предоставлены М.В. Глаголевым и отредактированы Д.В. Ильясовым и М.В. Яниным. Поскольку качество сохранившихся рукописей сильно варьировало от статьи к статье, редакторы каждую из них снабдили соответствующими комментариями.

От лица редакции сердечно поздравляем Михаила Владимировича с 55-летием! И в качестве подарка хотим преподнести ему «портрет», созданный совместными усилиями его бывших и нынешних коллег и учеников. В свое время Ганс Селье [1987] выделил основные типы ученых. Точнее говоря, сразу было ясно, что «чистый тип» в природе практически не встречается, поэтому это не столько типы ученых, сколько отдельные черты, могущие проявляться в большей или меньшей степени в каждом конкретном исследователе. Таким образом, личность каждого ученого имеет индивидуальное «распределение» по этим чертам. Вот именно такой портрет Михаила Владимировича мы и отобразили на рис., проведя опрос среди близко знающих его лиц (заметим только, что поскольку система Г. Селье, на наш взгляд, переусложнена, количество типических черт при проведении этого опроса было уменьшено по сравнению с исходным примерно на четверть — те черты, которые требовалось оценить представлены в табл.). Всего в опросе изъявило желание участвовать 12 человек. Каждый должен был распределить 28 баллов по любому количеству «черт личности», описанных в табл. На рис. представлен усредненный результат (столбики соответствуют средним арифметическим, а «усы» — погрешностям среднего при уровне значимости 0.1).

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90693

Таблица 1

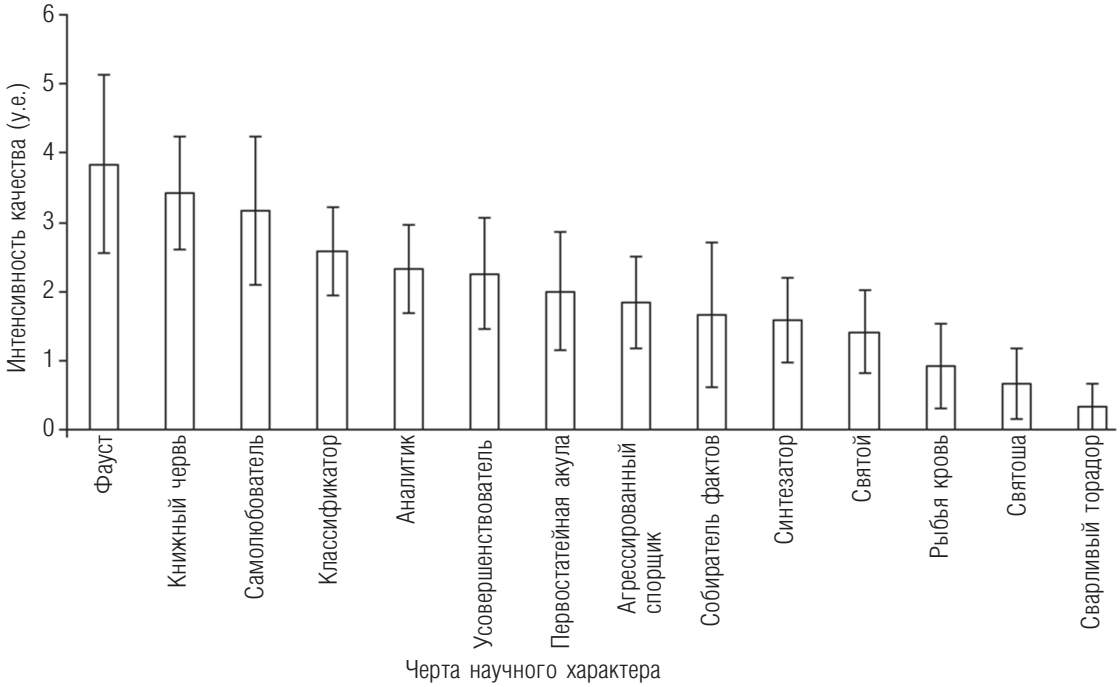
Основные черты личности ученого (выборочно, по Г. Селье)

Название	Описание
Аналитик (А)	В детстве он разобрал на части наручные часы (и не смог собрать их снова), потому что хотел узнать, отчего они тикают. Определённая аналитическая работа является обязательной предпосылкой всех видов классификации и синтеза, ибо без неё ни одно исследование не будет иметь должной полноты. К сожалению, однако, «аналитик» просто забывает, что разбирать вещи на составные части можно с одной целью — узнать, как их потом собрать вместе, по возможности усовершенствовав.
Агрессивный спорщик (АС)	В школе он был умненьким всезнайкой и в научной лаборатории остается непреодолимо самоуверенным. В научных спорах его интересует лишь собственная правота, и для отстаивания своей позиции он нередко прибегает к сомнительным аргументам, а порой и к прямому блефу.
Классификатор (К)	Ещё ребенком занимался коллекционированием марок, бабочек и др. Состоит в близком родстве с СоФ, но предпочитает только тесно связанные факты. До некоторой степени он теоретик, поскольку предполагает нечто существенно общее в создаваемых им группах объектов, но редко идет дальше и анализирует природу этой общности. «Классификаторы» внесли огромный вклад в создание науки, ибо идентификация естественных явлений и их систематическая классификация — это первый шаг на пути создания теории. У К подлинно научная душа; он получает наслаждение от созерцания совершенства природы, хотя редко идет дальше своей удачной попытки соединить взаимоподобные вещи. Иногда в своём увлечении «классификаторством» он доходит до упорядочения предметов по самым незначительным характеристикам и питает страсть к неологизмам, порой щедро сдобренную использованием, в изобретаемых наименованиях собственной фамилии.
Книжный червь (КниЧ)	Наиболее чистая форма теоретика. Ненасытный читатель, обладающий порой познаниями энциклопедиста. Обычно интеллигентен и демонстрирует предрасположенность к философии и математике. Часы, проводимые в библиотеке, лишают его сноровки, необходимой для лаборатории. Перед тем как решиться на эксперимент, он досконально все изучит, после чего решит вовсе не проводить его, поскольку тот уже проведен или бесперспективен. «Кто может — делает. Кто не может — учит», — говорил Б. Шоу. КниЧ любит учить, и учит хорошо. Его занятия насыщены информацией, но безлики. Подобно отставному балетному танцору, он может обучать своему искусству других, с той лишь разницей, что КниЧ так никогда и не «выступал». Безжалостен на экзаменах, которые использует в основном для демонстрации своих познаний. Его блестящая память и опыт по части индексации и каталогизации в сочетании с талантом ясно выражать свои взгляды могут превратиться в неоценимое подспорье в деятельности различных комитетов и комиссий. КниЧ согласен заседать во многих из них.
Первостатейная акула (ПА)	Главная его забота — вставить свою фамилию в возможно большее число публикаций. В лаборатории он постоянно раздражает коллег претензиями на то, что все их работы стимулированы его ранее высказанными соображениями. При этом он может быть очень настойчивым, если чувствует, что прав, или же крайне осторожным, маскируя свои суждения ссылкой на их самоочевидность, если знает, что блефует. Он пишет длинные казуистические введения к своим статьям, с тем чтобы доказать, что, хотя описываемые события уже наблюдались, он первым описывает и интерпретирует их в нужном ключе и этот его вклад имеет подлинно научное значение.
Рыбья кровь (РыК)	Он демонстративно невозмутимый скептик. С отсутствующим видом он бормочет что-то вроде: «Ничего, не стоит расстраиваться», «Скорее всего это не будет работать», «Вы не доказали свою точку зрения, если её вообще возможно доказать», «Вы не первый это обнаружили...». В общественной жизни он руководствуется правилом: «Не проси об одолжениях и не делай одолжений». Конец же его пути сопровождается эпитафией: «Ни достижений, ни попыток, ни ошибок».
Святой (С)	Целомудренный в мыслях, словах и делах Рыцарь Добра и Справедливости. Он не играет роль «святого», а на самом деле таков. Самоуничижительный альтруизм служит ему страшной помехой в работе.

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90693

Название	Описание
Самолюбователь (СаЛ)	Воплощение чистого эгоцентризма; пребывает в постоянном восторге от своих талантов и готов на любую жертву для их реализации. Каждый раз, когда он делает новое (или не такое уж новое), важное (или не такое уж важное) наблюдение, он перечисляет все далеко идущие последствия, которые его открытие может иметь для прогресса науки. Проводя ту или иную операцию, он повествует всем и каждому о немыслимых сложностях, с которыми ему пришлось столкнуться и которые, разумеется, он успешно преодолел. Любопытно, что он получает наслаждение и от того, что делает то же самое с величайшей лёгкостью или даже случайно. Для него покорение препятствий и «зигзаг удачи» — одинаково красноречивые свидетельства его величия. Поскольку его нельзя назвать неинтеллигентным, он иногда ощущает опасность вызвать насмешку (если не враждебность) своим неприкрытым тщеславием, но он этим не очень обеспокоен. С невинной улыбкой он предлагает считать свою очевидную нескромность просто игрой, милым преувеличением ради забавы.
Сварливый тореадор (СваТ)	Сварливый тореадороподобный тип создаёт сложные ситуации намеренно, чтобы иметь возможность продемонстрировать, с какой мужественной отвагой он их парирует. «Никто не имеет права говорить мне, что делать» — всякий раз заявляет он, заваривая жуткую склоку при малейшем подозрении, что кто-то покушается на его авторитет.
Святоша (С-оша)	Имитирует подлинно «святого». С нарочито скромными, ханжескими повадками разыгрывает безупречного рыцаря. Его улыбка излучает доброту и праведность, терпимость и сочувствие к своим коллегам, которые просто недостаточно хорошо понимают, что такое хорошо и что такое плохо.
Синтезатор (Си)	Ребёнком он любил строить карточные домики или мосты и башни из пластилина и спичек. Способность к синтезированию проявляется в самых разнообразных областях: химии, измерительных процедурах, теоретизировании или же в пластической хирургии.
Собиратель фактов (СоФ)	Его интересует только обнаружение новых фактов. Поскольку эти факты ранее не были опубликованы, все находки для него одинаково интересны (и в равной степени лишены смысла) и он не пытается подвергать их оценке. Обычно он хороший наблюдатель, добросовестно относится к своей работе, но начисто лишён воображения. Он строго соблюдает распорядок рабочего дня, но не склонен «пересиживать». СоФ могут обнаруживать материалы, нужные впоследствии другим учёным.
Усовершенствователь (У)	Постоянно пытается улучшить аппаратуру и методы исследования, настолько увлекаясь их совершенствованием, что руки у него так и не доходят до применения достигнутого им по назначению. Впрочем, У много оригинальнее, чем СоФ, обладает большим воображением и больше увлечён работой. Редко ограничивает свою деятельность рабочими часами.
Фауст (Ф)	Идеальный учитель и руководитель (с религиозным преклонением перед Природой, убеждением в ограниченности возможностей человека при исследовании её тайн и с романтическим отношением к исследовательской работе — эмоциональным, но не сентиментальным). Он мудр и сочувствует слабостям, но его доброта не доходит до потакания нарушениям дисциплины, недобросовестности в работе и т.п. Его главными характеристиками являются: воодушевление от возможностей исследования, а не от собственных возможностей; уважение к интересам других; способность к выделению наиболее значимых фактов; острая наблюдательность; отсутствие ослепляющего предубеждения к людям и научным данным; железная самодисциплина; оригинальность и воображение, соединенные со скрупулезным вниманием к деталям как в лабораторной работе, так и при осмыслении результатов. Его не ломает неудача, не развращает успех. Рано определившись в жизни, он следует твёрдым курсом, не поддаваясь сомнениям, искушению, страху и успеху. Несмотря на сложность работы, он остается простым и достойным человеком, которого лесть не способна превратить в «важную персону».

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90693



ЛИТЕРАТУРА

1. Селье Г. 1987. От мечты к открытию. М.: Прогресс. [Sel'e G. 1987. Ot mechty k otkrytiyu. M.: Progress. (In Russian)]

Received: 27.07.2021
Revised: 15.10.2021
Accepted: 23.12.2021

УДК 929
DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

55TH ANNIVERSARY OF M.V. GLAGOLEV

M.V. Yanin, I.V. Yevdokimov

Institute of Physicochemical and Biological Problems of Soil Sciences, Russian Academy of Sciences, Pushchino, Moscow oblast, Russia

Corresponding author: I.V. Yevdokimov, ilyaevd@yahoo.com

Citation: Yanin M.V., Yevdokimov I.V. 2021. 55th anniversary of M.V. Glagolev // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. N. 2. P. 71–106. DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

We reviewed the principle papers by Mikhail V. Glagolev providing the scope of his research activities in the context of his 55th anniversary as well as discussing the abstracts of some prominent publications. The publications grouping was as follows 1) gas dynamics of ecosystems; 2) wetland mapping; 3) microbiology; 4) modeling of environmental processes, and other mathematical methods; 5) other topics and discussion articles; 6) teaching activities and reviews. We discussed also the scientometric indicators of M.V. Glagolev's research activity.

Keywords: numerical methods, microbiology, ecology, soil science, scientometrics, bibliography, biography.

В связи с 55-летним юбилеем Михаила Владимировича Глаголева, дается обзор его научной и научно-организационной деятельности. Упомянуты основные публикации Михаила Владимировича, и для некоторых из них приводится краткое содержание. Все обсуждаемые работы разделены на шесть категорий: 1) газовая динамика экосистем; 2) картирование болот; 3) микробиология; 4) моделирование экологических процессов и другие математические методы; 5) другие работы и жанр дискуссий; 6) учебные и обзорные публикации. Кроме того, приводятся наукометрические показатели, характеризующие деятельность М.В. Глаголева.

Ключевые слова: наукометрия, библиография, биография, жизнеописание.

...двадцатый год был для него годом особого творческого подъема.
Обращаясь к хронологии работ..., мы поражаемся, как много было тогда сделано.
Пожалуй, мы не ошибемся, если скажем, что... ученый достиг
порога научной зрелости. Нет, он не сделал в эти дни фундаментальных открытий.
Не ответил ни на один большой вопрос, а тот единственный ответ,
который он пытался тогда дать, был, как выяснилось впоследствии,
неверным. И все же...

В. Келер [1984: с. 76]

ВВЕДЕНИЕ

Зачем нам история науки?

Растущий интерес к истории науки, к творчеству и личности выдающихся ученых стал в наши дни настоящим знамением времени [Вернадский, 1988, с. 3], поскольку всем будущим поколениям нужен жизненный опыт предыдущих [Шноль, 2001, с. 4]. Знание истории науки позволяет правильно понимать ее современное состояние и видеть перспективы дальнейшего развития. Об этом говорили и писали многие известные ученые и деятели культуры [Добровольский, 2010, с. 8]. Таким образом, «изучение научного творчества есть сейчас необходимейшее орудие нашего проникновения в новые огромные открывающиеся области научных достижений» [Вернадский, 1981], а не просто бессмысленная интеллектуальная мода.

Однако, в истории российской науки драматические траектории движения мысли часто сочетаются с судьбами исследователей. История — это совокупность биографий [Шноль, 2001, с. 4]. Научные биографии ученых — важная и обширная часть историографии. В частности, фактами истории почвоведения, в известном смысле, являются все события интеллектуальной, организационной и практической деятельности почвоведов [Иванов, 2003, с. 17, 19]. Более того, совершенно прав был президент Академии наук СССР С.И. Вавилов, заметив: «История науки не может ограничиваться развитием идей — в равной мере она должна касаться живых людей с их особенностями, талантами, зависимостью от социальных условий страны и эпохи». Однако, все же, важнейшее значение в истории развития знаний имела методология работы ученых, определявшая основные направления их исследований [Добровольский, 2010, с. 9].

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Большое значение в связи с этим приобретает знакомство с наследием самих творцов науки, изучение их взглядов [Вернадский, 1988, с. 3]. Анализ творчества ученых обычно активизируется в связи с юбилейными датами [Иванов, 2003, с. 19].

В связи со всем вышесказанным, целью нашей работы было: дать обзор научной и научно-организационной деятельности (в течение последних лет) выдающегося западносибирского ученого Михаила Владимировича Глаголева, которому в 2021 г. исполнилось 55 лет (и, фактически, 40 лет — его научной деятельности[1]). Это имя широко известно многим биологам не только данного региона, но и всей Сибири. М.В. Глаголев внес значительный вклад в развитие некоторых направлений современной экологии, и мы надеемся, что наш очерк (вкупе с публикацией — по предложению редакции — его самых ранних работ) даст объективное представление об этой незаурядной личности.

Используемые сокращения

ДОСиГИК — Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата;
ЗаС — Западная Сибирь;
ИНМИ — Институт микробиологии;
МВ — Михаил Владимирович;
МГУ — Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова;
ОЗ — обратная задача;
РАН — Российская Академия наук;
с.н.с. — старший научный сотрудник;
СреТ — средняя тайга;
«ПаГАП» — «Парниковые газы: актуальные проблемы» (семинар).
УП — удельный поток;
ЮНО — Юношеское Научное Общество;
RG — ResearchGate.

ДОПОЛНЕНИЕ К НАУЧНОЙ БИОГРАФИИ М.В. ГЛАГОЛЕВА

Биография Михаила Владимировича достаточно полно изложена в работе Янина и Филиппова [2016]. А здесь, прежде всего, мы считаем необходимым дать сводку всех известных юношеских работ МВ, оставшихся неопубликованными и потому неизвестными широким массам читателей. Информация о ***наиболее значимых*** из них приведена в табл. 1. К этому следует добавить, что написание самой первой работы относится приблизительно к весне 1978 г. Однако это не было каким-либо (пусть детским — все-таки автору было тогда лишь 11 лет) самостоятельным ***исследованием***. Указанная работа представляла собой сокращенный перевод на испанский язык учебника Сутина и др. [1973] — первого в жизни маленького Мишутки учебника по микробиологии. Более того, перевод этот так и не был закончен. И еще ряд работ не упомянут в табл. 1. В частности, на протяжении 1979–1983 гг. МВ методично собирал и записывал рецепты различных питательных сред для выращивания микроорганизмов (многие из которых самостоятельно проверял на практике). Рукопись сборника этих рецептов сохранилась, но издана не была.

В наш век сравнительно позднего формирования научного работника, которое происходит, как правило, под внешним давлением школы, института и аспирантуры, столь быстрое созревание личности и широта научных интересов кажутся чем-то необычным. Но достаточно вспомнить, что И.И. Мечников в семилетнем возрасте «читал лекции» своим сверстникам, даже выплачивал им за это «стипендию», а в 14–16 лет уже почти на равных вступал в научные споры с преподавателями университета. Чрезвычайно быстрое созревание личности и необычайная широта научных интересов были характерны и для А.Л. Чижевского [Ягодинский, 1987, с. 16]. Так что в ряду этих столпов российской науки МВ не представляет собой какого-то уникального явления.

Организованность и культура мышления в молодые годы проявляются редко, и их обычно трудно бывает объяснить без учета обстановки жизни и воспитания в семье [Ягодинский, 1987, с. 16]. Вот как сказал об этом выдающийся отечественный ученый А.Л. Чижевский: «Дисциплина поведения, дисциплина работы и дисциплина отдыха были привиты мне с самого детства. Это — важнейшие регуляторы жизни. В некотором... отделе моей психики был заключен основной принцип жизни — ни одного дня без продуктивной работы... Время во всех моих делах играло основную роль. Время было для меня всегда самым дорогостоящим фактором, и одной из основных целей... было сохранение его и использование... на благо... памяти, творчеству, деятельности, движению

[1] Ранее заявленная (в [Янин и Филиппов, 2016]) дата его первой публикации – 1987 г. – оказалась неточной: выяснилось, что ее следует отсчитывать с момента написания МВ (не позднее 1981 г.) обзора по азотфиксирующим микроорганизмам, который был представлен в виде доклада на конференции Юношеского Научного Общества (ЮНО). К счастью, сохранилась рукопись этого обзора (см. рис. П1 в Приложении). Возможно, какие-то работы были выполнены Михаилом Владимировичем на год или на два ранее, но ***достоверно*** известно, что первый в своей жизни научный доклад МВ сделал не позднее 1981 г.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Таблица 1. Юношеские[1] работы М.В. Глаголева

Год написания	Название	Судьба
1979–1980 или 1979–1981	Несимбиотические азотфиксирующие микроорганизмы	Доложена на конференции ЮНО в 1980 или 1981 г. Сохранилась рукопись работы
1980–1981	Синтез антибиотика низина бактерией Streptococcus lactis*	Доложена на конференции ЮНО в 1981 или 1982 г. До сих пор не найдена и, по-видимому, может считаться утраченной безвозвратно
1981–1982	Влияние электрического тока на микроорганизмы*	Доложена на конференции ЮНО в 1982 г. До сих пор не найдена и, по-видимому, может считаться утраченной безвозвратно
1982 или 1982–1983	Математическое моделирование роста микроорганизмов (аналитический подход)	Доложена в школе №11 (с углубленным изучением биологии) на конкурсе, посвященном 60-летию СССР, где заняла 1-е место. Опубликована в настоящем № ДОСиГИК под названием «Mathematical modeling of microbial growth (analytical approach)»
1983	Автономные обитаемые подводные аппараты на службе науке	Была подготовлена для доклада на конференции ЮНО 1984 г., прошла рецензирование, но МВ от выступления отказался**
1984	Биология процессов почвообразования	Сохранилась машинописная копия работы.
1984–1985	Математическое моделирование в почвенной биокинетике	Доложена на 1-й Выездной (Пущинской) зимней школе факультета почвоведения МГУ в 1985 г. Опубликована в настоящем № ДОСиГИК под названием «Mathematical modeling in soil biokinetics»
1985–1986	Обратные задачи почвенной биокинетики	Была подготовлена для доклада на 2-й Выездной (Пущинской) зимней школе факультета почвоведения МГУ, но по неизвестной причине доложена не была. Опубликована в настоящем № ДОСиГИК под названием «Inverse problems of soil biokinetics»
1986–1987	Об уравнении Костычева-Орлова и современных математических моделях гумусонакопления	Была подготовлена для доклада на 3-й Выездной (Пущинской) зимней школе факультета почвоведения МГУ, но по очевидной причине доложена не была. Опубликована в настоящем № ДОСиГИК под названием «Kostychev-Orlov equation and first mathematical models of humus dynamics»

Примечания:
* поскольку окончательный текст работы до сих пор не найден, то приведено рабочее название (согласованное с автором), отражающее ее суть;
** на конференциях ЮНО разрешалось выступать до 18-летнего возраста включительно, так что, с формальной точки зрения, МВ имел полное право выступить, но посчитал, что раз он является студентом, то выступать на «школьной» конференции было бы неуместным.

вперед»[2]. Все это в точности можно отнести и к Михаилу Владимировичу. Организованность, культуру мышления и дисциплину привил ему, главным образом, отец — выдающийся советский инженер Владимир Михайлович Глаголев[3].

Но вот что касается «времени» — тут нельзя не вспомнить талантливого советского педагога дополнительного образования Валентину Алексеевну Грушину. Кроме основной работы на биофаке МГУ, она подрабатывала руководителем кружка микробиологии в Московском городском дворце пионеров и школьников, где судьба столкнула ее с МВ. Будучи Педагогом высокого класса, Валентина Алексеевна считала своим долгом не только преподавать школьникам основы микробиологии[4], но и вообще заботиться об их духовном развитии. Более того,

[1] Временн***ы***е рамки «юности» (11–21 лет) мы выделяем, следуя известной классификации А. Гизелла – см., например, [Сапогова, 2001, с. 349–393].

[2] Чижевский А.Л. 1974. Вся жизнь. М.: Сов. Россия. С. 40. – Цит. по [Ягодинский, 1987, с. 17, 304].

[3] К сожалению, это имя не известно широко, вероятно, в силу высокой секретности разработок В.М. Глаголева в сфере радиотехники для нужд авиации и космонавтики.

[4] Тем более, что многие из них уже практически полностью освоили эти основы в течение предыдущего года под руководством Р.(Ю.) М. Алимханова – прошлогоднего руководителя кружка.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

подход ее был индивидуальным. Осознав, с кем свела ее судьба, она глубоко изучила личность Михаила Владимировича и однажды порекомендовала ему прочесть книгу о жизни известного отечественного биолога А.А. Любищева, пояснив, чем может быть интересен Любищев для МВ. А именно: он чрезвычайно бережно относился ко времени — записывал что и сколько времени делал, учитывал буквально каждую минуту, постоянно анализировал резервы времени (сколько минут и на чем можно было бы сэкономить, чтобы пустить их на более полезную деятельность, чем та, на которую они были столь бездарно потрачены). Разумеется, со свойственным молодости категорическим неприятием чужих советов, нетерпеливый юнец сразу же отверг эти попытки упорядочения его времени. Однако Валентина Алексеевна, вероятно, уже тогда поняла, что одной из основных черт МВ была следующая: в действительности он не может составить свое мнение (даже если сгоряча какое-то «мнение» выразит), пока сам не попробует то, относительно чего это мнение должно быть составлено. А значит... Значит, он обязательно попробует систему Любищева, и та не может не пленить его! Так оно и вышло. Михаил Владимирович попробовал следовать этой системе (чтобы после иметь четкие аргументы для ее ниспровержения) и, разумеется, «вошел во вкус», после чего ни о каком ниспровержении уже не могло быть и речи. Конечно, со свойственной ему творческой энергией он переработал и улучшил наиболее спорные части «системы Любищева», но сама идея ее, требовавшая от времени играть основную роль во всех делах, считавшая время самым дорогостоящим фактором и ставившая одной из основных целей сохранение времени на благо мысли и творчеству — эта идея осталась неизменной и пронизала всю дальнейшую жизнь МВ.

В работе Янина и Филиппова [2016] была приведена табл. 1, содержащая информацию о местах работы Михаила Владимировича за период по 2016 г. включительно. Несмотря на крайне напряженную жизнь, МВ сохраняет почти безупречную физическую бодрость (см. Приложение 1: рис. П4) и феноменальную трудоспособность, что позволяет ему быть неутомимым в работе. Особенно много времени он уделяет консультативной и научно-организационной деятельности, став в начале 2016 г. заведующим лаборатории Научно-образовательного центра ДОСиГИК и проработав в этой должности почти до конца 2019 г., когда в Югорском государственном университете была создана Лаборатория экосистемно-атмосферных связей лесоболотных комплексов, куда он был принят на должность с.н.с. В рамках проектов РНФ с апреля 2017 г. по декабрь 2019 г. М.В. Глаголев работал также в должности с.н.с. в Институте водных проблем, а с сентября 2019 г. — инженером в Институте проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова под непосредственным руководством своей ученицы, выдающегося молодого ученого к.б.н. Ирины Евгеньевны Терентьевой. Кроме того, в начале 2021 г. Михаил Владимирович вошел в состав «Экспертного совета при Министерстве науки и высшего образования РФ по вопросам научного обеспечения развития технологий контроля углеродного баланса».

Мировоззрение

Нам кажется интересным кратко описать мировоззренческие взгляды Михаила Владимировича — хотя и не уникальные, но, все же, весьма экзотичные. Прежде всего отметим, что, по его собственному свидетельству, взгляды эти существенно менялись на протяжении его жизни. Безусловно, сначала (под влиянием советской школы) МВ был рьяным материалистом. Однако, с юношеских лет взяв себе за правило пытаться разобраться во всем досконально, Михаил уже в 14 лет всерьез стал изучать диалектический материализм, и очень скоро взгляды его стали эволюционировать. Поняв, что ответ на основной вопрос философии («Что является первичным — дух или материя?»[1]), по-видимому, является вопросом веры, М.В. Глаголев к 15 годам стал приверженцем дуализма. Кроме того, считая, что вряд ли когда-либо ответ на данный вопрос можно будет получить научным путем, Михаил Владимирович естественным образом пришел к агностицизму и многие годы после этого характеризовал свои взгляды как «дуалистический агностицизм». Однако в дальнейшем он все больше склонялся к идеализму, причем весьма своеобразного толка. Поскольку, к сожалению, МВ пока не сформулировал это в какой-либо своей публикации, то мы здесь бу-

[1] Вопрос об отношении материи и сознания, будучи основным, определяет не только решение частных проблем, но и характер мировоззрения в целом, дает надежный критерий для различения основных философских направлений. Философы, являющиеся сторонниками *материализма*, признают первичным материю, а сознание — вторичным; они считают сознание результатом воздействия на субъект объективно существующего внешнего мира. Философы-идеалисты принимают за первичное идею, сознание, рассматривая их как единственную достоверную реальность. Промежуточную, непоследовательную позицию в решении основного вопроса философии занимают дуализм, агностицизм [Фролов, 1980, с. 266–267].

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

дем следовать разделу «Смоделированные вселенные» книги Грина [Green, 2011], о котором сам М.В. Глаголев говорил, что это «на 100%» совпадает с его взглядами. Правда, необходимо подчеркнуть, что идеи, о которых сейчас пойдет речь, Михаил Владимирович сформулировал совершенно независимо (и не позднее 2003 г. изложил их в беседе с одним из швейцарских исследователей), а с указанной книгой познакомился не ранее 2015 г.

Итак, перенесем наше внимание на виртуальный мир компьютерных игр, населенных смоделированными «существами», которые живут исключительно внутри компьютерного оборудования. И представим, что эти жители осознают себя и обладают чутким умом, т.е. речь идет об искусственном интеллекте, взаимодействующем с виртуальным миром. Представление о компьютерном моделировании вселенных имеет долгую историю, уходящую корнями в идеи, выдвинутые в 1960-х гг. Конрадом Цузе и Эдвардом Фредкином. Но здесь мы рассмотрим лишь позднейший этап развития этой идеи, связанный с деятельностью оксфордского философа Ника Бострома. Эволюция в направлении все усложняющихся компьютеров со все более увеличивающейся производительностью происходит неумолимо. Даже при современных относительно примитивных технологиях мы не можем не поддаться искушению создавать смоделированные среды обитания; а если появятся еще б***о***льшие возможности — вообще трудно представить себе что-то более увлекательное. Вопрос не в том, создадут ли наши потомки смоделированные компьютерные миры. Мы уже делаем это [Green, 2011]. И представляется, что принципиальных препятствий для увеличения реалистичности виртуального мира нет: проблемы здесь кажутся чисто техническими, и они постоянно решаются с увеличением мощности ЭВМ и улучшением алгоритмов моделирования. Но главный вопрос: возможно ли создание полноценного искусственного интеллекта (который можно было бы в этом виртуальном мире поселить).

Если возникнут препятствия для создания искусственного разума, то все вопросы снимаются [Green, 2011]. Однако пока что регулярные успехи в области работ по искусственному интеллекту склоняют нас к мысли о том, что, вероятно, универсальный искусственный интеллект создать, все-таки, возможно. Но если возможно создать и искусственный интеллект, и искусственную среду для его обитания, т.е., иначе говоря, если возможно создать искусственный мир с обитателями, то возникает вопрос: будет ли создан один такой мир или много. А если много, то — насколько много? Ответ очевиден. Наши потомки будут готовы к созданию колоссального количества смоделированных вселенных, заполненных большим числом разумных обитателей. Если, вернувшись домой поздно вечером, можно будет расслабиться и запустить программу по созданию вселенных, то легко представить, что наши потомки будут делать это довольно часто. Но тогда в один прекрасный день космическая перепись, которая учитывает все разумные существа, может обнаружить, что число людей из плоти и крови бледнеет по сравнению с числом сделанных из байтов. И тогда, рассуждает Бостром, если отношение количества смоделированных людей к количеству реальных станет колоссальным, то беспощадная статистика укажет [Green, 2011], что для конкретного «разума», задавшегося вопросом: «живу ли я в реальной вселенной?», намного более вероятным будет ответ: «нет, не в реальной, а в смоделированной».

И, наконец, нужно сделать последний шаг. Зачем же ждать наших потомков? Если в реальной Вселенной существуют какие-либо высокоразвитые цивилизации, способные создавать математические модели окружающей среды и, главное, искусственный интеллект, то все описанное выше, уже, скорее всего, произошло: искусственные миры уже созданы и искусственный интеллект в них уже поселен. Так что если уже теперь провести глобальную (по всем мирам — и реальным, и искусственным) перепись населения, то можно было бы установить, что мы, ***вероятнее*** всего, живем не в реальном мире, а в модели[1].

ОСНОВНЫЕ РАБОТЫ ЗА ПОСЛЕДНИЕ ГОДЫ

В наши годы все большей специализации и дифференциации науки молодым исследователям, вероятно, будет трудно представить себе тот огромный спектр научных проблем и вопросов, к которым обращается Михаил Владимирович на протяжении всего своего творческого пути. Его научные интересы отличаются

[1] Обычно подобные взгляды принято соотносить с фильмом «Матрица». Однако очевидно, что они гораздо ближе к менее известному фильму «13-й этаж». Излишне говорить, что об этом фильме Михаил Владимирович ничего не знал в то время, когда разрабатывал свою философскую концепцию. Его знакомство с данным фильмом, имевшее место позднее (уже после того, как он собрался свою концепцию обнародовать), произошло совершенно мистическим образом, но, поскольку в научной статье не должно быть места мистике, то мы и не будем касаться этого необъяснимого случая.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

исключительной широтой и многогранностью: они охватывают несколько самостоятельных областей современной экологии (таких как глобальная экология, математическая экология и др.). Методологическая основа научного творчества М.В. Глаголева — поиск общего и универсального путем выявления частного и конкретного – реализовалась в экспериментальных и экспедиционно-полевых исследованиях, в постановке и решении специальных и общебиологических проблем. Большой заслугой МВ является то, что ряд высказанных до него идей получил благодаря его трудам дальнейшее развитие. Вообще же, идеи, развиваемые им, подчас являются поистине новаторскими, полными большого общетеоретического смысла. Значение их все глубже раскрывается по мере накопления нового фактического материала.

Изучать его работы — истинное наслаждение для всякого ученого, биолога и всякого натуралиста вообще, стоящего на уровне современной науки, ибо его труды и идеи идут в ее авангарде, опережают ее, и иногда значительно. Они блещут не только прогрессивной новизной, глубиной и дерзостью полета мысли, но и высоким мастерством изложения или изяществом математического базиса [Ягодинский, 1987, с. 269], выражающегося, тем не менее, чаще всего в виде достаточно простого (если не сказать примитивного) аппарата, вполне доступного студенту-второкурснику: производных, интегралов и дифференциальных уравнений.

К сожалению, проанализировать в равной мере все, что было опубликовано за примерно 40-летнюю научно-исследовательскую и практическую деятельность, не представляется возможным [Гутина, 1982, с. 78], по крайней мере, в одной журнальной статье. Но это и не нужно, ибо многие публикации Михаила Владимировича до 2015 г. с той или иной степенью полноты описаны в обзоре Янина и Филиппова [2016]. Однако в последующие годы им был написан целый ряд интересных, а иногда и основополагающих работ, на которые мы хотим обратить внимание читателей (кроме того, здесь же рассмотрим и некоторые из более ранних публикаций, которые не были упомянуты в указанном обзоре). Но прежде сделаем одно общее замечание. Имея подчас немало помощников и ассистентов, практически всю научную литературу МВ собирал и анализировал сам. Характерная для него черта — отсутствие пренебрежения к идеям коллег и оппонентов — всегда проявлялась в пунктуальном и обширном цитировании их работ (в особенности работ своих ближайших учеников). Критические замечания он всегда обстоятельно аргументировал, причем, делал это в достаточно корректной форме (впрочем, в наше время, когда критические замечания практически исчезли из научной литературы, даже такая форма воспринималась некоторыми учеными с обидой и раздражением).

Газовая динамика экосистем

Конечно, в последние годы Михаил Владимирович продолжил работать в области основной[1] для себя тематики — газовой динамики экосистем. При этом он не ограничился «перепевами» ранее выполненных измерений на болотах, а вовлек в исследования ***новые источники метана***: полигоны захоронения ТБО [Терентьева и др., 2016], периодически заболачиваемые леса [Mochenov et al., 2018] и др. Заняться их изучением побудили не только характерный для МВ интерес к теоретическим вопросам, но, по-видимому, и общие тенденции, определявшие состояние теоретической мысли того времени, а также и вполне конкретная задача.

При этом для измерений на полигонах ТБО в работе Терентьевой и др. [Terent'eva et al., 2017] был разработан метод решения обратной задачи (ОЗ) идентификации граничного режима ***двумерного*** (по пространству) нестационарного уравнения диффузии-конвекции, а именно: определения удельного потока метана из почвы по измерениям его концентрации в приземном слое атмосферы (таким образом, этот метод относится к группе микрометеорологических). Актуальность такой постановки проблемы связана с отсутствием сравнительно дешевых[2] и точных методов для репрезентатив-

[1] Основной мы ее считаем потому, что ей посвящена диссертация [Глаголев, 2010], и вообще – именно по этой тематике им выполнена наибольшая доля работ.

[2] Вообще же, экономичности используемых методов МВ в определенный период своей деятельности уделял существенное внимание. Фактически, все обсуждаемые здесь микрометеорологические методы родились из кратких тезисов Чистотина и Глаголева [Chistotin and Glagolev, 2003], в самом названии которых подчеркивалась экономичность реализации метода. По нашему мнению, это обусловлено его тесными связями в тот период с факультетом почвоведения МГУ, куда в конце концов М.В. Глаголев окончательно перешел на работу. Необходимость организовывать полевую практику для многочисленных студентов в условиях крайне скудного финансирования дало простор для творчества таким корифеям отечественной «дешевой науки», как проф. А.В. Смагин – ближайший друг Михаила Владимировича в те годы. Мы помним, с каким чувством МВ (привыкший таскаться по болотам с громоздкими камерами и вынужденный

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

ной оценки удельного потока (УП) метана из тех его источников, которые характеризуются существенной пространственной и временной неоднородностью эмиссии (как это имеет место для полигонов захоронения ТБО). Эта работа явилась дальнейшим развитием изложенного в работе Сабрекова и Глаголева [2011] метода решения ОЗ идентификации граничного режима ***одномерного*** нестационарного уравнения турбулентной диффузии. В работе Сабрекова и др. [2017] проведено сравнение уже двух разных алгоритмов метода обратной задачи для двумерных нестационарных уравнений.

Измерения в заболоченных лесах осуществлялись на территории Западной Сибири в августе 2015 г. в Бакчарском р-не Томской обл. (южная тайга) и близ пос. Шапша в Ханты-Мансийском Автономном Округе (средняя тайга). Наибольшие значения удельных потоков метана были зарегистрированы на участке горелого березового леса избыточного увлажнения в южной тайге. Здесь медиана удельного потока CH_4 составила 6.96 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$, что соответствует типичным значениям УП из болот. Наименьшие значения были отмечены в лесах периодического сезонного заболачивания также в южной тайге: медиана составила –0.08 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$, что соответствует типичным значениям поглощения метана в лесах (обычных — не переувлажненных!) [Churkina et al., 2017; Глаголев и др., 2017].

Важным шагом вперед явились измерения УП CH_4 в поймах рек (в подзонах южной и средней тайги в Западной Сибири), опубликованные в работе Терентьевой и др. [Terentieva et al., 2019]. Было установлено чрезвычайно сильное варьирование удельных потоков: для различных объектов медианы составляли от 0 до 17.5 мг$C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$. Однако наблюдаемое варьирование удалось объяснить, сгруппировав исследованные объекты по нескольким признакам: i) ширина поймы (w = широкие, n = узкие); ii) микротопография сайта внутри поймы (E = повышение, D = понижение); iii) затопление поймы (α = залитая водой пойма, β = «сухая»). С формальной точки зрения, классификация объектов по этим 3 двоичным признакам порождает $2^3 = 8$ классов. Но на практике эмиссии метана из объектов, принадлежащих к разным классам, в некоторых случаях оказались близкими: i) медианы УП из wDα, и из wDβ достигали 4.2 мг$C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$; ii) wEα, nEα и nDα характеризовались меньшими значениями УП — около 1.5 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$; iii) wEβ, nEβ и nDβ имели самые низкие медианы УП — менее 0.1 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$. Кроме влияния на эмиссию общеизвестных факторов внешней среды (влажность почвы, температура), были обнаружены экстремально большие УП CH_4 в течение 10 сут. после ухода воды из поймы р. Оби (в дальнейшем эмиссия постепенно падала). Впрочем, это явление вполне соответствует известным представлениям о подавлении эмиссии при очень высоком уровне стояния воды (см., например, [Глаголев, 2012]). Физическое объяснение может состоять в том, что в таких условиях гидростатическое давление не позволяет пузырькам метана «выбраться» из почвы. А после падения уровня воды метан, накопившийся за предыдущее время, относительно быстро выходит (в течение нескольких суток), и дальнейшая эмиссия обусловлена разностью между его текущим продуцированием метаногенами и окислением метанотрофами, причем с высыханием почвы активность метаногенов падает, а метанотрофов — растет.

Впрочем, МВ продолжал уделять существенное внимание и традиционным для него «болотным» измерениям эмиссии. Причем, наряду с естественными объектами — в частности, заболоченной тундрой [Глаголев и др., 2010; Сабреков и др., 2011; Кривенок и др., 2014], а также болотами подтайги [Глаголев и др., 2009; Glagolev et al., 2010] и тайги [Glagolev et al., 2001; Глаголев и Клепцова, 2007; Лапшина и др., 2012; Sabrekov et al., 2013]) в исследования были вовлечены экосистемы, испытывающие антропогенную нагрузку. Так, в работе Дюкарева и др. [Dyukarev et al., 2020] обобщены результаты

брать в свои экспедиции чемодан с «портативным» хроматографом) рассказывал тогда о поразивших его методах измерения эмиссии проф. Смагина, использующего в качестве камер баночки из-под кофе и консервов, а в качестве газоанализатора – небольшой индивидуальный прибор шахтера, призванный предупреждать о взрывоопасной концентрации CH_4 и опасных для здоровья концентрациях O_2 и CO_2 (попытка его применения для научных целей описана, в частности, в работе Глаголева и др. [2003]). Причем, именно каф. физики и мелиорации почв (куда и поступил на работу Михаил Владимирович) в недавнем прошлом отличалась приверженностью к крайне простому и дешевому инструментарию. Вспомним хотя бы «приспособление для определения водопрочности»: «В кристаллизатор помещают сито... закрывают кружком фильтровальной бумаги, разграфленной на клетки. По линии клеток иглой делают отверстия...», или «прибор Качинского», который «...состоит из стальных цилиндров..., шомпола..., молотка для забивания цилиндра..., ножа, лопаточки и совка...» или, еще круче «Установка Чудновского для определения температуропроводности почвы: ящик с почвой, металлическая пластинка, ртутный термометр» [Вадюнина и Корчагина, 1973, с. 73, 99, 316]. И таких простых «приспособлений», «приборов» и «установок» в физике почв была добрая половина.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

экспедиций по изучению потоков CO_2 и CH_4 в болотных экосистемах на территории лицензионных участков Салымской группы месторождений (средняя тайга ЗаС) и рассчитаны суммарные потоки парниковых газов за вегетационный сезон 2019 г. На этой территории ведется комплекс работ по освоению нефтяных месторождений, включая доразведку и разработку, что создает повышенную антропогенную нагрузку на окружающую среду. Основные антропогенные воздействия включают вырубку леса и расчистку площадок под места бурения, прокладку дорог и путепроводов, возможное загрязнение окружающей среды нефтью и нефтепродуктами в результате аварий на трубопроводах, прямые и косвенные выбросы в атмосферу парниковых газов.

Иной спектр антропогенных воздействий имел место на частично осушенных и освоенных болотных массивах: Дубненском (Московская обл.), верховых и низинных торфяниках Западно-Двинского лесоболотного стационара (Тверская обл.), осушенной части Бакчарского болота (Томская обл.). В публикациях Сирина и др., [2011; 2017] представлены основные этапы и направления проводимых там работ (по оценке влияния добычи торфа, осушения для сельского и лесного хозяйства и др.) на составляющие углеродного баланса болотных экосистем. Показан опыт развития исследований и расширения спектра решаемых задач, возникающих по мере изучения комплексной проблемы.

Весьма важной и интересной (для специалистов), на наш взгляд, является работа Глаголева и др. [Glagolev et al., 2018]. Выполненные летом и осенью 2017 г. измерения эмиссии метана в южной тайге ЗаС дали аномально большие УП (среднее ± std): 17.9 ± 8.1, 10.9 ± 6.1 и 42.4 ± 18.7 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$ на эутрофном, мезотрофном и олиготрофном болотах, соответственно. Измерения температуры почвы выявили аномально сильный прогрев толщи торфяников: их температура на 3.5–5.5 °C превышала обычно наблюдаемую в летний сезон. Авторы предположили, что это объясняется следующими фактами, обнаруженными при анализе метеорологической информации для региона исследований: предыдущие годы (с 2013 по 2016 гг.) характеризовались, во-первых, более теплыми зимами (с температурой воздуха на 1.3–2.1 °C выше по сравнению со средним значением, вычисленным по зимним периодам предыдущих 13 лет); во-вторых, максимально высоким снеговым покровом, а также относительно слабым ветром.

Хотя лабораторные инкубационные эксперименты по измерению потенциальной продукции метаногенеза подтвердили возможность образования в таких температурных условиях тех количеств метана, которые необходимы для поддержания указанных выше сверхвысоких удельных потоков из почвы [Glagolev et al., 2018], обоснованные сомнения остаются. Не исключено, что эти сенсационные результаты объясняются просто неаккуратным пробоотбором — выдавливанием пузырей газа из почвы человеком, когда он подходит к камере для отбора проб[1]. Поэтому большее внимание М.В. Глаголев теперь стал уделять автоматизированным измерениям удельных потоков газов. Если в ранних работах (см., например, [Орлов и др., 1987; Глаголев и др., 2001; Glagolev et al., 2003; Шнырев и Глаголев, 2007]) он и его сотрудники использовали только ручные камеры, то в летние сезоны 2014–2017 гг. на Бакчарском болоте измерения УП CH_4 и CO_2 производились уже при помощи автоматического комплекса «Flux-NIES»[2]. 11 камер этого комплекса были установлены в различных растительных сообществах болота и на озере. Данное исследование позволило оценить углеродный баланс болотных экосистем в зависимости от факторов окружающей среды (главным образом — от увлажнения) [Davydov et al., 2018].

И, наконец, отдельно хотим остановиться на предпринятой Михаилом Владимировичем попытке измерения (при помощи своих студентов) потока CH_4, идущего из стволов, листьев

[1] Даже если это и так, то, насколько нам известно, вины МВ в этом почти нет. Описываемые измерения производились в рамках проекта РНФ № 17-17-01204. Зазывая Михаила Владимировича и его группу измерителей-экспериментаторов, будущий руководитель проекта (некий Вавилин) письменно пообещал выделить на полевые измерения не менее 2 млн. руб. Именно исходя из этой суммы, М.В. Глаголев и планировал все экспедиционные траты. Но когда грант был получен и настала пора ехать в экспедицию, ему (под предлогом того, что вчера было вчера, а сегодня – это сегодня, и никуда он уже из проекта не денется) было выделено настолько меньше средств, что не могло быть и речи не только об обновлении и ремонте существенной части парка измерительных приборов, но даже и о найме квалифицированного персонала и доставке на болото досок для постройки надежных мостков, с которых можно было бы брать пробы, не рискуя оказать избыточное давление на болотную почву. В результате большую часть отбора проб выполняли школьник и студент (на олиготрофном и эвтрофном болоте – безо всяких мостков, а на мезотрофном – с мостков, сделанных еще в прошлом веке).

[2] Работой с этим комплексом, созданным в Японии, руководили сотрудники National Institute for Environmental Studies (Япония): насколько нам известно, начинал их профессор Г. Иноуэ, а в указанный период ими руководил к.ф.-м.н. Ш.Ш. Максютов.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

и веток деревьев в атмосферу на заболоченной почве. То, что значительная часть метана может выходить из почвы в атмосферу через растения, хорошо известно. Но традиционно изучалась травянистая (см., например, [Glagolev et al., 2000; Ding et al., 2004; Jeffrey et al., 2019]), а не древесная растительность. Относительно вклада последней пока еще известно довольно мало [Terazawa et al., 2007; Megonigal and Guenther, 2008; Bowling et al., 2009; Reinelt, 2013], поэтому каждый шаг в данном направлении очень важен. Согласно Чуркиной и др. [Churkina et al., 2018], метан в незначительном количестве (в среднем 0.0061 ± 0.0003 мг $C \cdot м^{-2} \cdot ч^{-1}$, здесь 1 $м^2$ относится к почве, а не к поверхности дерева) действительно идет из стволов деревьев, минуя, по-видимому, почвенный «метанотрофный фильтр» (т.е. верхний слой почвы, в котором активны окисляющие метан бактерии). Оказалось, что этот поток зависел от диаметра ствола и типа экосистемы, а потоки из листьев и веток статистически значимо не отличались от нуля. Как видим, поток из деревьев довольно мал, однако этот результат был получен для конкретной экосистемы в конкретных метеорологических условиях, поэтому нет гарантии, что так бывает всегда. Если же в каких-то экосистемах и условиях эмиссия из деревьев будет значительной, то обычные камерные измерения могут существенно занизить суммарный поток с данного ландшафта, ибо в камеры попадает только метан, идущий непосредственно из почвы, а не из деревьев. Например, в рямах (болото, поросшее низкорослым лесом или зарослями кустарников) поток из почвы практически нулевой, и в поверхностном слое почвы метана почти нет, а вот деревья своими корнями могут дотянуться до более глубокого слоя, обогащенного метаном.

Из сказанного выше следует, что для определения суммарного потока на границе атмосфера/экосистема (если последняя включает древесную растительность) камерный метод не является удовлетворительным. Поэтому М.В. Глаголев в своей работе не ограничился одними лишь примитивными камерами, пусть даже и автоматическими. Автоматизированные измерения принципиально другим способом описаны в работе Алексейчика и др. [Alekseychik et al., 2017]: методом микровихревых пульсаций (в течение мая-августа 2015 г.) в подзоне средней тайги (СреТ) Западной Сибири определен обмен CO_2 между атмосферой и типичным верховым болотом, а также его энергетический бюджет. Было обнаружено, что данное болото действовало как мощный сток углерода (196 г $C/м^2$ за 4 месяца наблюдений). Важность этой работы обусловлена тем, что вообще в Сибири данным методом было выполнено очень мало исследований газообмена экосистем с атмосферой, а если говорить конкретно о зоне средней тайги Западной Сибири, то нам вообще не известно ни одной работы до рассматриваемой.

Картирование болот

Строго говоря, сами по себе работы МВ по измерению эмиссии метана из болот, даже наиболее известные в научном сообществе, не были самоцелью. Сверхзадачей МВ было: оценить поток CH_4 из почв (главным образом — болот) крупного региона, в идеале — суммарный поток для всей России. Конечно, замахнуться сразу на всю Россию было бы слишком самонадеянно. Поэтому сперва для своих региональных изысканий М.В. Глаголев выбрал Западную Сибирь; этот выбор следует признать весьма удачным в связи с сильной заболоченностью данного региона, обусловливающей его чрезвычайную важность в проблеме болотного метана как парникового газа. Прежде всего Михаил Владимирович попытался осмыслить существующее положение дел — понять, насколько хороши полученные другими исследователями оценки потока CH_4 с территории ЗаС. Результатом этого явилась небольшая работа [Glagolev and Kleptsova, 2011], где собраны и (после строгого анализа) подвергнуты почти разгромной критике почти все существовавшие на тот момент оценки. Итак, предстояло «засучить рукава» и самостоятельно решить проблему региональной оценки...

Простейшая математическая теория региональной оценки была дана в работе Глаголева [2007]. Очевидно, что для определения регионального потока газа необходимы не только собственно измерения удельных потоков в болотах (соответствующий банк данных описан в статье Шнырева и Глаголева [2006][1]), но и период времени, в течение которого болото способно выделять метан [Суворов и Глаголев, 2007], а также площади типичных болотных ландшафтов. Для ЗаС эти площади были оценены на основе современных ГИС-технологий, главным образом, благодаря энтузиазму и профессионализму любимой и, пожалуй, наиболее талантливой ученицы МВ — к.б.н. И.Е. Терентьевой [Terentieva et al., 2016; Терентьева и др., 2018; 2019; 2020]. Однако в рассматриваемых работах принимали участие и другие ученики и сотруд-

[1] К сожалению, МВ разрабатывал только саму концепцию такого банка данных, а его наполнение конкретной информацией было «отдано на откуп» соавтору. Поэтому возможность использования этого банка (по крайней мере в том виде, как это описано в указанной статье) до сих пор сомнительна.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

ники М.В. Глаголева — см., например, работу Ильясова и др. [2012].

Вообще, глядя из сегодняшнего дня на все, сделанное Михаилом Владимировичем более чем за четверть века в области оценки потока метана из почв России, хочется вспомнить слова Орловского [1980, с. 30], сказанные хотя и по другому поводу, но очень уместные здесь: «Это был действительно великий трудовой подвиг ученого, яркий в своей самобытности, но полузабытый последующими поколениями». Впрочем, справедливости ради следует отметить, что, во-первых, полузабытыми труды МВ назвать все-таки трудно (по крайней мере — пока), во-вторых, в основном работы по картированию болот были выполнены учениками и сотрудниками МВ, а сам он основное внимание уделял руководству измерениями УП CH_4 и CO_2 в различных экосистемах разных географических зон, помня предостережение московских почвоведов Богатырева и Смагина [2015]: «...повальное увлечение относительно простыми в освоении ГИС-технологиями... на основе имеющихся зарубежных программных продуктов, то есть по сути — картографирования, не обеспеченного должным объемом информации в масштабах РФ и ее крупных регионов и физически обоснованными подходами приводят к неожиданным и довольно спорным с экологической точки зрения результатам, например об огромном дисбалансе круговорота органического углерода».

Микробиология

В описываемые годы были продолжены традиционные для МВ (как выпускника кафедры биологии почв и бывшего сотрудника ИНМИ РАН) исследования в области биологии микроорганизмов метанового цикла. В частности, в работах Сабрекова и др. [2019]; [Sabrekov et al., 2020] была рассмотрена возможность охарактеризовать численность и потенциальную активность метанотрофов в почве при помощи числа копий генов *pmoA*. Вопрос о том, насколько эффективно данный показатель может быть использован для прогнозирования и моделирования актуальной активности потребления метана, до сих пор остается открытым. В указанных исследованиях производилось сравнение величин удельной скорости окисления метана почвой (при его атмосферной концентрации) и числа копий генов *pmoA*, определенного с помощью количественной полимеразной цепной реакции. Было показано, что определение лишь обилия метанотрофов не может считаться достаточным для оценки активности и прогноза величины метанотрофии в автоморфных почвах (по крайней мере, в исследованных в данной работе почвах лесных экосистем подзоны средней тайги Западной Сибири близ г. Ханты-Мансийск).

В работе Даниловой и др. [Danilova et al., 2021] впервые проведена оценка разнообразия бактериального сообщества в осадках таких интересных объектов, как недавно открытые поля метановых сипов, широко распространенных в средней тайге Западной Сибири. Локализованные исключительно в поймах небольших рек и ручьев, сипы обнаруживают значительную гетерогенность по форме, размерам и распределению в пространстве, а удельный поток метана из них может достигать чрезвычайно высоких значений, делая эти природные формирования значимым региональным источником. Информация о составе микроорганизмов, приуроченных к сипам, до сих пор оставалась фрагментарной и затрагивала лишь метанотрофные бактерии. В описываемой работе с помощью высокопроизводительного секвенирования генов 16S рРНК изучались микробы сипов, расположенных в пойме р. Большая Речка. Молекулярный анализ состава сообщества показал доминирование представителей *Gammaproteobacteria* и *Actinobacteria*. Значительная доля последовательностей была представлена филами *Chloroflexi*, *Desulfobacterota* и *Bacteroidota*. Представители *Acidobacteriota* и *Verrucomicrobiota* выявлены в количестве 1.5–2.7 и 1–1.9%, соответственно. В метанотрофном сообществе преобладали бактерии рода *Methylobacter*. Наиболее многочисленная (8%) операционная единица видового уровня была представлена *M. tundripaludum*. Последовательности метанотрофных Alphaproteobacteria в сипах выявлены не были. Полученные результаты указывают на существование в осадках мелководных сипов смешанного микробного сообщества, ведущая роль в котором принадлежит метанотрофам *Gammaproteobacteria*.

Кроме того, Михаил Владимирович выполнил ряд интересных работ в новой для себя области — микологии[1]. В своей статье [Глаголев и др., 2016] он обобщил сравнитель-

[1] То, что человек в далеко уже не юношеском возрасте осваивает совершенно новые для себя области деятельности, может показаться удивительным. Конечно, можно было бы сказать, что грибы (важные аллергены, патогены растений, животных и человека, образующие токсины и являющиеся агентами биодеградации естественных и искусственных материалов), будучи чрезвычайно интересным объектом, способны увлечь любого любознательного исследователя любого возраста. Однако нам кажется, что большую роль здесь сыграли, скорее, личные обстоятельства. Михаилу Владимировичу довелось близко познакомиться и поработать с выдающимся микологом современности – д.б.н. Ольгой Евгеньевной Марфениной и юным энтузиастом-биологом – к.б.н. Ниной Владимировной Филипповой. Думается, именно они увлекли его задачами микологии.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

но немногочисленные теоретические и экспериментальные работы, посвященные моделированию динамики биоаэрозолей в приземном слое атмосферы. Акцент в этой публикации был сделан на тех процессах и количественных закономерностях, которые важны для расчета динамики грибного аэрозоля, состоящего из спор и вегетативных клеток различного диаметра. Описаны ключевые процессы, определяющие динамику биоаэрозоля в приземном слое атмосферы: эмиссия, гравитационная седиментация, турбулентная диффузия, вымывание осадками, соударение частиц и ряд других.

МВ принял также участие и в чисто экспериментальной работе [Марфенина и др., 2016], в которой было проведено определение численности грибных диаспор, оседающих из приземных слоев воздуха, на участках с разным растительным покровом (березняке и травянистой площадке в Москве). Было установлено, что численность грибных спор, оседающих на 1 м^2 за сутки, составляла ~10^5, а в августе наблюдалась наибольшая седиментация грибных диаспор — до 10^6. При этом седиментация грибных диаспор в лесном биотопе была в 2–3 раза выше ночью, а на открытом травянистом участке суточных колебаний не выявлено. Наконец, методом регрессионного анализа было показано, что отличия в оседании грибных спор связаны с различиями в скорости ветра и интенсивности его порывов.

Моделирование экологических процессов и другие математические методы

Как отмечали российские почвоведы-патриоты Богатырев и Смагин [2015], «после упадка науки в 90-х годах, эмиграции ведущих исследователей уровня проф. Я.А. Пачепского за рубеж, фактически прекращения активных фундаментальных разработок в данной сфере в некогда ведущих отечественных центрах АФИ (Санкт-Петербург), ИПФС (Пущино-на-Оке), МГУ, развитие численного моделирования в отечественном почвоведении стало уделом редких одиночных специалистов, среди которых нельзя не отметить активное творчество... М.В. Глаголева». Разумеется, и мы в нашем обзоре не можем обойти стороной эту сферу деятельности Михаила Владимировича (тем более, что именно на нее указывают ученые такого класса). Что же было сделано им «после упадка науки в 90-х годах»?

Мы не будем здесь останавливаться на самых первых работах МВ, посвященных математическим методам биокинетики, поскольку это были хотя и вполне добротные (по крайней мере, для своего времени), но совершенно рутинные приложения общеизвестных численных методов решения алгебраических, трансцендентных и дифференциальных уравнений к моделям микробиологической кинетики. Разве что имеет смысл упомянуть малоизвестную статью [Паников и др., 1993]. В ней М.В. Глаголев использовал довольно экзотический метод[1] для определения параметров математической модели. Он назвал этот метод «обобщенной линейной регрессией», поскольку суть метода, как ему казалось тогда, состояла в том, чтобы найти преобразование, которое привело бы нелинейную задачу к линейной. Конечно, речь идет не о простейших всем известных преобразованиях типа элементарного логарифмирования для превращения нелинейной функции $y = e^{\mu \cdot x}$ в линейную $Y = \ln(y) = \mu \cdot x$, а о гораздо более изощренных. Например, в цитированной работе показано, что встречающаяся в биокинетике функция

$$y(x) = a \cdot e^{\mu \cdot x} + b \qquad (1)$$

может быть представлена в виде:

$$y(x) = k_0 + k_1 \cdot f_1(x) + k_2 \cdot f_2(x), \qquad (2)$$

где k_0, k_1 и k_2 выражаются через параметры a, μ и b, а так называемые «опорные функции» f_1 и f_2 в данном случае имеют вид:

$$f_1(x) = \int_0^x y dx; \quad f_2(x) = x.$$

Очевидно, что если есть набор экспериментальных данных $y_i(x_i)$, то гораздо легче определить (при помощи многомерной ***линейной*** регрессии) параметры k_0, k_1 и k_2 из (2) и потом найти a, μ и b (решив уравнения, связывающие эти параметры с k_0, k_1 и k_2), чем непосредственно искать при помощи ***нелинейной*** регрессии a, μ и b, сопоставляя (1) с экспериментальными данными.

До начала XXI в. Михаил Владимирович выполнил несколько подобных работ, но следует признать, что они носили еще бессистемный характер: решалась одна задача, потом другая, не связанная с ней, потом третья, кажущаяся совершенно случайной на фоне первых двух... Однако с наступлением текущего века ситуация

[1] Как он нам рассказывал, это было очередное «изобретение велосипеда»: Михаил Владимирович в юности самостоятельно «переоткрыл» этот редко публиковавшийся и потому малоизвестный метод, а уже потом узнал, что мировой науке он давно известен: в прошлом веке данный способ носил название «метод опорных функций» [Безденежных, 1973, с. 147–150], а теперь встречается и менее удачное, на наш взгляд, название «линеаризация с численным интегрированием данных» [Коробов и Очков, 2009, с. 142–145].

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

в корне изменилась. В небольшой методологической работе [Шнырев и Глаголев, 2001] была дана очень четкая классификация математических моделей экологии: (а) эмпирические регрессионные модели; (б) модели, основанные на процессах, (в) модели смешанного типа, содержащие как регрессионные уравнения, так и уравнения, исполненные физического смысла. После глубокого анализа особенностей всех этих типов моделей был сделан вывод о том, что на современном этапе развития науки наиболее полезны модели смешанного типа. В [Глаголев и Смагин, 2000] была представлена базовая математическая модель такого типа для описания пространственно-временной динамики нелинейных биокосных систем (в частности, почвы). К счастью, эта модель оказалась хорошо известной системой одномерных (по пространству) уравнений типа «диффузия + кинетика», что в значительной мере снимало проблему программного обеспечения для работы с моделью. В основном на этой методологической базе в дальнейшем и развивались исследования МВ по моделированию конкретных систем.

В работе [Глаголев, 2004] рассмотрены количественные соотношения, описывающие зависимость скоростей образования и потребления метана от факторов среды. Предложены новые математические модели, более адекватные экспериментальным данным, нежели использовавшиеся раньше. Приведены собственные и литературные данные о характерных значениях параметров, которые возможно использовать в глобальных моделях эмиссии метана. Показано, что необычно высокие значения Q_{10} для метаногенеза, отмечаемые в литературе, отчасти могут быть обусловлены искажениями, связанными с неудачным мониторингом температуры и способом вычислений.

В работе Сабрекова и др. [Sabrekov et al., 2016] представлена процессно-ориентированная модель поглощения метана почвами. Экспериментальные данные, полученные авторами в лесах и полях южной части ЗаС, а также взятые из литературы для других регионов мира, оказались в относительно хорошем соответствии с расчетом по модели. Говоря о данной работе, важно подчеркнуть, что в ней применяется обычная для МВ (но пока еще не общепринятая) методология: коэффициенты модели не подгоняются под результаты измерений в конкретной экосистеме, а берутся из литературных данных. Михаил Владимирович так пояснял этот подход: «Если бы, например, в физике для расчета орбиты разных планет значение гравитационной постоянной мы бы подбирали каждый раз заново — считали бы мы физику серьезной наукой? Так же и в математической экологии. Если она претендует на по-настоящему научное знание, значит, величины, определенные одними исследователями, должны быть применимы в моделях других исследователей (и должны приводить к разумным результатам)».

В последующей работе [Sabrekov et al., 2017] была разработана процессно-ориентированная модель эмиссии метана из небольших озер. Эта модель продемонстрировала хорошее соответствие с экспериментальными данными, полученными на озерах южной тайги ЗаС, а для озер СреТ результаты расчетов были несколько хуже. Исследование данной модели показало, что, вероятно, потенциальная скорость метаногенеза существенно различается в указанных природных зонах. Кроме того, оно позволило предположить, что кроме температуры, pH и глубины озера, на эмиссию сильное влияние оказывает доля заполненных газом пор в озерных осадках. Казалось бы — обычная работа в области математического моделирования... Но МВ привнес в нее и некоторую «изюминку»! А именно: им была обоснована возможность применения интенсивно развивающейся сейчас теории самоорганизованной критичности к описанию процесса выделения газовых пузырей из озер (т.е. сформулирована гипотеза о том, что пузыри в осадках представляют собой самоорганизующуюся систему в критическом состоянии).

В работе Глаголева и др. [Glagolev et al., 2017] была представлена доработанная версия модели WeMEM (исходная версия была опубликована в более ранней статье [Glagolev et al., 1998]), предназначенная для оценки эмиссии метана из болот в региональном масштабе. Доработка заключается в снабжении исходной версии простой моделью почвенного климата, использующей имеющиеся в свободном доступе метеорологические данные: среднемесячные температуры, суммы осадков и глубины расположения «вечной мерзлоты».

Весьма интересной для специалистов может явиться статья [Глаголев и др., 2021], где построена математическая модель конвективного переноса газа в болоте, движущей силой которого является повышение давления, вызванное тем, что в газовую фазу почвы непрерывно добавляется газ, образующийся из негазообразных субстратов (например: $CH_3COOH \rightarrow CH_4 + CO_2$). Парадоксальность современного состояния дел состоит в том, что в традиционных моделях эмиссии метана из болот механизм транспорта (кроме диффузии) либо вообще не описывается, либо описывается чисто эмпирически, тогда как в моделях эмиссии из полигонов захоронения бытовых

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

отходов часто используются физически обоснованные уравнения, включающие, в том числе, и конвективный член. Работая в обеих этих областях, МВ успешно попытался перенести «мусорную премудрость» на «болотную почву».

В работе Локшиной и др. [Lokshina et al., 2019] по данным инкубационных экспериментов с пробами торфа из эвтрофного болота с добавлением и без $CH_2FCOONa$ (ингибитора, подавляющего ацетокластический метаногенез) была построена динамическая математическая модель, описывающая вклад различных групп микроорганизмов в разложение органического вещества и образование CH_4 и CO_2 (с учетом стабильных изотопов ^{12}C и ^{13}C, поскольку данные по изотопному составу также были доступны из эксперимента). Моделирование показало, что метан образовывался по пути «ацетогенез → ацетокластический метаногенез», тогда как «водородный» («гидрогенотрофный») путь метаногенеза играл подчиненную роль. В связи с этим интересно отметить, что ранее для олиготрофных и мезотрофных болот данного региона была показана, напротив, значительная роль «водородного» пути (впрочем, так и должно быть, согласно большинству современных исследований путей метаногенеза и их взаимосвязи с трофностью болота).

В этом же разделе упомянем и участие МВ в работе Краснова и др. [Krasnov et al., 2015], где решаются математические задачи обработки результатов измерений автоматизированным комплексом FLUX-NIES (совершенствуется алгоритм расчета потоков CO_2 и CH_4). Вообще же усовершенствованная теория камерных методов измерения (как динамического, так и статического) была сформулирована в статье Глаголева и Янина [2007][1].

[1] К сожалению, в этой статье по вине издателей (поскольку в рукописи, как может засвидетельствовать один из нас, все было правильно) допущена нелепая ошибка, которую мы спешим сейчас исправить. Одно из основных уравнений (условие применимости линейной теории статического камерного метода) имело вид: $t = H \cdot [2 \cdot \Delta C/(H \cdot k + D')/(F - H \cdot k \cdot C)]^p$, где t – время (ч), до которого применима линейная теория расчета потока; $H = V/S$; V и S – соответственно, объем (м^3) и площадь основания камеры (м^2); ΔC – абсолютная погрешность измерения концентрации газа (мг/м^3); k – удельная скорость поглощения метана в камере (1/ч); предполагается, что для поглощения справедлива кинетика 1-го порядка); C –концентрация определяемого газа (мг/м^3) в атмосфере вне камеры; F – удельный поток газа из почвы (мг · м$^{-2}$ · ч$^{-1}$); $D' = D/z$; D – коэффициент диффузии газа в почве (м2/час); z – глубина на которую камера врезана в почву (м); $p = 1/2$. Гореиздатели, вероятно, хотели заменить 1/2 на 0.5, но вместо этого написали 5.

Несколько особняком стоит статья Каллистовой и др. [Kallistova et al., 2019], написанная по просьбе сотрудников ИНМИ РАН (и совместно с ними). Она посвящена вопросам статистического анализа: авторы попытались разобраться в основных сложностях, возникающих у исследователя, работающего в области экологической микробиологии, при попытке статистически проанализировать результаты экспериментов. Например, классические параметрические тесты, наиболее часто используемые в современных экспериментальных работах, применимы только при соблюдении условия нормального распределения случайной величины. Но нормальность распределения необходимо доказывать, а доказать его можно лишь при минимальной выборке 20–30 независимых измерений, что является весьма трудно достижимым для инкубационных, изотопных и молекулярно-биологических экспериментов. При этом реальные распределения обычно отличаются от нормальных, а сами нормальные распределения могут рассматриваться лишь как некоторая аппроксимация. Здесь может помочь использование методов непараметрической статистики, которая не зависит от типа распределения, что является важным преимуществом. Кроме микробиологии, в рамках данной публикации был рассмотрен типичный пример из физики почв: статистическая обработка результатов измерения почвенного поглощения метана. Показано, что ***нормальное распределение пористости аэрации*** почвы ***может приводить к распределению скоростей потребления метана, существенно отличному от нормального***. В этой ситуации при анализе выборки скоростей потребления параметрическим методом, опирающимся на нормальное распределение, исследователь вынужден будет отбросить наибольшие значения скоростей, поскольку они не отвечают соответствующему критерию и могут рассматриваться как случайные ошибочные «выбросы». Однако, будучи такими выбросами с точки зрения нормального распределения, на самом деле они ими не являются, ибо по своей природе должны удовлетворять совершенно другому распределению. Таким образом, отбрасывание этих элементов выборки приводит к существенной потере информации и искажению среднего значения скорости поглощения метана почвой.

Наконец, большой отдельной темой в исследованиях М.В. Глаголева последних лет является применение теории плохо обусловленных

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

и некорректных задач[1] в экологии и почвоведении. В работе Сабрекова и Глаголева [2019] проанализированы некоторые ***прямые*** задачи расчета пространственного распределения концентрации органического вещества в почве и показана их некорректность по Адамару (в связи с нарушением условия существования решения). Однако большая часть исследований как в современной математике вообще, так и в работе Михаила Владимировича в частности, посвящена некорректности ***обратных*** задач.

В статье Сабрекова и др. [2018] рассмотрена некорректная ОЗ вычисления переменной по глубине константы окисления метана в почве. На основании метода регуляризации предложен алгоритм решения этой задачи с использованием сравнительно просто получаемых полевых данных: почвенных профилей концентрации метана, а также профилей объемной влажности, общей пористости и температуры. Алгоритм основан на решении эллиптического уравнения четвертого порядка с помощью метода пятидиагональной прогонки. Проведено сопоставление результатов численного восстановления константы окисления метана с ее значениями, измеренными в лабораторном эксперименте с образцами почвы. Соответствие оказалось удовлетворительным ($R^2 = 0{,}75$, $n = 24$), но, в целом, восстановленные значения константы более чем в полтора раза превышали лабораторные значения. Это может быть связано как с погрешностью предложенного алгоритма восстановления, так и с тем, что в лабораторных экспериментах не учитывалась метанотрофия на корнях растений.

В работе Моченова и др. [2017] проведена проверка обусловленности почвенно-градиентного метода, разработанного на факультете почвоведения МГУ для измерения потока метана и ряда других величин. В исходные данные вносилась погрешность, после чего определялась погрешность рассчитываемых по ним потока метана, скоростей его продукции и потребления. Показано, что погрешность результатов возрастала на порядки больше погрешности данных, что свидетельствует о плохой обусловленности метода.

Аналогичный способ (определение погрешности результата по отношению к искусственно внесенной погрешности исходных данных) был применен в статье Глаголева и Сабрекова [2019] для анализа обусловленности ОЗ идентификации параметров модели распределения почвенной органики по глубине. В результате было показано, что при заданных (i) математической модели, (ii) наборе экспериментальных данных и (iii) погрешности, задачи определения некоторых параметров модели являются хорошо, а других — плохо обусловленными. Это позволило объяснить неудачную попытку решения указанной проблемы идентификации параметров в работе Смагина и др. [2001, с. 87–88].

Другие работы и жанр дискуссий

В статьях Филипповой и Глаголева [Filippova and Glagolev, 2017; 2018] было апробировано применение метода «standard litter (tea) decomposition» на коротком временном интервале (3 мес.) для сравнения констант скорости разложения подстилки (k) в различных экосистемах подзоны средней тайги Западной Сибири (близ г. Ханты-Мансийск). Чтобы обеспечить возможность сравнения полученных результатов с результатами других исследовательских групп (получаемых в иных местообитаниях), использовался стандартный протокол, разработанный «TeaComposition initiative». Обнаружено, что величины k существенно различаются в разных экосистемах: в лесу k была значительно выше, чем в болотных местообитаниях; внутри болотных биоценозов также наблюдались значимые различия, например, в ряме k была ниже, чем в сфагновой мочажине.

Много времени и внимания Михаил Владимирович уделяет работе по рецензированию научных трудов, оппонированию диссертаций, редактированию и правке работ своих сотрудников и учеников. Написанные им отзывы и рецензии отличаются глубоким содержанием, тщательностью проведенного анализа, богатством попутно высказанных соображений. В обзоре Янина и Филиппова [2016] уже говорилось о том, что МВ, по-видимому, является одним из первых, кто стал публиковать в виде научных статей (см. [Глаголев, 2013]) отзывы на

[1] Задача называется корректной (по Ж. Адамару) если: (1) ее решение существует, (2) оно единственно и (3) непрерывно зависит от входных данных (или, иначе, «устойчиво по входным данным»). К классу некорректных задач относятся такие, в которых какое-либо из этих условий не выполнено [Самарский и Вабищевич, 2004, с. 16, 21]. С точки зрения практических вычислений, к некорректным примыкают так называемые плохо обусловленные задачи, формально являющиеся корректными.

Задачу называют плохо обусловленной, если малым погрешностям входных данных (δf) отвечают сильные изменения решения (δv). Величина α в неравенстве $\delta v \le \alpha \cdot \delta f$ называется числом обусловленности (здесь δv и δf – имеют смысл относительных погрешностей). Для плохо обусловленной задачи $\alpha \gg 1$. Но точный ответ на вопрос о значении α, при котором следует признать, что задача стала плохо обусловленной, существенно зависит от предъявляемых требований к точности решения и от уровня обеспечиваемой точности исходных данных [Амосов и др., 2008, с. 54–55].

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

диссертационные работы и авторефераты. Эту экзотическую (для научной периодики) деятельность он продолжил и в описываемые годы. Так, в ряде блестящих работ [Глаголев и Сабреков, 2016; Глаголев и Терентьева, 2016; Сабреков и Глаголев, 2016] им разоблачается вся та ложь, которая была возведена на работы его группы в диссертации Шнырева. Излишне говорить, что эта серия статей вызвала бурю возмущения в определенных кругах научного (или, скорее, квази-научного) сообщества. Некоторые посчитали даже, что МВ пытался воспрепятствовать успешной защите. Поскольку непосредственно на заседании диссертационного совета, полагаем, были немногие из читателей и, следовательно, лишь немногие знают, что на прямой вопрос председателя: «Вы считаете, что Шнырев достоин степени или нет?» Михаил Владимирович ответил совершенно четко: «Достоин», хотим привести иные очевидные аргументы. Во-первых, понятно, что если бы он хотел воспрепятствовать, то, как положено в таком случае, должен был бы написать соответствующее заявление в ВАК (содержащее те материалы, которые опубликованы в рассматриваемых статьях) или хотя бы представить в Диссертационный совет отрицательный отзыв на автореферат. ***Ничего этого он не делал!*** Во-вторых, точно известно, что ***МВ опубликовал эти статьи только после того, как получил заверения от знакомых экспертов ВАК, что подобные статьи ВАКом ни в коем случае не будут рассматриваться*** как заявление или отзывы. На наш взгляд, позиция его была максимально честной и порядочной (по отношению к диссертанту),[1] сам он сформулировал ее так: «Мешать защите, вредить Шныреву я не буду — пусть он становится кандидатом, но научному сообществу сообщить истину я обязан».

Из других статей, опубликованных в разделе «Дискуссии», упомянем статьи МВ и Карелина [Глаголев, 2014; Karelin et al., 2020]. Прежде всего, хотелось бы обратить внимание читателя на необычную форму последней статьи. Ранее формат «Дискуссий» в ДОСиГИК предполагал написание одним автором (или группой авторов) статьи, открывающей дискуссию, затем написание ответа ему — другой статьи или статей — другими авторами. Однако в работе [Karelin et al., 2020] слово поочередно предоставляется обеим сторонам, что создает у читателя впечатление, будто бы он действительно присутствует на живой дискуссии двух крупных ученых.

А теперь — о содержании. Статья написана по мотивам принятия в РФ новой балльной системы оценки научной деятельности институтов РАН. Понятно, что как бы ни была прекрасна та или иная реформа, все равно найдутся и критики, которые восстанут против нее. Неудивительно, что с принятием этой новой оценочной системы в научном сообществе появились ее противники. В рассматриваемой статье их позицию сформулировал д.б.н. Д.В. Карелин, а к.б.н. М.В. Глаголев, будучи сторонником реформ (конечно, взвешенных и осторожных!), сформулировал доводы в защиту данной системы. Наконец, А.Ф. Сабреков сделал попытку сопоставить высказанные аргументы и сформулировать итог дискуссии. В статье обсуждаются вопросы достаточности финансирования российской науки, вклада российских ученых в общее количество публикаций по всему миру, оплаты труда ученых и финансирования исследований за счет грантов, работы различных систем оценки труда ученых (принятых как в вузах, так и в академических институтах), влияния этой системы на развитие отечественных научных журналов, специфики современного научного процесса и т.д. С обеих сторон дискуссии предлагаются различные административные решения накопившихся проблем. Но МВ не был бы МВ, если бы даже и в такой, в общем-то, тривиальный набор современного интеллигентского «критиканства» не внес бы некоторую искру истины, не побоявшись ее «неполиткорректности». Речь идет... Нет, пожалуй, оставим интригу! Пусть читатель обратится к первоисточнику и узнает, какую же новую причину отставания отечественной науки от зарубежной МВ присовокупил к тем, о которых и так уже все знают.

[1] Может возникнуть вопрос: является ли она столь же справедливой по отношению к российской науке? Ведь если Глаголев считал, что диссертация никуда не годится (а это ясно видно из трех упомянутых статей), то справедливо ли будет, что такой кандидат наук сможет теперь, например, претендовать на более высокую должность? Однако, выступая на защите Шнырева, МВ аргументировал свою позицию: предыдущий вариант диссертации, по которому Н.А. Шнырев «предзащищался» на кафедре, позволяет однозначно говорить, что он достоин степени к.б.н. И на этой «предзащите» Михаил Владимирович вместе со всеми присутствовавшими сотрудниками кафедры голосовал за допуск к защите. В дальнейшем после очередной – уже второй – смены научного руководителя текст диссертации был существенно переработан в сторону явного ухудшения. Именно при третьем руководителе в диссертации появилось большинство тех ошибок, которые разоблачаются в рассматриваемых статьях и которых не было во время предзащиты! Но это не может умалить того факта, что Н.А. Шнырев оказался способен написать вполне приличную диссертацию.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Учебные и обзорные публикации

Выше при изложении основных научных трудов МВ мы старались сгруппировать их по тематике, хотя полностью соблюсти этот принцип («тематической агрегации») не удалось: из-за широчайшего разнообразия интересов Михаила Владимировича в предыдущем разделе пришлось собрать несколько крайне разнородных работ. И сейчас, в заключение, мы опять отступим от вышеуказанного принципа, собрав для удобства читателей (особенно молодых — студентов, только начинающих серьезно знакомиться с основами наук) несколько обстоятельных обзорных и учебных работ МВ. Расположены они будут не в хронологической последовательности, а в соответствии с тем, насколько они глубоко (на наш взгляд) освещают ту тематику, которой посвящены, и, соответственно, насколько они кажутся нам полезными. Причем, упорядочены они будут, как говорится, от «лучших — к хорошим», поскольку, с психологической точки зрения, обычно интерес читателя подсознательно убывает от начала к концу раздела.

Богатейший опыт Михаила Владимировича в области измерения потоков парниковых газов в экосистемах отражен в написанном им обстоятельном учебном пособии [Глаголев и Филиппов, 2011]. К сожалению, изданная до смешного малым количеством экземпляров, эта книга сейчас является библиографической редкостью, и практически совершенно недоступна читателям (по крайней мере, в бумажном варианте). Более доступен ее крайне редуцированный вариант — обзор [Glagolev et al., 2021]. Но понятно, что при сокращении объема материала примерно в 5 раз, ***учебное*** пособие перестало исполнять свою учебную функцию. Существует и еще более краткий вариант обзора методов измерений эмиссии — [Смагин и Глаголев, 2004]. Последняя работа оставляет двоякое впечатление. С одной стороны, для начинающих она, быть может, даже более полезна, чем предыдущая, поскольку содержит конкретные рассчетные формулы. Однако, в связи с явной ориентацией именно на начинающих (напомним, что данная статья представляет собой материалы лекции, прочитанной на летней болотоведческой школе), в ней совершенно не затрагивается целый ряд наиболее современных методов. В описываемый период времени увидели свет также и обзоры Коцюрбенко и др. [Kotsyurbenko et al., 2019; 2020], дополняющие друг друга и дающие относительно подробную картину микробиологических процессов метаногенеза в почвах.

Нельзя не вспомнить и неплохой обзор [Глаголев и др., 2018], который, смеем надеяться, принесет большую пользу тем, кто начинает осваивать интереснейшую тематику применения дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом в моделировании биологических процессов. Данная публикация представляет собой адаптированную к формату журнальной статьи часть лекции курса «Математическое моделирование биологических процессов», читавшегося Михаилом Владимировичем в Югорском государственном университете. В ней наиболее подробно рассматриваются модели указанного выше типа, описывающие популяционную динамику. Отметим, что, в отличие от традиционных статей и книг по данной тематике, МВ показывает, что часто модели с запаздыванием приводят к решениям, лишенным биологического смысла.

Ради полноты картины рассмотрим и не слишком удачную статью МВ [Глаголев, 2008]. Впрочем, к ее содержанию претензий у читателя быть не должно, скорее — к ее чрезвычайной конспективности[1]. А если говорить о содержании, то в этой статье описывалось состояние дел в области изучения болот как источников/стоков парниковых газов, и обрисовывались перспективы этих исследований. Причем, последние можно рассматривать и в качестве прогноза того, как будут развиваться исследования в ближайшие годы. Прогноз этот состоял из 5 частей. Во-первых, необходимо выделить (будут выделены) новые метанотрофы, характерные не только для различных природных зон,

[1] Но как раз в этом виноват вовсе не МВ. Насколько нам известно, М.В. Глаголеву предложили написать обстоятельный обзор для, как ему объяснили, новой серии журнала «Вестник ТГПУ», посвященной болотоведению и торфоведению. Если бы серия состоялась, то, вероятно, ее редакторы смогли бы постепенно опубликовать полностью материалы всех авторов, к которым они обращались. Но этого не произошло: болотоведческой тематике в 2008 г. был отдан только один лишь вып. 4 указанного «Вестника...» (научный редактор данного выпуска – Л.И. Инишева), а, например, в 2009 г. болотоведению была отдана лишь часть вып. 3, где оно оказалось вместе с такими разделами, как «Психофизиология», «Патофизиология», «Кардиология и функциональная диагностика». Итак, обзор Михаилом Владимировичем был написан, после чего без согласования с ним редакторы урезали большой обзор до... «краткого сообщения» (оставив менее 4 страничек, одну из которых почти целиком занимал список литературы). Причем резали настолько «по живому», что даже иногда не удосуживались внести необходимые исправления в остающийся текст, в котором, в частности, остались ссылки на «рис. 1», но сам рисунок из статьи был выброшен (остальные рисунки тоже были выброшены, но уже вместе с абзацами, в которых они упоминались).

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Таблица 2

Тематика некоторых* докладов семинара «ПаГАП», организованного М.В. Глаголевым.

Дата	Тема	Докладчик	Организация
10.04.2015	Оценка неопределенности при расчете потерь углерода на осушенном торфянике	к.б.н. М.В. Чистотин	ВНИИ Агрохимии им. Д.Н. Прянишникова
		Г.Г. Суворов	Институт лесоведения РАН
25.11.2016	Дистанционное зондирование болот	И.Е. Терентьева	Томский государственный университет
02.12.2016	Потоки CO_2 и CH_4 в летний период на осушенном торфянике в условиях лесостепи республики Башкортостан	Д.В. Ильясов	Институт лесоведения РАН
02.12.2016	Потребление метана автоморфными почвами. Часть I: основные понятия	А.Ф. Сабреков	Институт лесоведения РАН
17.02.2017	Потребление метана автоморфными почвами. Часть II: моделирование, спорные вопросы	А.Ф. Сабреков	Югорский государственный университет
03.03.2017	Классификация болот и заболоченных территорий	А.И. Чуркина	МГУ
31.03.2017	Новые пути образования и выделения метана эукариотами	А.А. Лебедев	МГУ
07.04.2017	Эмиссия метана и углекислого газа в периодически заболачиваемых лесах	А.И. Чуркина	Институт водных проблем РАН
13.10.2017	Проблемы пространственной и временной экстраполяции данных об эмиссии метана из озер	А.Ф. Сабреков	
03.11.2017	Выделение метана деревьями	А.И. Чуркина	
17.11.2017	Эмиссия CH_4 и CO_2 из ненарушенных, осушенных и разработанных торфяников	С.Ю. Моченов	МГУ
24.11.2017	Первое опубликованное исследование потребления CH_4 экосистемой, проведенное методом турбулентных пульсаций (eddy covariance)	А.Ф. Сабреков	Томский государственный университет
28.09.2018	Quantifying Arctic Carbon Dioxide and Methane Emissions and Their Feedbacks to the Global Climate System	Prof. Quianlai Zhuang	Purdue University

***Примечание.** Мы указали лишь некоторые темы, стараясь продемонстрировать разнообразие как тематик докладов, так и организаций, представляемых докладчиками. Ученая степень и место работы докладчика указаны по состоянию на момент выступления, а не на настоящее время.

но и для всех типичных местообитаний в этих зонах; будет подробно изучена сложная система процессов цикла метана в болотных почвах, описывающая как микробов, разрушающих сложную органику и поставляющих субстраты для синтеза CH_4, так и тех, которые конкурируют с метаногенами за субстрат. Во-вторых, нужно разобраться, наблюдается ли в болотах анаэробное окисление метана, и если да, то какие агенты его осуществляют. В-третьих, следует выяснить механизм транспорта метана из почвы в атмосферу, связанный с растениями. В-четвертых, для получения надежных региональных оценок потока CH_4 необходимо будет выполнить достаточное количество измерений во все сезоны и во всех важных для эмиссии метана местообитаниях. И наконец, в-пятых, нужно выработать стандартную методику измерения эмиссии CH_4. Нельзя не признать, что почти вся эта программа была мировой наукой за прошедшие годы успешно выполнена (разве что за исключением пункта о так до конца и не разгаданном транспорте метана, «связанном с растениями»): были найдены новые, подчас уникальные, метанотрофы [Dedysh et al., 2015; Danilova et al., 2016; Dedysh and Dunfield, 2018; Tveit et al., 2019]; получены доказательства существования анаэробного окисления CH_4 в

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

болотах [Smemo and Yavitt, 2007; 2011; Segarra et al., 2013; Dorodnikov et al., 2015]; проведены круглогодичные измерения эмиссии метана в ряде местообитаний [Altor and Mitsch, 2008; Lohila et al., 2016; Renou-Wilson et al., 2016]. Несколько сложнее обстоит дело со стандартизацией измерений. Хотя и в этом направлении были предприняты значительные усилия [Franz et al., 2018; Pavelka et al., 2018], и с теоретической точки зрения проблему можно считать решенной, однако, на практике далеко не все исследовательские группы в настоящее время придерживаются единого стандарта.

Считаем нужным упомянуть и небольшую статью об экологической роли водно-болотных ресурсов России [Добровольский и др., 2011]. Понятно, что на пяти страницах подробно раскрыть столь объемный вопрос почти невозможно. Но авторам в значительной мере это удалось, что не удивительно, поскольку данная работа написана, можно сказать, «титанами почвенной мысли» — известными учеными современности и ведущими почвоведами недавнего прошлого. Иначе говоря, упоминая эту статью, мы преследуем и еще одну цель — показать, в состав какого «звездного» авторского коллектива был приглашен М.В. Глаголев, что, безусловно, является косвенным указанием на его место в современной болотной науке. Действительно, среди авторов мы видим профессора Льва Оскаровича Карпачевского, академика РАН Глеба Всеволодовича Добровольского, «трижды академика»[1] (Адыгской Международной Академии наук, Европейской Академии наук и Академии медико-технических наук) Юнуса Нуховича Ашинова[2] и др.

Наконец, упомянем даже не микрообзоры, а, если так можно выразиться, «нанообзоры» [Panikov and Glagolev, 1999; Тарасов и др., 2000], посвященные совместным российско-японским исследованиям по проблеме парниковых газов на полевом стационаре «Плотниково» Института почвоведения и агрохимии СО РАН. Но именно лишь упомянем, поскольку первый из них представляет собой всего лишь тезисы даже не конференции, а рабочего совещания, а второй достаточно подробно уже был описан ранее в работе Фролова и Глаголева [Frolov and Glagolev, 2020] вместе со всеми перипетиями, сопровождавшими его опубликование.

СЕМИНАР «ПАРНИКОВЫЕ ГАЗЫ: АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ»

В деле воспитания молодых специалистов у Михаила Владимировича заметен свой индивидуальный подход, напоминающий подход Николая Александровича Красильникова[3], о котором мы знаем из воспоминаний [Гутина, 1982, с. 56]. Он стремился прежде всего к воспитанию истинных исследователей, тружеников науки, старался развить в них творческую инициативу и самостоятельность научного мышления. Подобно великим российским микробиологам прошлого — Г.А. Надсону и Н.А. Красильникову — МВ никогда не отказывает в просьбе работать под его руководством. Все, кто у него учился или учится, проходили отнюдь не легкую школу под руководством требовательного учителя. Зато в самом начале своего научного пути ученики М.В. Глаголева становятся свидетелями и непосредственными участниками рождения нового в науке, что всегда является большим стимулом к научному поиску. Именно благодаря этому они превращаются в высококвалифицированных специалистов, способных к самостоятельной творческой деятельности в самых различных областях. Многие из них стали истинными исследователями природы, верными новаторским традициям своего учителя. Не можем не упомянуть здесь имена ряда ведущих ученых современности, как уже состоявшихся (к.б.н. М.А. Мастепанов), так и молодых исследова-

[1] Считаем нужным пояснить, что кавычки в данном случае использованы не из-за того, что мы подвергаем сомнению академические заслуги Юнуса Нуховича, а лишь чтобы избежать нарушения законодательства. Как известно, в России, согласно действующему постановлению Президиума Верховного совета РСФСР от 11.02.1991 г. «О некоторых вопросах использования наименований и символики РСФСР», прямо запрещено созданным и вновь создаваемым в инициативном порядке научным объединениям присваивать своим членам звание академика. Кроме того, в письме зам. пред. Правительства РФ Ю.Ф. Ярова от 10.12.1994 г. № 2632п-П40 указано, что правом присваивать титулы академика и члена-корреспондента обладают только государственные академии, в связи с чем называть академиком члена иных академий нельзя (подробнее с относящимися к этому юридическими тонкостями заинтересованный читатель может ознакомиться в [Гордеева и Филь, 2000; Постановление..., 2000]).

[2] http://www.best-pedagog.ru/ashinov-yunus-nuhovich-1

[3] В этом нет ничего удивительного, ибо МВ много лет работал в лаборатории, созданной отчасти «на руинах» Отдела почвенной микробиологии ИНМИ, а, как известно, ранее этим отделом руководил именно Н.А. Красильников. И, хотя они с МВ немного разминулись во времени (под руководством Николая Александровича Михаил Владимирович никогда не работал), безусловно, к моменту прихода МВ на работу в эту лабораторию, там многое еще должно было быть пропитано «красильниковским духом», который не могло не впитывать молодое поколение ИНМИшников.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Таблица 3

Тематика докладов М.В. Глаголева на семинаре «ПаГАП»

Дата	Тема	По материалам
06.11.2013	Использование нейронной сети для решения одной экологической задачи	[Zhu et al., 2013]
27.03.2014	Так сколько же на самом деле получают ученые в институтах Российской академии наук? (Финансовое положение в РАН на современном этапе)	
10.04.2014*	О «дифосфиновой» гипотезе самовозгорания болот	[Глаголев и Клепцова, 2013]
27.03.2015*	Написание качественной научной статьи: от планирования до публикации в высокорейтинговом журнале	[Налимов и Мульченко, 1969; Гретченко и Гретченко, 2009; Козлов, 2014; Мейлихов, 2014]
03.04.2015*	Физическое обоснование пузырькового переноса в болотах	[Глаголев и Клепцова, 2012]
27.10.2015*	Основы физико-математической теории «конца света»	
20.11.2015*	Математическое моделирование первичной продуктивности	[Adams et al., 2004]
18.12.2015*	Простая гидрологическая модель для расчета уровня стояния болотных вод	[Granberg et al., 1999]
18.03.2016	«Укороченные» (“short cut”) методы оценивания параметров математических моделей	[Безденежных, 1973; Ермакова, 1989; Марчук, 1991; Коробов и Очков, 2009]
18.11.2016	Алгоритмы SPLASH (v. 1.0) расчета метеопараметров для математических моделей экологии	[Davis et al., 2016]
10.03.2017	Упрощенная модель динамики уровня болотных вод	[Давыдов, 1947; Чечкин, 1970; Dingman, 2002; Frolking and Crill, 1994; Yurova et al., 2007]
14.04.2017	Жесткие дифференциальные уравнения в задачах математической биологии	[Ebert and Ederer, 1985]
20.10.2017	Глобальное обратное моделирование: история, методы, перспективы	[Houweling et al., 2016]
10.11.2017	О материалах доклада Л.Н. Юрганова (Канада) в ИФА РАН «Признаки растущей эмиссии метана в Арктике и суб-Арктике после 2014 г.»	

***Примечание.** Дату семинара нам установить не удалось, но наиболее вероятной считается приведенная (а точно можно сказать лишь, что семинар прошел не ранее указанной даты).

телей (А.Ф. Сабреков, к.б.н. И.Е. Терентьева, к.б.н. Д.В. Ильясов и к.б.н. Г.Г. Суворов).

Как считает МВ, одной из важных составляющих такой «школы науки» является научный семинар, на котором молодые исследователи могли бы регулярно делиться друг с другом информацией о новых методах и результатах. С этой целью благодаря энтузиазму Михаила Владимировича на каф. физики и мелиорации почв был организован регулярно действовавший семинар «ПаГАП» (табл. 2). Первоначальная попытка организации этого семинара относится к 2008 или 2009 г., но регулярно (раз в неделю) он начал работать лишь с 2013 г., и в таком режиме просуществовал до 2018 г. включительно, после чего заседания происходили от случая к случаю. Хотя сам МВ выступал на этом семинаре в среднем всего лишь три раза в течение учебного года (см. табл. 3), излишне говорить, что (как писал несколько по другому поводу проф. С.А. Кислицын [2013, с. 227]), «ему удалось... стать... официальным лидером неофициального... общества» — семинара «ПаГАП». И, конечно, мы не можем не процитировать здесь слова одного из ведущих почвоведов МГУ — проф. А.В. Смагина[1] [2013, с. 119], сказанные непосредственно о ПаГАП: «Жаль, что... тематические семинары еле держатся сейчас на энтузиазме и авторитете 3–4 человек. Среди них..., пожалуй, можно выделить... безусловно,

[1] На наш взгляд, оценка проф. Смагина «дорогого стоит». Ведь, как известно, М.В. Глаголев постоянно критикует его работы, находя в них одну ошибку за другой. Но, невзирая на это, Андрей Валентинович нашел объективные и теплые слова даже для своего неутомимого и, возможно, не всегда объективного критика. Пользуясь случаем, хотим выразить ему свое глубокое уважение.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

самого талантливого и успешного из них, сотрудника нашей кафедры Михаила Владимировича Глаголева, пытающегося проводить семинар по проблемам парниковых газов... и математическому моделированию».

Свои взаимоотношения с сотрудниками М.В. Глаголев строит не только на деловой основе. Он считал встречи в нерабочей обстановке средством к сплочению, укреплению дружбы и взаимопонимания[1]. В частности, практически после каждого заседания все желающие участники семинара «ПаГАП» во главе с МВ посещали один из ближайших к факультету почвоведения ресторанов «Якитория», где уже в совсем неформальной обстановке продолжали обсуждать насущные проблемы и идеи (впрочем, обстановка самого семинара также не была отягощена формализмом).

НАУКОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ: «САМЫЙ ЧИТАЕМЫЙ ЭКОЛОГ МИРА»

Появление автоматизированных библиографических систем, таких как Web of Science, Scopus, РИНЦ и др., позволяет теперь давать более или менее объективное заключение о вкладе, внесенном тем или иным ученым в мировую науку. Здесь мы хотим обратить внимание читателя на несколько таких систем. Начнем с наименее «официозной» — ResearchGate (RG), объединяющей в себе как библиографическую систему, так и социальную сеть. Данная система, среди прочего, сообщает пользователю различную статистическую информацию и, в частности, раз в неделю оповещает о каких-либо его заметных достижениях. Например, о том, что он оказался самым читаемым автором на своей кафедре, в своем университете и т.д. (конечно, имеется в виду — самым читаемым автором среди тех сотрудников, кто зарегистрирован на ResearchGate, впрочем, ныне число пользователей этой системы весьма велико).

Практически еженедельно МВ оказывался таким «самым читаемым автором» кафедры физики и мелиорации почв МГУ. Поначалу это вызывало у нас восхищение, однако со временем стало восприниматься как нечто само собой разумеющееся. Но вдруг... ResearchGate сообщила, что в одну из недель Михаил Владимирович стал самым читаемым автором в МГУ! Поверить в это было весьма трудно, учитывая, сколько (и каких!) корифеев-академиков работает в стенах этого (одного из лучших в России!) вуза. Однако, дальше — больше! Согласно очередному сообщению RG, сбылась мечта МВ, и он стал, так сказать, «калифом на час», оказавшись на одну неделю самым читаемым экологом в мире (рис. 1)!!!

К счастью, ResearchGate не ограничивается лишь суммарной статистической информацией, а позволяет проследить, сколько было обращений к конкретным статьям, а иногда и — от кого конкретно или, хотя бы, из каких учреждений (на худой конец — из каких стран). Как видно из рис. 2, такой феерический интерес вызвала статья [Глаголев и Лапшина, 2012], посвященная не столько экологии, сколько вопросам организации научной деятельности, в частности, справедливому учету и оплате труда научных сотрудников. Впрочем — какая разница?! Победителей — не судят! Это достижение навсегда будет вписано в биографию Михаила Владимировича золотыми буквами! И вряд ли когда-нибудь ему уже удастся достигнуть большего — разве что, однажды RG сообщит, что он оказался в течение недели самым читаемым не только среди экологов, но и среди ученых вообще...

К сожалению, данные ResearchGate не принимаются во внимание какими-либо официальными (или хотя бы общественными) организациями, например, фондами, финансирующими научные исследования. Поэтому дадим наукометрическую картину достижений МВ в более, так сказать, официальном свете. На рис. 3 и 4 приведена динамика некоторых наукометрических параметров, высокие значения которых говорят сами за себя.

И, пожалуй, главное достижение: с 2016 г. М.В. Глаголев входит в так называемый «список Штерна»[2] наиболее цитируемых российских ученых. В этот список (независимо от области науки) входят те, чьи статьи набрали в Web of Science суммарно не менее 1000 ссылок за все время (условно назовем это «часть А»: 8101 человек — на 08.11.2021 г.) или хотя бы более 100 ссылок за последние 7 лет («часть В»: 8333 авторов; многие из них также входят и в «часть А»). Фактически, присутствие автора в «части А» говорит о том, что его вклад в отечественную науку оказался весьма велик, а в

[1] Здесь же отметим, что идеалом для Михаила Владимировича является полное совмещение научной основы и нерабочей обстановки. Этого идеала удалось достичь, во-первых, в пос. Шапша, где располагалась возглавлявшаяся им лаборатория, поскольку там до некоторых пор сотрудники жили и работали в одном и том же комплексе соединенных между собой зданий, где размещалось и общежитие, и кухня, и лаборатории, и библиотека. Во-вторых, начиная с 2019 г., МВ предоставил собственную дачу под экспедиционную базу для исследования потоков парниковых газов в экосистемах Подмосковья.

[2] Данный список можно найти по адресу http://www.expertcorps.ru/science/whoiswho/ci86

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

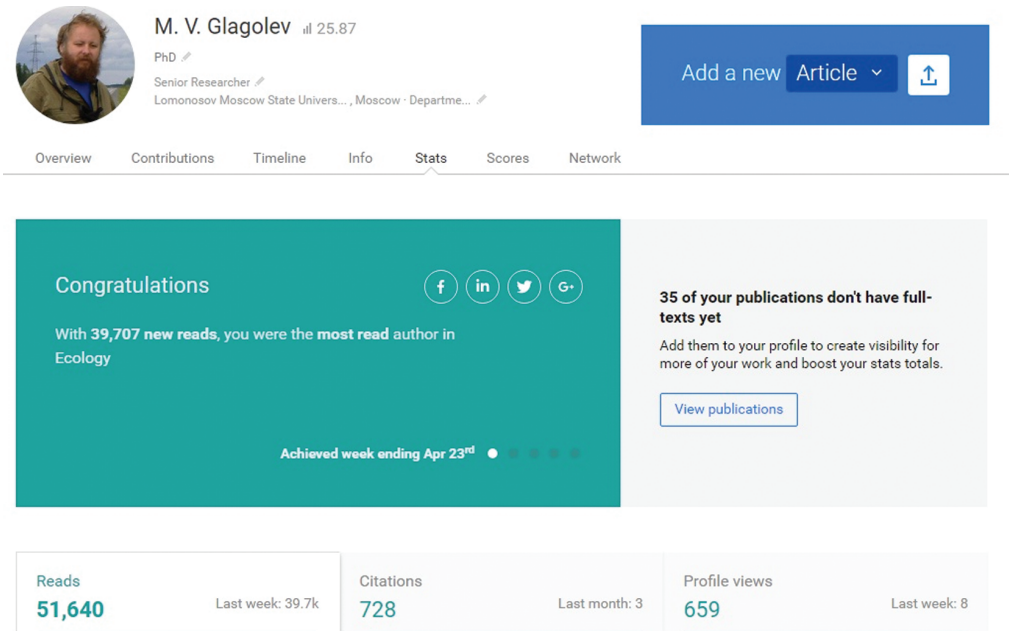


Рис. 1. Сообщение о том, что с 17.04 по 23.04.2017 к статьям МВ в ResearchGate было 39 707 обращений, что вывело его на 1-е место в мире среди всех экологов, зарегистрированных в данной системе

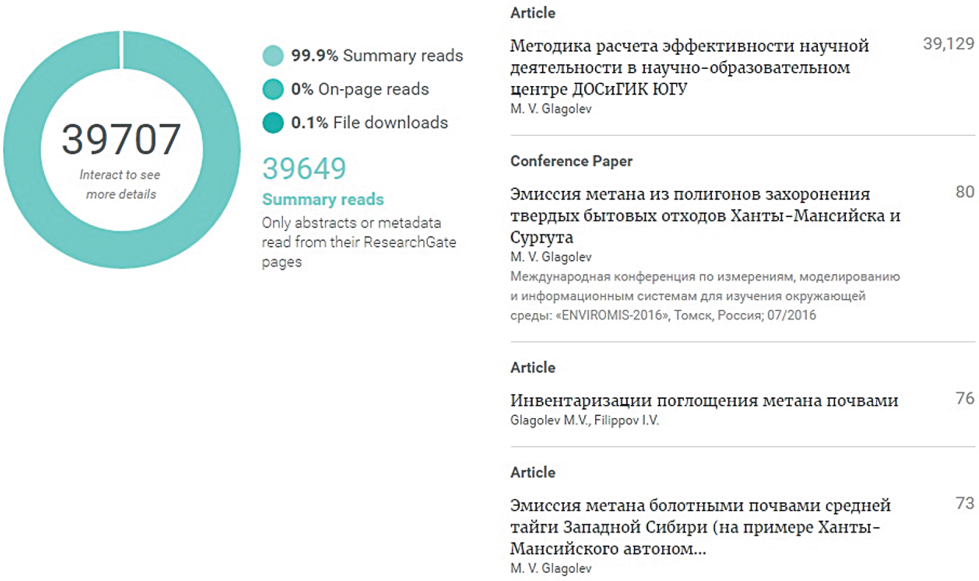


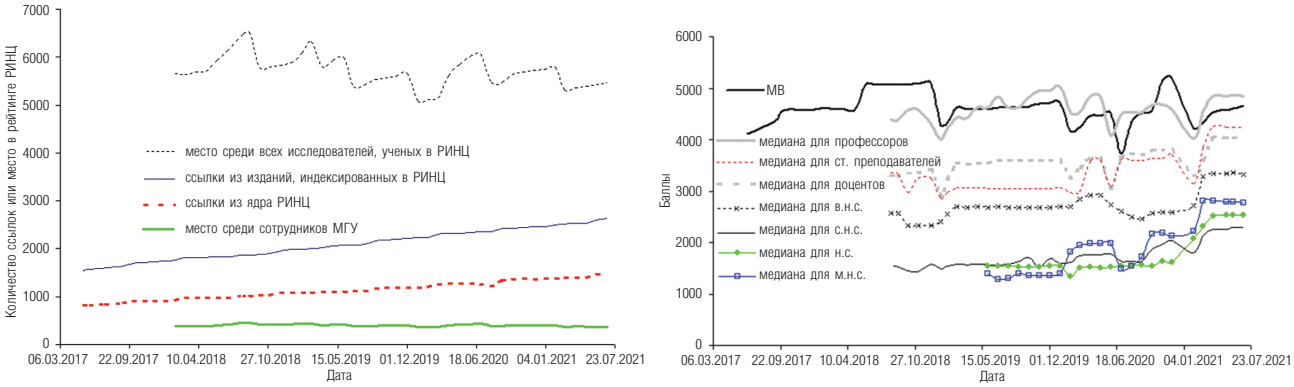
Рис. 2. Сообщение RG о том, к каким статьям МВ было наибольшее количество обращений до 23 апреля 2017 г.

«части В» — что он продолжает очень активно работать и в течение последних лет. С сентября 2011 г. для вхождения в «список Штерна» были введены 2 дополнительных критерия, обычно записываемых следующим образом:

$$\Sigma Cl_i/N_i \geq 100, \qquad \Sigma_7 Cl_i/N_i \geq 10, \qquad (3)$$

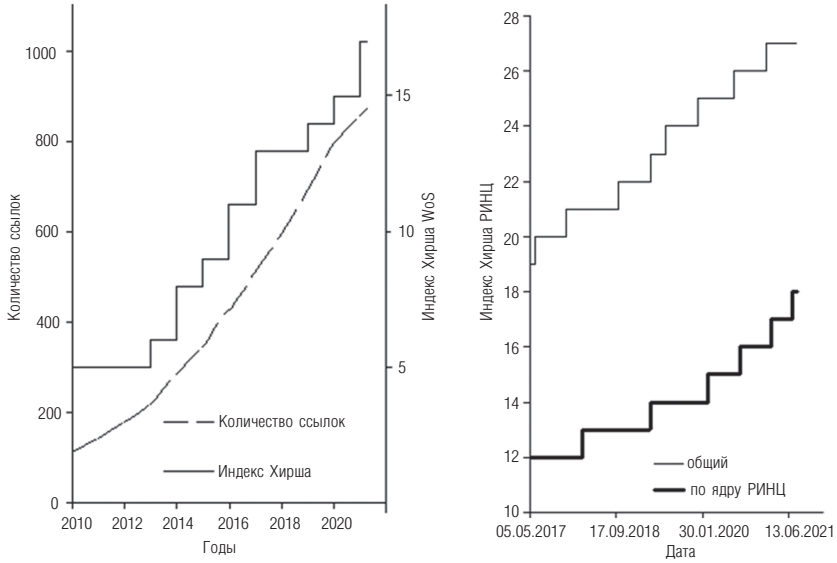
где Cl_i — количество ссылок на i-ю статью; N_i — количество авторов в i-ой статье (Σ обозначает суммирование по всем статьям, а Σ_7 — только по статьям за последние 7 лет). Очевидно, что эти дополнительные критерии позволяют «отбраковать» тех, кто «хочет на чужом горбу въехать в рай», оставляя в «списке Штерна» лишь ученых, добившихся заданных высоких показателей ($\Sigma Cl_i \geq 1000$ и/или $\Sigma_7 Cl_i > 100$) в значительной мере своим трудом. На ноябрь 2021 г. в «список Штерна» из числа сотрудников факультета почвоведения МГУ входило лишь 7 человек — см. табл. 3.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523



а *б*

Рис. 3. Динамика некоторых наукометрических показателей М.В. Глаголева: *а* — по данным РИНЦ; *б* — баллы в системе ИСТИНА на фоне значений для некоторых должностей факультете почвоведения МГУ



а *б*

Рис. 4. Динамика индексов Хирша М.В. Глаголева: *а* — по данным Web of Science; *б* — индексы Хирша РИНЦ

Таблица 3

Сотрудники факультета почвоведения МГУ, входящие в «список Штерна»

Сотрудник	Наукометрические показатели*					
	$\Sigma_7 Cl_i$	$\Sigma_7 Cl_i/N_i$	ΣCl_i	$\Sigma Cl_i/N_i$	H	Cl_{max}
д.б.н. Бобров А.А.	251	47,3	1613	400,9	20	181
д.с.-х.н. Водяницкий Ю.Н.	191	95,1	1403	909,5	17	63
к.б.н. Глаголев М.В.	224	33,4	1210	260,9	18	225
д.б.н., член-корр. РАН Красильников П.В.	361	69,8	1107	365,0	14	136
д.б.н. Куликова Н.А.	183	28,8	943	н.д.**	15	152
д.б.н. Макаров М.И.	276	59,9	1168	371,8	16	115
д.б.н. Романенков В.А.	<100	н.д.**	2222	163,1	14	1298

Примечания:
**H* — индекс Хирша (по данным Web of Science); Cl_{max} — количество ссылок на самую цитируемую статью данного автора; другие параметры см. в тексте.
**н.д. — нет данных: если основной критерий ($\Sigma Cl_i \geq 1000$ или $\Sigma_7 Cl_i > 100$) не выполняется, то показатель для соответствующего вспомогательного критерия (3) в «списке Штерна» не рассчитывается.

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя все вышесказанное, подчеркнем, что своими трудами Михаил Владимирович Глаголев внес неоценимый вклад в развитие российской науки и поднял ее на высоту почти мирового значения в области изучения эмиссии метана из почв. Его перу принадлежит ряд фундаментальных трудов, обогативших современные знания в этой области. Широта научных интересов и способность, тем не менее, всегда максимально сосредоточиться на конкретной узкой задаче; талант исследователя-естествоиспытателя и призвание ученого-теоретика; замечательное чувство нового и, в то же время, уважительное отношение к классике старого; кипучая энергия и неторопливая вдумчивость; изумительная работоспособность и умение полностью отрешиться от всех забот для необходимого отдыха (как правило, игры в волейбол) — все эти противоположные, но взаимодополняющие качества, характерные для людей, рожденных под двойственным знаком Близнецов, неизменно сопутствовали начинаниям Михаила Владимировича и почти всегда приводили его к успеху[1].

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят к.б.н. Д.В. Ильясова за предоставленную фотографию (рис. П3).

[1] Мы с удивлением обнаружили, что характеристика этой (весьма полезной для дела!) двойственности однажды даже попала в официальный отчет [Паников и др., 1996], где ею объяснялся успех выполнения одного из проектов: «Оригинальность и новизна сводится к сочетанию полевых и лабораторных исследований, математического моделирования и экспериментальных работ. Такое сочетание обнаруживается крайне редко, так как приверженцы "черной магии" математики обычно далеки от добротных экспериментальных исследований, а участники таежных экспедиций крайне редко подходят к лабораторному столу».

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Фотоматериалы

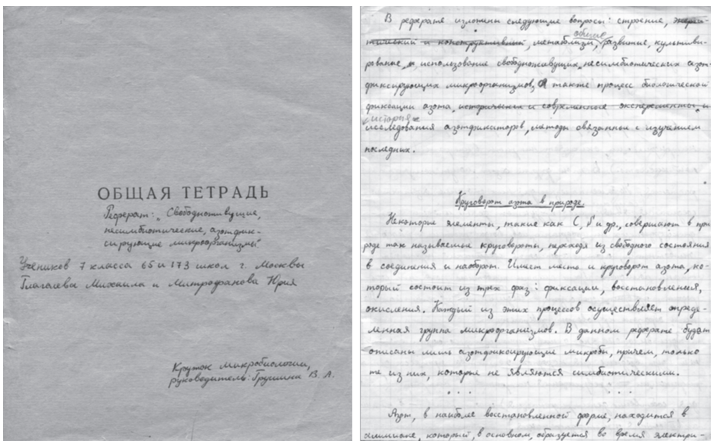


Рис. П1. Обложка и начало рукописи первой научной работы М.В. Глаголева.

Рис. П2. Заседание актива ЮНО (не ранее 1.09.1981 и не позже 31.05.1983; автора фото установить не удалось): 1-я слева девушка — Т. Рыбакова; правее — МВ, еще правее — В. Буянов; личности остальных установить не удалось (брюнетка справа, предположительно, одна из троечниц 9Б или 10Б класса московской школы №11 с углубленным изучением биологии)

Рис. П3. В поисках зимнего метана (фото Д.В. Ильясова, 10.03.2021). МВ во время выезда (07–10.03.2021) в Русский район Московской области с целью полевых измерений эмиссии газов из-под снега

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

Рис. П4. После успешных докладов [Глаголев и Сабреков, 2021; Терентьева и др., 2021] на симпозиуме «Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее» (фото Н.В. Филипповой, июль 2021 г. Прыжок настоящий! Не фотомонтаж!!!).
Также на этом симпозиуме Терентьева и МВ образцово провели заседание секции «Биогеохимические циклы болотных экосистем. Моделирование углеродного баланса» (в качестве, соответственно, секретаря и председателя секции)

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Примеры отзывов М.В. Глаголева на работы студентов

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ О РАБОТЕ Б...

В тяжелых экспедиционных условиях тайги Западной Сибири, собирая экспериментальный материал для защищаемой ныне бакалаврской квалификационной работы, Б... работал героически. Причем не только в рамках предусмотренной учебным планом производственной практики после 3-го курса, но и в течение предыдущего сезона — после 2-го курса во время своих каникул.

К сожалению, дальнейшая обработка полученных данных и написание текста явились не самыми сильными его сторонами. Впрочем, нельзя не отметить, что ***текст и расчеты защищаемой Б... работы выполнены им самостоятельно***. Хотя, с другой стороны, эта самостоятельность имела и оборотную сторону: просьбы научного руководителя исправить некоторые досадные описки типа «лесоведенЬя» и т.п., а, главное, призывы снабдить в тексте все параметры размерностями — пропали втуне (по крайней мере на момент написания данного отзыва — до 17:20 23.05.2017). Однако сказанное ни в коем случае не следует воспринимать как утверждение о том, что Б... вообще не исправлял никаких ошибок. Напротив, некоторые серьезные ***ошибки в научном содержании работы***, выявленные руководителем, ***были им с большей*** или меньшей ***степенью аккуратности исправлены***.

По поводу собственно научного содержания защищаемой работы и ее ***соответствия требованиям, предъявляемым к бакалаврским квалификационным работам***, вероятно, подробно выскажется Рецензент в своем отзыве, а я лишь ***могу призвать членов ГЭК не судить строго*** и помнить слова Наполеона и Сталина. Первый, как известно, сказал: «Я могу любого человека сделать генералом или даже маршалом, а вот ученым человека может сделать только Бог». А второй уточнил, что даже Бог делает не всех ученых выдающимися: «В науке единицы являются новаторами. Такими были Павлов, Тимирязев. А остальные — целое море... людей... которые... не хотят... себя беспокоить».

Но вся история развития науки показывает, что эти гении-новаторы появляются лишь тогда, когда есть «целое море» обычных работников. 95% основных научных достижений получено лишь 5% ученых, а что же остальные 95%? Они, образно говоря, удобрили своими малозначи-

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc83523

тельными, часто бессмысленными, а иногда и просто неверными работами ту почву, на которой гении произросли. Поэтому и их деятельность важна — без них никаких новаторов не было бы.

с.н.с. каф. физики и мелиорации почв, к.б.н. Глаголев М.В.

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ О РАБОТЕ А.И. ЧУРКИНОЙ

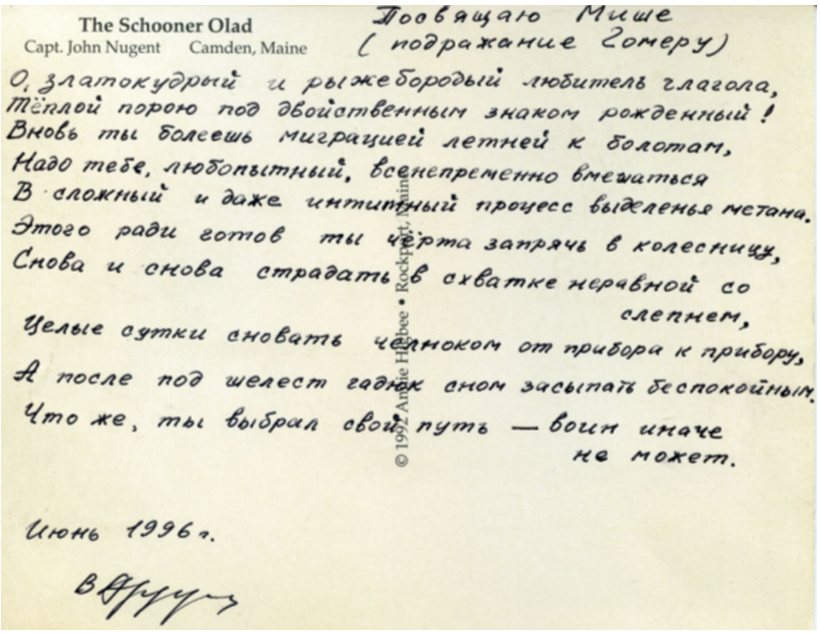
В тяжелых экспедиционных условиях тайги Западной Сибири, собирая экспериментальный материал для защищаемой ныне бакалаврской квалификационной работы, Чуркина А.И. работала не покладая рук. Причем, не только в рамках предусмотренной учебным планом производственной практики после 3-го курса, но и в течение предыдущего сезона — после 2-го курса во время своих каникул. Более того, следует подчеркнуть, что во время производственной практики она исполняла обязанности начальника экспедиции, более или менее успешно справляясь с набранным ею разношерстным контингентом работников.

Дальнейшая обработка полученных данных и написание текста показали, что Анна Игоревна выросла за это время в крупного молодого ученого. ***Текст и расчеты защищаемой ею работы выполнены самостоятельно***. Более того, чтобы получить оценку своей работы, так сказать, «по гамбургскому счету», Анна опубликовала эти материалы в виде статьи в уважаемом научном издании «IOP Conference Series: Earth and Environmental Science» (V. 138, статья № 012002, doi: 10.1088/1755-1315/138/1/012002). Не лишне будет отметить, что это издание индексируется в SCOPUS и Web of Science. На моей памяти — это первый случай, когда студентка уже к середине 4-го курса смогла опубликовать (в качестве первого автора!) статью в научном издании такого уровня.

По поводу собственно научного содержания защищаемой работы и ее ***соответствия требованиям, предъявляемым к бакалаврским квалификационным работам***, вероятно, подробно выскажется Рецензент в своем отзыве, а я лишь ***могу обратить внимание членов ГЭК, что поднятая А.И. Чуркиной тема (эмиссия метана в атмосферу через древесную растительность — с обходом почвенного метанотрофного фильтра), находится на острие современной науки; и мне не известно ни одного исследования на эту тему, выполненного в России (а вообще работы, выполненные по этой теме где-либо в мире, пожалуй, можно пересчитать по пальцам)***. Не об этом ли провидчески говорил т. Сталин (17 мая 1938 г.): «Бывает и так, что новые пути науки... прокладывают иногда не общеизвестные в науке, а совершенно неизвестные в научном мире... простые люди...»?

с.н.с. каф. физики и мелиорации почв, к.б.н. Глаголев М.В.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Стихотворение д.б.н. В.Г. Арзуманян[1], посвященное МВ



The Schooner Olad
Capt. John Nugent Camden, Maine

Посвящаю Мише
(подражание Гомеру)

О, златокудрый и рыжебородый любитель глагола,
Тёплой порою под двойственным знаком рожденный!
Вновь ты болеешь миграцией летней к болотам,
Надо тебе, любопытный, всенепременно вмешаться
В сложный и даже интимный процесс выделенья метана.
Этого ради готов ты чёрта запрячь в колесницу,
Снова и снова страдать в схватке неравной со слепнем,
Целые сутки сновать челноком от прибора к прибору,
А после под шелест гадюк сном засыпать беспокойным.
Что же, ты выбрал свой путь — воин иначе не может.

Июнь 1996 г.

В. Арзуманян

© 1997 Arnie Herbee • Rockport, Maine

[1] На момент написания данного стихотворения — к.б.н.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. 2008. Вычислительные методы. М.: Издат. дом МЭИ. 672 с. [Amosov A.A., Dubinskii Yu.A., Kopchenova N.V. 2008. Vychislitel'nye metody. Moscow: Izdat. dom MEI. P. 672 (In Russian)]
2. Безденежных А.А. 1973. Инженерные методы составления уравнений скоростей реакций и расчета кинетических констант. Л.: Химия. С. 143-158. [Bezdenezhnykh A.A. 1973. Inzhenernye metody sostavleniya uravnenii skorostei reaktsii i rascheta kineticheskikh konstant. L.: Khimiya. P. 143-158. (In Russian)]
3. Богатырев Л.Г., Смагин А.В. 2015. К вопросу об анализе теоретического наследия почвоведения // Материалы II Международной научной конференции «Современные исследования в естественных науках» (Владивосток, 26–28 августа 2015 г.) / Под общ. ред. В.А. Семаль. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та. С. 64-70. [Bogatyrev L.G., Smagin A.V. 2015. K voprosu ob analize teoreticheskogo naslediya pochvovedeniya // Materialy II Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii «Sovremennye issledovaniya v estestvennykh naukakh» (Vladivostok, 26–28 avgusta 2015 g.) / Pod obshch. red. V.A. Semal'. Vladivostok: Izd-vo Dal'nevost. un-ta. P. 64-70. (In Russian)]
4. Вадюнина А.Ф., Корчагина З.А. 1973. Методы исследования физических свойств почв и грунтов. М.: Высш. шк. 399 с. [Vadyunina A.F., Korchagina Z.A. 1973. Metody issledovaniya fizicheskikh svoistv pochv i gruntov. Moscow: Vyssh. shk. P. 399 (In Russian)]
5. Вернадский В.И. 1981. Избранные труды по истории науки. М.: Наука. С. 294. [Vernadskii V.I. 1981. Izbrannye trudy po istorii nauki. Moscow: Nauka. P. 294. (In Russian)]
6. Вернадский В.И. 1988. Труды по истории науки в России. М.: Наука. 464 с. [Vernadskii V.I. 1988. Trudy po istorii nauki v Rossii. Moscow: Nauka. P. 464 (In Russian)]
7. Глаголев М.В. 2004. Элементы количественной теории процессов образования и потребления метана в почве // Болота и биосфера. материалы Третьей Научной школы: 400-летию города Томска посвящается. С. 39-53. [Glagolev M.V. 2004. Principles of quantitative theory for methane generation anf methane consumption processes in the soil // Mires and Biosphere: Proc. 3rd School Session, (13-16 September, 2004). Tomsk: «Tomskij CNTI» Pub. P. 39-52. (In Russian with English Abstract)]
8. Глаголев М.В. 2007. Оценка эмиссии метана заболоченными территориями Западной Сибири // Болота и биосфера. Сборник материалов шестой Всероссийской научной школы. Редактор: Инишева Л.И. С. 33-41. [Glagolev M.V. 2007. The estimation of methane emission from west Siberian wetlands // Mires and the Biosphere: Proc. 6th School Session, (10-14 September 2007). Tomsk: «Tomskij CNTI» Pub. P. 33-42. (In Russian with English Abstract)]
9. Глаголев М.В. 2008. Метаногенез болот (результаты и перспективы исследований) // Вестник Томского государственного педагогического университета. № 4 (78). С. 74-77. [Glagolev M.V. 2008. Methanogenesis in mires (results and prospects of research) // Tomsk State Pedagogical University Bulletin. No. 4 (78). P. 74-77. (In Russian)]
10. Глаголев М.В. 2010. Эмиссия CH_4 болотными почвами Западной Сибири: от почвенного профиля до региона: Автореферат дис. … канд. биол. наук. М.: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ). [Glagolev M.V. 2010. Emissiya CH_4 bolotnymi pochvami Zapadnoi Sibiri: ot pochvennogo profilya do regiona: Abstract dis. … PhD in Biological Sciences Moscow: Lomonosov Moscow State University (MSU). (In Russian)]
11. Глаголев М.В. 2012. Высокий уровень стояния воды может снижать эмиссию метана из почвы // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 3. № 1(5). С. 1-10. [Glagolev M.V. 2012. High water table can lower a methane emission from soil // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 3. No. 1(5). P. 1-10. (In Russian)]
12. Глаголев М.В. 2013. Новое отечественное исследование эмиссии метана из болотных экосистем северной части Западной Сибири // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 4. № 2. С. 1-13. [Glagolev M.V. 2013. Novoe otechestvennoe issledovanie emissii metana iz bolotnykh ekosistem severnoi chasti Zapadnoi Sibiri // Dinamika okruzhayushchei sredy i global'nye izmeneniya klimata. T. 4. № 2. P. 1-13. (In Russian)]
13. Глаголев М.В. 2014. Ответ на «Открытое обращение» А.В. Наумова: II. Об аннотированном списке // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 5. № 1. С. 1-13. [Glagolev M.V. 2014. Otvet na «Otkrytoe obrashchenie» A.V. Naumova: II. Ob annotirovannom spiske // Dinamika okruzhayushchei sredy i global'nye izmeneniya klimata. T. 5. № 1. P. 1-13. (In Russian)]
14. Глаголев М.В., Ильясов Д.В., Терентьева И.Е., Сабреков А.Ф., Краснов О.А., Максютов Ш.Ш. 2017. Эмиссия метана и диоксида углерода в заболоченных лесах южной и средней тайги Западной Сибири // Оптика атмосферы и океана. Т. 30. № 4. С. 301-309. DOI:10.15372/AOO20170407 [Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Terentyeva I.E., Sabrekov A.F., Krasnov O.A., Maksutov S.S. 2017. Methane and carbon dioxide fluxes in the waterlogged forests of Western Siberian southern and middle taiga subzones // Atmospheric and Oceanics Optics. V. 30. № 2. P. 301-309. (In Russian with English Abstract)]
15. Глаголев М.В., Клепцова И.Е. 2007. Многолетний мониторинг эмиссии метана из болот Томской области // Седьмое сибирское совещание по климато-экологическому мониторингу. Материалы российской конференции. Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН. С. 308-311. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E. 2007. Tomsk region peatland methane emission monitoring of many years // Proceedings of the 7th Siberian Conference "Monitoring of Climate and Ecology" / M.V. Kabanov (Ed.). Tomsk: "Agraf-Press". P. 308-311 (In Russian)]
16. Глаголев М.В., Клепцова И.Е. 2012. К вопросу о механизме выхода пузырьков метана из торфяника // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 3. № 3. С. 54-63. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E. 2012.

Mechanism of methane bubble transport from peat layer // Environmental dynamics and global climate change. V. 3. No. 3. P. 54-63. (In Russian with English Abstract)]

17. Глаголев М.В., Клепцова И.Е. 2013. «Дифосфиновая» гипотеза самовозгорания болот сомнительна // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 4. № 1. С. 1-25. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E. 2013. «Difosfinovaya» gipoteza samovozgoraniya bolot somnitel'na // Dinamika okruzhayushchei sredy i global'nye izmeneniya klimata. T. 4. № 1. P. 1-25. (In Russian)]
18. Глаголев М.В., Клепцова И.Е., Казанцев В.С., Максютов Ш.Ш. 2009. Эмиссия CH_4 из болотных ландшафтов подтайги Западной Сибири: к «стандартной модели» Ab4 // Восьмое сибирское совещание по климато-экологическому мониторингу. Материалы российской конференции. Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН. С. 240-242. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E., Kazantsev V.S., Maksyutov S.S. 2009. Emission of CH_4 from subtaiga wetland landscapes of Western Siberia: «Standard model» Ab4 // Proceedings of the 8th Siberian Conference "Monitoring of Climate and Ecology" (8-10 October 2009, Tomsk, Russia) / M.V. Kabanov (ed.). Tomsk: "Agraf-Press". P. 240-242. (In Russian)]
19. Глаголев М.В., Клепцова И.Е., Филиппов И.В., Казанцев В.С., Максютов Ш.Ш. 2010. Эмиссия метана из болотных ландшафтов тундры Западной Сибири // Вестник Томского государственного педагогического университета. № 3 (93). С. 78-86. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E., Kazantsev V.S., Filippov I.V., Maksyutov S.S. 2010. Methane emission from West Siberian tundra mires // Tomsk State Pedagogical University Bulletin. No. 3(93). P. 78-86. (In Russian with English Abstract)]
20. Глаголев М.В., Лапшина Е.Д. 2012. Методика расчета эффективности научной деятельности в научно-образовательном центре ДОСиГИК ЮГУ // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 3. № 2 (6). С. 1-16. [Glagolev M.V., Lapshina E.D. 2012. The methodology for estimation of scientific activity efficiency in UNESCO department of Yugra State University // Environmental dynamics and global climate change. V. 3. No. 2. EDCCmis0004. (In Russian with English Abstract)]
21. Глаголев М.В., Лебедев В.С., Наумов А.В., Инишева Л.И., Дементьева Т.В., Головатская Е.А., Ерохин В.Е., Шнырев Н.А., Муханов В.В., Ножевникова А.Н. 2001. Определение эмиссии и окисления метана некоторыми болотами Томской области // Функции почв в биосферно-геосферных системах. Материалы международного симпозиума. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. С. 148-149. [Glagolev M.V., Lebedev V.S., Naumov A.V., Inisheva L.I., Dement'eva T.V., Golovatskaja E.A., Erohin V.E., Shnyrev N.A., Muhanov V.V., Nozhevnikova A.N. 2001. Estimation of Methane Emission and Oxidation for Several Wetlands of Tomsk Region // Functions of Soils in the Geosphere-Biosphere Systems: Materials of the International Symposium: Moscow, Russian Federation, (27-30 August, 2001). M.: MAX Press. P. 148-149. (In Russian)]
22. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф. 2016. О диссертации Н.А. Шнырева: II. Главные замечания // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 7. № 2. С. 38-55. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F. 2016. Thesis of N.A. Shnyrev: II. Principal notes // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 7. No. 2. P. 38-55. (In Russian with English Abstract)]
23. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф. 2019. Плохо обусловленные математические задачи физики почв // В сборнике: Фундаментальные концепции физики почв: развитие, современные приложения и перспективы сборник научных трудов Международной научной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Анатолия Даниловича Воронина. Москва. С. 271-275. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F. 2019. Ill-conditioned mathematical problems of soil physics // Proceedings of the International scientific conference, organized to commemorate the 90th anniversary of A.D. Voronin's birth «Key concepts of soil physics: development, future prospects and current applications», Moscow, May 27–30, 2019. Moscow: KDU. P. 271-275. (In Russian with English Abstract)]
24. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф. 2021. К вопросу о переменной «температуропроводности»: разница при расчетах температурного профиля для почв // Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы Шестого Международного полевого симпозиума. Томск: Изд-во ТГУ. С. 10-12. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F. 2021. On a question of non-constant "thermal diffusivity": difference in the numerical modelling of the temperature profile for soils // West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present / Proceedings of the Fifth International Field Symposium (Khanty-Mansiysk, June 28 – July 08 2021). Tomsk: Publishing house of Tomsk University. P. 10-12. (in Russian)]
25. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Гончаров В.М. 2018. Дифференциальные уравнения с запаздыванием как математические модели динамики популяций // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 9. № 2. С. 40-63. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Goncharov V.M. 2018. Delay differential equations as a tool for mathematical modelling of population dynamic // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 9. No. 2. P. 40-63. (In Russian with English Abstract)]
26. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Ильясов Д.В., Терентьева И.Е. 2021. Математическая модель конвективного переноса газа в осушенном болоте // Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы Шестого Международного полевого симпозиума. Томск: Изд-во ТГУ. С. 7-9. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Il'yasov D.V., Terentieva I.E. 2021. Mathematical modelling of the convective gas transport in a drained wetland // West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present / Proceedings of the Fifth International Field Symposium (Khanty-Mansiysk, June 28 – July 08 2021). Tomsk: Publishing house of Tomsk University. P. 7-9. (In Russian)]
27. Глаголев М.В., Сабреков А.Ф., Фаустова Е.В., Марфенина О.Е. 2016. Моделирование динамики концентрации грибного аэрозоля в приземном слое атмосферы:

I. Основные процессы и уравнения // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 7. № 2 (14). С. 85-102. [Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Faustova E.V., Marfenina O.E. 2016. Modelling of concentration dynamics of fungal aerosols in the atmospheric boundary layer: I. Basic processes and equations // Environmental dynamics and global climate change. V. 7. No. 2. P. 85-102. (In Russian with English Abstract)]

28. Глаголев М.В., Смагин А.В. 2000. Базовая математическая модель пространственно-временной динамики нелинейных биокосных систем: анализ потенциальных режимов и численные методы их реализации // Тезисы докладов III съезда Докучаевского общества почвоведов. Материалы III съезда Докучаевского общества почвоведов: в 3-х книгах. Кн. 1. / Г.В. Добровольский, Н.Б. Хитров (ред.). С. 96-97. [Glagolev M.V., Smagin A.V. 2000. Bazovaya matematicheskaya model' prostranstvenno-vremennoi dinamiki nelineinykh biokosnykh sistem: analiz potentsial'nykh rezhimov i chislennye metody ikh realizatsii // Tezisy dokladov III s"ezda Dokuchaevskogo obshchestva pochvovedov. Materialy III s»ezda Dokuchaevskogo obshchestva pochvovedov: v 3-kh knigakh. Kn. 1. / G.V. Dobrovol'skii, N.B. Khitrov (ed.). P. 96-97. (In Russian)]
29. Глаголев М.В., Смагин А.В., Суворов Г.Г. 2003. Использование портативного газоанализатора ПГА-7 для исследования углеродсодержащих газов в почвах // Эмиссия и сток парниковых газов на территории северной Евразии. С. 34. [Glagolev M.V., Smagin A.V., Suvorov G.G. 2003. Ispol'zovanie portativnogo gazoanalizatora PGA-7 dlya issledovaniya uglerodsoderzhashchikh gazov v pochvakh // Emissiya i stok parnikovykh gazov na territorii severnoi Evrazii. P. 34. (In Russian)]
30. Глаголев М.В., Терентьева И.Е. 2016. О диссертации Н.А. Шнырева: III. Работы «группы Глаголева» и другие замечания // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 7. № 2. С. 56-65. [Glagolev M.V., Terentieva I.E. 2016. To a thesis of N.A. Shnyrev: III. Studies of «Glagolev's group» and other notes // Environmental dynamics and global climate change. V. 7. No. 2. P. 56-65. (In Russian with English Abstract)]
31. Глаголев М.В., Филиппов И.В. 2011. Измерение потоков парниковых газов в болотных экосистемах. Ханты-Мансийск. [Glagolev M.V., Filippov I.V. 2011. Izmerenie potokov parnikovykh gazov v bolotnykh ekosistemakh. Khanty-Mansiisk. (In Russian)]
32. Глаголев М.В., Янин М.В. 2007. Усовершенствованная теория камерного метода измерения эмиссии газов почвой // Седьмое сибирское совещание по климато-экологическому мониторингу. Материалы российской конференции. Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН. С. 301-303. [Glagolev M.V., Yanin M.V. 2007. Usovershenstvovannaya teoriya kamernogo metoda izmereniya emissii gazov pochvoi // Sed'moe sibirskoe soveshchanie po klimato-ekologicheskomu monitoringu. Materialy rossiiskoi konferentsii. Institut monitoringa klimaticheskikh i ekologicheskikh sistem SO RAN. P. 301-303. (In Russian)]
33. Гордеева Н.А., Филь М.М. 2000. О правовом положении общественных академий наук // Вестник РАН. Т. 70. Вып. 4. С. 295-298. [Gordeeva N.A., Fil' M.M. 2000. O pravovom polozhenii obshchestvennykh akademii nauk // Vestnik RAN. T. 70. Vyp. 4. P. 295-298. (In Russian)]
34. Гретченко А.И., Гретченко А.А. 2009. Болонский процесс: интеграция России в европейское и мировое образовательное пространство. М.: КНОРУС. 432 с. [Gretchenko A.I., Gretchenko A.A. 2009. Bolonskii protsess: integratsiya Rossii v evropeiskoe i mirovoe obrazovatel'noe prostranstvo. M.: KNORUS. P. 432 (In Russian with English Abstract)]
35. Гутина В.Н. 1982. Николай Александрович Красильников (1896-1973). М.: Наука. 215 с. [Gutina V.N. 1982. Nikolai Aleksandrovich Krasil'nikov (1896-1973). Moscow: Nauka. P. 215 (In Russian)]
35. Давыдов Л.К. 1947. Водоносность рек СССР, ее колебания и влияние на нее физико-географических факторов. Л.: Гидрометеоиздат. С. 8, 18. [Davydov L.K. 1947. Vodonosnost' rek SSSR, ee kolebaniya i vliyanie na nee fiziko-geograficheskikh faktorov. Leningrad: Gidrometeoizdat. P. 8, 18. (In Russian)]
36. Добровольский Г.В. 2010. Лекции по истории и методологии почвоведения. М.: Изд-во МГУ. 232 с. [Dobrovol'skii G.V. 2010. Lektsii po istorii i metodologii pochvovedeniya. Moscow: Izd-vo MGU. P. 232 (In Russian)]
37. Добровольский Г.В., Карпачевский Л.О., Кульпин-Губайдуллин Э.С., Зубкова Т.А., Никитин Е.Д., Глаголев М.В., Щеголькова Н.М., Ашинов Ю.Н. 2011. Экологическая роль водно-болотных ресурсов России // XXII неделя науки МГТУ; XVIII Всероссийская научно-практическая конференция "Образование-наука-технологии"; XVII Всероссийская научно-практическая конференция "Агропромышленный комплекс и актуальные проблемы экономики регионов"; XVII Международная научно-практическая конференция "Экологические проблемы современности": Материалы / Овсянникова Т.А. (ред.). Майкоп: М-во образования и науки Российской Федерации, Гос. образовательное учреждение высш. проф. образования "Майкопский гос. технологический ун-т". С. 226-230. [Dobrovol'skii G.V., Karpachevskii L.O., Kul'pin-Gubaidullin E.S., Zubkova T.A., Nikitin E.D., Glagolev M.V., Shchegol'kova N.M., Ashinov Yu.N. 2011. Ekologicheskaya rol' vodno-bolotnykh resursov Rossii // XXII nedelya nauki MGTU; XVIII Vserossiiskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya "Obrazovanie-nauka-tekhnologii"; XVII Vserossiiskaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya "Agropromyshlennyi kompleks i aktual'nye problemy ekonomiki regionov"; XVII Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya "Ekologicheskie problemy sovremennosti": Materialy / Ovsyannikova T.A. (ed.). Maikop: M-vo obrazovaniya i nauki Rossiiskoi Federatsii, Gos. obrazovatel'noe uchrezhdenie vyssh. prof. obrazovaniya "Maikopskii gos. tekhnologicheskii un-t". P. 226-230. (In Russian)]
38. Ермакова А. 1989. Новый комплекс численных методов идентификации и анализа математических моделей // Математическое моделирование каталитических процессов / Под ред. Ю.Ш. Матроса. Новосибирск: Наука.

С. 120-150. [Ermakova A. 1989. Novyi kompleks chislennykh metodov identifikatsii i analiza matematicheskikh modelei // Matematicheskoe modelirovanie kataliticheskikh protsessov / Pod red. Yu.Sh. Matrosa. Novosibirsk: Nauka. P. 120-150. (In Russian)]

39. Иванов И.В. 2003. История отечественного почвоведения. Развитие идей, дифференциация, институционализация. М.: Наука. 397 с. [Ivanov I.V. 2003. History of National Soil Science: Elaboration of ideas, differentiation, establishment of science. Moscow: Nauka. 397 p. (In Russian)]
40. Ильясов Д.В., Клепцова И.Е., Глаголев М.В. 2012. Классификация болотных ландшафтов и ее применение для расчетов эмиссии метана на примере подзоны средней тайги // Болота и биосфера. Материалы VIII Всероссийской с международным участием научной школы / Научный редактор: Л.И. Инишева. С. 185-190. [Ilyasov D.V., Kleptsova I.E., Glagolev M.V. 2012. Land cover classification of mires and its application for estimating methane emissions: Case study of middle taiga // Mires and biosphere: Proceedings of VIII Russian Scientific School with International Participation (10-15 September 2012, Tomsk). Tomsk: TSPU Publ. P. 185-190. (In Russian with English Abstract)]
41. Келер В. 1984. Сергей Вавилов: Биографическая повесть. М.: Дет. лит. 271 с. [Keler V. 1984. Sergei Vavilov: Biograficheskaya povest'. M.: Det. lit. P. 271 (In Russian)]
42. Кислицын С.А. 2013. Научная элита в системе политической власти. М.: Изд-во ЛКИ. 288 с. [Kislitsyn S.A. 2013. Nauchnaya elita v sisteme politicheskoi vlasti. Moscow: Izd-vo LKI. P. 288 (In Russian)]
42. Козлов М.В. 2014. Планирование экологических исследований: теория и практические рекомендации. М.: Товарищество научных изданий КМК. 171 с. [Kozlov M.V. 2014. Planning of ecological research: theory and practical recommendations. Moscow: KMK Scientific Press. 171 p. (In Russian with English Abstract)]
42. Коробов В.И., Очков В.Ф. 2009. Химическая кинетика: введение с Mathcad/Maple/MCS. М.: Горячая линия-Телеком. С. 142-152. [Korobov V.I., Ochkov V.F. 2009. Khimicheskaya kinetika: vvedenie s Mathcad/Maple/MCS. M.: Goryachaya liniya-Telekom. P. 142-152. (In Russian)]
43. Кривенок Л.А., Глаголев М.В., Максютов Ш.Ш. 2014. Удельные потоки CH_4 экосистем южной тундры Западной Сибири // Торфяники Западной Сибири и цикл углерода: прошлое и настоящее Материалы Четвёртого Международного полевого симпозиума. Под редакцией А.А. Титляновой и М.И. Дергачевой. С. 189-191. [Krivenok L.A., Glagolev M.V., Maksyutov S.S. 2014. Udel'nye potoki CH_4 ekosistem yuzhnoi tundry Zapadnoi Sibiri // Proceedings of the Fourth International Field Symposium (Novosibirsk, August 4-17, 2014) / Ed. by Prof. A.A. Titlyanova and Prof. M.I. Dergacheva. Tomsk: Publishing house of Tomsk University. P. 189-191. (In Russian)]
44. Лапшина Е.Д., Глаголев М.В., Миронычева-Токарева Н.П., Филиппов И.В., Заров Е.А., Соломин Я.Р., Филиппова Н.В., Панкова Н.Л., Шнырев Н.А., Блейтен В. 2012. Международный полевой стационар «Мухрино»: Основные направления деятельности и результаты исследований // Биогеоценология и ландшафтная экология: итоги и перспективы. Сборник материалов IV Международной конференции, посвященной памяти Ю.А. Львова. С. 87-92. [Lapshina E.D., Glagolev M.V., Mironycheva-Tokareva N.P., Filippov I.V., Zarov E.A., Solomin Ya.R., Filippova N.V., Pankova N.L., Shnyrev N.A., Bleiten V. 2012. Mezhdunarodnyi polevoi statsionar «Mukhrino»: Osnovnye napravleniya deyatel'nosti i rezul'taty issledovanii // Biogeotsenologiya i landshaftnaya ekologiya: itogi i perspektivy. Sbornik materialov IV Mezhdunarodnoi konferentsii, posvyashchennoi pamyati Yu.A. L'vova. P. 87-92. (In Russian)]
45. Марфенина О.Е., Колосова Е.Д., Глаголев М.В. 2016. Численность грибных диаспор, оседающих из приземного воздуха на участках с разным растительным покровом в г. Москве // Микология и фитопатология. Т. 50. № 6. С. 379-385. [Marfenina O.E., Kolosova E.D., Glagolev M.V. 2016. Number of fungal diaspores deposited from surface air layers at the areas with different vegetation cover in Moscow city // Mikologiya I fitopatologiya. V. 50. No. 6. P. 379-385. (In Russian with English Abstract)]
46. Марчук Г.И. 1991. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. М.: Наука. С. 158-163. [Marchuk G.I. 1991. Mathematical models in immunology. Numerical methods and experiments. Moscow: NAUKA. P. 158-163. (In Russian with English Abstract)]
47. Мейлихов Е.З. 2014. Зачем и как писать научные статьи. Долгопрудный: Издат. Дом «Интеллект». 160 с. [Meilikhov E.Z. 2014. Zachem i kak pisat' nauchnye stat'i. Dolgoprudnyi: Izdat. Dom «Intellekt». P. 160 (In Russian)]
48. Моченов С.Ю., Чуркина А.И., Глаголев М.В. 2017. Анализ корректности почвенно-градиентного метода измерения эмиссии газов // Математическое моделирование в экологии / Материалы Пятой Национальной научной конференции с международным участием, 16-20 октября 2017 г. Пущино: ИФХиБПП РАН. С. 131-133. [Mochenov S.Yu., Churkina A.I., Glagolev M.V. 2017. Analiz korrektnosti pochvenno-gradientnogo metoda izmereniya emissii gazov // Matematicheskoe modelirovanie v ekologii / Materialy Pyatoi Natsional'noi nauchnoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem, 16-20 oktyabrya 2017 g. Pushchino: IFKhiBPP RAN. P. 131-133 (In Russian)]
49. Налимов В.В., Мульченко З.М. 1969. Наукометрия. Изучение развития науки как информационного процесса. М.: Наука. 192 с. [Nalimov V.V., Mul'chenko Z.M. 1969. Naukometriya. Izuchenie razvitiya nauki kak informatsionnogo protsessa. Moscow: Nauka. P. 192 (In Russian)]
49. Орлов Д.С., Минько О.И., Аммосова Я.М., Каспаров С.В., Глаголев М.В. 1987. Методы исследования газовой функции почвы // Современные физические и химические методы исследования почв. Москва. С. 118-156. [Orlov D.S., Min'ko O.I., Ammosova Ya.M., Kasparov S.V., Glagolev M.V. 1987. Metody issledovaniya gazovoi funktsii pochvy // Sovremennye fizicheskie i khimicheskie metody issledovaniya pochv. Moscow. P. 118-156. (In Russian)]
49. Орловский Н.В. 1980. Алексей Григорьевич Дояренко (1874-1958). М.: Наука. [Orlovskii N.V. 1980. Aleksei

Grigor'evich Doyarenko (1874-1958). Moscow: Nauka (In Russian)]

49. Паников Н.С., Глаголев М.В., Дедыш С.Н., Дорофеев А.Г., Мастепанов М.А., Сизова М.В. 1996. Действие факторов среды (ростовые субстраты, pH, температура) на почвенные микроорганизмы: кинетический анализ нетривиальных зависимостей Отчет о НИР № 96-04-49321 (Российский фонд фундаментальных исследований). [Panikov N.S., Glagolev M.V., Dedysh S.N., Dorofeev A.G., Mastepanov M.A., Sizova M.V. 1996. Deistvie faktorov sredy (rostovye substraty, rN, temperatura) na pochvennye mikroorganizmy: kineticheskii analiz netrivial'nykh zavisimostei Otchet o NIR № 96-04-49321 (Rossiiskii fond fundamental'nykh issledovanii). (In Russian)]
50. Паников Н.С., Палеева М.В., Куличевская И.С., Глаголев М.В. 1993. Вклад бактерий и грибов в эмиссию CO_2 из почвы // Дыхание почвы. Сборник научных трудов. Пущинский научный центр. Пущино. С. 33-51. [Panikov N.S., Paleeva M.V., Kulichevskaya I.S., Glagolev M.V. 1993. Vklad bakterii i gribov v emissiyu SO2 iz pochvy // Dykhanie pochvy. Sbornik nauchnykh trudov. Pushchinskii nauchnyi tsentr. Pushchino. P. 33-51. (In Russian)]
51. Постановление Государственной Думы Федерального Собрания Российской Федерации № 472-III ГД от 9 июня 2000 года «О парламентском запросе Государственной Думы Федерального Собрания Российской Федерации Председателю Правительства Российской Федерации М.М. Касьянову „О практике необоснованного присвоения ученого звания академика“». [Postanovlenie Gosudarstvennoi Dumy Federal'nogo Sobraniya Rossiiskoi Federatsii № 472-III GD ot 9 iyunya 2000 goda «O parlamentskom zaprose Gosudarstvennoi Dumy Federal'nogo Sobraniya Rossiiskoi Federatsii Predsedatelyu Pravitel'stva Rossiiskoi Federatsii M.M. Kas'yanovu „O praktike neobosnovannogo prisvoeniya uchenogo zvaniya akademika“». (In Russian)]
52. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В. 2011. Чувствительность определения удельного потока метана методом обратной задачи // Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы III Международного полевого симпозиума. Югорский государственный университет, Институт почвоведения и агрохимии СО РАН, Сургутутский государственный университет. С. 130-132. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V. 2011. Sensitivity of methane flux determination by inverse modelling // Proceedings of the Third International Field Symposium "West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present" (Khanty-Mansiysk, June 27 – July 5, 2011) / Ed. by Prof. S.Й. Vompersky. Novosibirsk: NTL. P. 130-132. (In Russian)]
53. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В. 2016. О диссертации Н.А. Шнырева: I. Микрометеорология и другие замечания // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 7. № 2. С. 26-37. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V. 2016. Thesis of N.A. Shnyrev: I. Micrometeorology and other notes // Environmental dynamics and global climate change. V. 7. No. 2. P. 26-37. (In Russian with English Abstract)]
54. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В. 2019. О некоторых некорректных математических задачах физики почв // Фундаментальные концепции физики почв: развитие, современные приложения и перспективы сборник научных трудов Международной научной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения Анатолия Даниловича Воронина. Москва, 2019. С. 332-336. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V. 2019. On several ill-posed mathematical problems of soil physics // Proceedings of the International scientific conference, organized to commemorate the 90th anniversary of A.D. Voronin's birth «Key concepts of soil physics: development, future prospects and current applications», Moscow, May 27–30, 2019. M.: KDU. P. 332-336. (In Russian with English Abstract)]
55. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В., Клепцова И.Е., Башкин В.Н., Барсуков П.А., Максютов Ш.Ш. 2011. Вклад мерзлотных бугров в эмиссию метана из болот тундры Западной Сибири // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 2. № 2. С. 2. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kleptsova I.E., Bashkin V.N., Barsukov P.A., Maksyutov S.S. 2011. Contribution of palsa to methane emission from West Siberian tundra wetlands // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 2. No. 2. P. 2. (In Russian with English abstract)]
56. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В., Терентьева И.Е. 2019. Моделирование потребления метана в автоморфных почвах: влияние механизма транспорта и численности метанотрофов // Математическое моделирование в экологии Материалы Шестой Национальной научной конференции с международным участием. С. 179-181. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Terent'eva I.E. 2019. Modelirovanie potrebleniya metana v avtomorfnykh pochvakh: vliyanie mekhanizma transporta i chislennosti metanotrofov // Matematicheskoe modelirovanie v ekologii Materialy Shestoi Natsional'noi nauchnoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. P. 179-181 (In Russian)]
57. Сабреков А.Ф., Глаголев М.В., Терентьева И.Е., Мочёнов С.Ю. 2018. Идентификация скорости потребления метана в почвах методом обратной задачи // Математическая биология и биоинформатика Доклады VII Международной конференции. С. e95.1-e95.5. [Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Terentieva I.E., Mochenov S.Y. 2018. Identification of soil methane oxidation activity by inverse modelling // Matematicheskaya biologiya i bioinformatika Doklady VII Mezhdunarodnoi konferentsii. P. e95.1-e95.5. (In Russian with English Abstract)]
58. Сабреков А.Ф., Терентьева И.Е., Глаголев М.В., Коцюрбенко О.Р. 2017. Обратное моделирование как метод измерения эмиссии метана из полигонов ТБО: сравнение различных подходов // Математическое моделирование в экологии. Материалы Пятой Национальной научной конференции с международным участием. С. 187-188. [Sabrekov A.F., Terent'eva I.E., Glagolev M.V., Kotsyurbenko O.R. 2017. Obratnoe modelirovanie kak metod izmereniya emissii metana iz poligonov TBO: sravnenie razlichnykh podkhodov // Matematicheskoe modelirovanie v ekologii. Materialy Pyatoi Natsional'noi nauchnoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. P. 187-188. (In Russian)]

59. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. 2004. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Едиториал УРСС. 480 с. [Samarskii A.A., Vabishchevich P.N. 2004. Chislennye metody resheniya obratnykh zadach matematicheskoi fiziki. M.: Editorial URSS. P. 480 (In Russian)]
60. Сапогова Е.Е. 2001. Психология развития человека. М.: Аспект-пресс. 460 с. [Sapogova E.E. 2001. Psikhologiya razvitiya cheloveka. M.: Aspekt-press. P. 460 (In Russian)]
61. Сирин А.А., Суворов Г.Г., Глаголев М.В., Чистотин М.В. 2011. Эмиссия метана из каналов антропогенно нарушенных торфяных болот // Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы III Международного полевого симпозиума. Югорский государственный университет, Институт почвоведения и агрохимии СО РАН, Сургутский государственный университет. С. 135-136. [Sirin A.A., Suvorov G.G., Glagolev M.V., Chistotin M.V. 2011. Methane emission from canals of anthropogenically changed peatlands // Proceedings of the Third International Field Symposium “West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present” (Khanty-Mansiysk, June 27 – July 5, 2011) / Ed. by Prof. S.Й. Vompersky. Novosibirsk: NTL. P. 135-136. (In Russian)]
62. Сирин А.А., Суворов Г.Г., Чистотин М.В., Кравченко И.К., Минаева Т.Ю., Маркина А.В., Макаров Д.А., Ильясов Д.В., Кривенок Л.А., Глаголев М.В., Успенская О.Н. 2016. Влияние использования и восстановления торфяных болот на составляющие их углеродного баланса: опыт поэтапного комплексного изучения // Стационарные экологические исследования: опыт, цели, методология, проблемы организации. Материалы Всероссийского совещания. Центрально-Лесной государственный природный биосферный заповедник, Институт проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, Институт лесоведения РАН. С. 167-171. [Sirin A.A., Suvorov G.G., Chistotin M.V., Kravchenko I.K., Minaeva T.Yu., Markina A.V., Makarov D.A., Il’yasov D.V., Krivenok L.A., Glagolev M.V., Uspenskaya O.N. 2016. Vliyanie ispol’zovaniya i vosstanovleniya torfyanykh bolot na sostavlyayushchie ikh uglerodnogo balansa: opyt poetapnogo kompleksnogo izucheniya // Statsionarnye ekologicheskie issledovaniya: opyt, tseli, metodologiya, problemy organizatsii. Materialy Vserossiiskogo soveshchaniya. Tsentral’no-Lesnoi gosudarstvennyi prirodnyi biosfernyi zapovednik, Institut problem ekologii i evolyutsii im. A.N. Severtsova RAN, Institut lesovedeniya RAN. P. 167-171. (In Russian)]
63. Смагин А.В. 2013. Волшебная флейта почвоведения // Лев Оскарович Карпачевский. Книга воспоминаний друзей, близких, учеников, коллег. М.: ООО «Буки Веди». С. 132-165. [Smagin A.V. 2013. Volshebnaya fleita pochvovedeniya // Lev Oskarovich Karpachevskii. Kniga vospominanii druzei, blizkikh, uchenikov, kolleg. Moscow: ООО «Buki Vedi». P. 132-165. (In Russian)]
63. Смагин А.В., Глаголев М.В. 2004. Современные полевые методы изучения газовой функции болотных почв // Болота и биосфера. материалы Третьей Научной школы: 400-летию города Томска посвящается. С. 53-63. [Smagin A.V., Glagolev M.V. 2004. Modern field methods for study of gas-function of wetland soils // Mires and the Biosphere: Proc. 3rd School Session, (13-16 September, 2004). Tomsk: «Tomskij CNTI» Pub. P. 53-63. (In Russian with English Abstract)]
64. Смагин А.В., Садовникова Н.Б., Смагина М.В., Глаголев М.В., Шевченко Е.М., Хайдапова Д.Д., Губер А.К. 2001. Моделирование динамики органического вещества почв. Москва. 120 с. [Smagin A.V., Sadovnikova N.B., Smagina M.V., Glagolev M.V., Shevchenko E.M., Khaidapova D.D., Guber A.K. 2001. Modelirovanie dinamiki organicheskogo veshchestva pochv. Moskva. P. 120 (In Russian)]
65. Суворов Г.Г., Глаголев М.В. 2007. Продолжительность «периода эмиссии метана» // Болота и биосфера. Сборник материалов шестой Всероссийской научной школы / Редактор: Инишева Л.И. С. 270-274. [Suvorov G.G., Glagolev M.V. 2007. The duration of «Active methane emission period» // Mires and the Biosphere: Proc. 6th School Session, (10-14 September 2007). Tomsk: «Tomskij CNTI» Pub. P. 270-274. (In Russian with English Abstract)]
66. Сутин И.А., Финн Г.Р., Зеленская Л.Н. 1973. Микробиология. М.: Медицина. [Sutin I.A., Finn G.R., Zelenskaya L.N. 1973. Mikrobiologiya. Moscow: Meditsina (In Russian)]
66. Тарасов А.Л., Глаголев М.В., Коцюрбенко О.Р. 2000. Совместные российско-японские исследования проблемы парниковых газов на стационаре «Плотниково» в Западной Сибири // Тезисы докладов III съезда Докучаевского общества почвоведов. Материалы III съезда Докучаевского общества почвоведов: в 3-х книгах. Кн. 1. / Г.В. Добровольский, Н.Б. Хитров (ред.). С. 164. [Tarasov A.L., Glagolev M.V., Kotsyurbenko O.R. 2000. Sovmestnye rossiisko-yaponskie issledovaniya problemy parnikovykh gazov na statsionare «Plotnikovo» v Zapadnoi Sibiri // Tezisy dokladov III s”ezda Dokuchaevskogo obshchestva pochvovedov. Materialy III s»ezda Dokuchaevskogo obshchestva pochvovedov: v 3-kh knigakh. Kn. 1. / G.V. Dobrovol’skii, N.B. Khitrov (ed.). P. 164. (In Russian)]
67. Терентьева И.Е., Сабреков А.Ф., Филиппов И.В., Глаголев М.В. 2016. Эмиссия метана из полигонов захоронения твердых бытовых отходов Ханты-Мансийска и Сургута // Enviromis 2016 международная конференция и школа молодых ученых по измерению, моделированию и информационным системам для изучения окружающей среды. Томск: Изд-во Томского ЦНТИ. С. 243-245. [Terentieva I.E., Sabrekov A.F., Filippov I.V., Glagolev M.V. 2016. Methane emission from Khanty-Mansiysk and Surgut landfills // International Conference on Environmental Observations, Modeling and Information Systems «ENVIROMIS-2016» (11 - 16 July 2016, Tomsk, Russia). Tomsk: SCERT. P. 243-245. (In Russian with English Abstract)]
68. Терентьева И.Е., Сабреков А.Ф., Филиппов И.В., Глаголев М.В., Курбатова Ю.А., Максютов Ш.Ш. 2018. Создание карты болот Западной Сибири по спутниковым снимкам Landsat и MODIS // Международная конференция и школа молодых ученых по измерениям, моделированию и информационным системам для изучения окру-

жающей среды: ENVIROMIS-2018. С. 187-191. [Terentieva I.E., Sabrekov A.F., Filippov I.V., Glagolev M.V., Kurbatova J.A., Maksyutov S.S. 2018. Mapping of West Siberian wetlands using Landsat and MODIS imagery // International Conference on Environmental Observations, Modeling and Information Systems: ENVIROMIS-2020. P. 187-191. (In Russian)]

69. Терентьева И.Е., Филиппов И.В., Сабреков А.Ф., Глаголев М.В. 2021. Использование сверточных нейронных сетей для картографирования переувлажненных экосистем Западной Сибири // Западно-Сибирские торфяники и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы Шестого Международного полевого симпозиума. Томск: Изд-во ТГУ. С. 92-94. [Terentieva I.E., Filippov I.V., Sabrekov A.F., Glagolev M.V. 2021. Mapping waterlogged ecosystems of West Siberia using convolutional neural networks // West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present / Proceedings of the Fifth International Field Symposium (Khanty-Mansiysk, June 28 – July 08 2021). Tomsk: Publishing house of Tomsk University. P. 92-94. (in Russian)]
70. Терентьева И.Е., Филиппов И.В., Сабреков А.Ф., Глаголев М.В., Курбатова Ю.А., Максютов Ш.Ш. 2019. Проблемы и подходы к созданию типологической карты болот России // Материалы 17-й Всероссийской открытой конференции “Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса”. Институт космических исследований Российской академии наук. С. 453. [Terent’eva I.E., Filippov I.V., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kurbatova Yu.A., Maksyutov Sh.Sh. 2019. Problemy i podkhody k sozdaniyu tipologicheskoi karty bolot Rossii // Materialy 17-i Vserossiiskoi otkrytoi konferentsii «Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa». Institut kosmicheskikh issledovanii Rossiiskoi akademii nauk. P. 453. (In Russian)]
71. Терентьева И.Е., Филиппов И.В., Сабреков А.Ф., Глаголев М.В., Курбатова Ю.А., Максютов Ш. 2020. Картографирование таежных болот Западной Сибири на основе дистанционной информации // Известия Российской академии наук. Серия географическая. Т. 84. № 6. С. 920-930. [Terentieva I.E., Filippov I.V., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kurbatova J.A., Maksyutov S. 2020. Western Siberia’s Taiga Wetlands Mapping Based on Remote Sensing Data // Izvestiya RAN.
72. Фролов И.Т. (ред.). 1980. Философский словарь. М.: Политиздат. 444 с. [Frolov I.T. (ed.). 1980. Filosofskii slovar’. Moscow: Politizdat. P. 444 (In Russian)]
72. Чечкин С.А. 1970. Водно-тепловой режим неосушенных болот и его расчет. Л.: Гидрометеоиздат. С. 38. [Chechkin S.A. 1970. Vodno-teplovoi rezhim neosushennykh bolot i ego raschet. L.: Gidrometeoizdat. P. 38. (In Russian with English Abstract)]
73. Шноль С.Э. 2001. Герои, злодеи, конформисты российской науки. М.: КРОН-ПРЕСС. 875 с. [Shnol’ C.E. 2001. Geroi, zlodei, konformisty rossiiskoi nauki. Moscow: KRON-PRESS. P. 875 (In Russian)]
73. Шнырев Н.А., Глаголев М.В. 2001. Математические модели образования, поглощения и эмиссии метана почвой // Функции почв в биосферно-геосферных системах. Материалы международного симпозиума. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. С. 179-180. [Shnyrev N.A., Glagolev M.V. 2001. Mathematical models of methane generation, uptake and emission by soil // Functions of Soils in the Geosphere-Biosphere Systems: Materials of the International Symposium: Moscow, Russian Federation, (27-30 August, 2001). Moscow: MAX Press. P. 179-180. (In Russian)]
73. Шнырев Н.А., Глаголев М.В. 2006. Банк данных по эмиссии метана из почв России // Болота и биосфера. сборник материалов Пятой Научной Школы. под редакцией Л.И. Инишевой. С. 283-286. [Shnyrev N.A., Glagolev M.V. 2006. The data bank of methane emission from Russian soils // Mires and the Biosphere: Proc. 5th School Session, (11-14 September 2006). Tomsk: «Tomskij CNTI» Pub. P. 283-286. (In Russian with English Abstract)]
74. Шнырев Н.А., Глаголев М.В. 2007. Характерные значения потоков метана из болот Западной Сибири // В сборнике: Торфяники Западной Сибири и цикл углерода: прошлое и настоящее. Материалы Второго Международного полевого симпозиума. Под редакцией академика С.Э. Вомперского. С. 144-146. [Shnyrev N.A., Glagolev M.V. 2007. Typical values of CH_4 emission from wetlands of West Siberia // Proceedings of the Second International Field Symposium “West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present” (Khanty-Mansiysk, August 24 – September 2, 2007) / Prof. S.E. Vompersky (ed.). Tomsk: NTL. P. 144-146. (In Russian)]
75. Ягодинский В.Н. 1987. Александр Леонидович Чижевский. 1897-1864. М.: Наука. 304 с. [Yagodinskii V.N. 1987. Aleksandr Leonidovich Chizhevskii. 1897-1864. Moscow: Nauka. P. 304 (In Russian)]
75. Янин М.В., Филиппов И.В. 2016. К 50-летию (и 30-летию научной деятельности) М.В. Глаголева // Динамика окружающей среды и глобальные изменения климата. Т. 7. № 2. С. 66-84. [Yanin M.V., Filippov I.V. 2016. The 50th anniversary and 30 years of scientific activity of M.V. Glagolev // Environmental dynamics and global climate change. V. 7. N 2. P. 66-84. (In Russian with English Abstract)]
76. Adams B., White A., Lenton T.M. 2004. An analysis of some diverse approaches to modelling terrestrial net primary productivity // Ecological Modelling. V. 177. P. 353-391.
77. Alekseychik P., Mammarella I., Karpov D., Dengel S., Terentieva I., Sabrekov A., Glagolev M., Lapshina E. 2017. Net ecosystem exchange and energy fluxes measured with the eddy covariance technique in a Western Siberian bog // Atmospheric Chemistry and Physics. V. 17. № 15. P. 9333-9345.
78. Altor A.E., Mitsch W.J. 2008. Pulsing hydrology, methane emissions and carbon dioxide fluxes in created marshes: A 2-year ecosystem study // Wetlands. V. 28. No. 2. P. 423-438.
79. Bowling D.R., Miller J.B., Rhodes M.E., Burns S.P., Monson R.K., Baer D. 2009. Soil, plant, and transport influences on methane in a subalpine forest under high ultraviolet irradiance // Biogeosciences. V. 6. P. 1311–1324.
80. Chistotin M.V., Glagolev M.V. 2003. Theory and practice of gradient method for measurement of methane flux from soil

(an economical realization) // 2nd International Conference "Emission and sink of greenhouse gases on the northern Eurasia territory", 16-20 june 2003: Abstracts. Pushchino. P. 127.

81. Churkina A.I., Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Terentieva I.E., Sabrekov A.F., Maksyutov S.S. 2017. Variable regime of methane emission in periodically flooded forest // Материалы международной конференции / Под ред. Е.Д. Лапшиной, Н.П. Миронычевой-Токаревой. P. 13-17. [Churkina A.I., Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Terentieva I.E., Sabrekov A.F., Maksyutov S.S. 2017. Variable regime of methane emission in periodically flooded forest // Carbon balance of Western Siberian mires in the context of climate change: Proceedings of the International Conference (Khanty-Mansiysk, 19-29 June, 2017) / Ed. by Prof. E.D. Lapshina and N.P. Mironycheva-Tokareva. Tomsk: Publishing House of Tomsk State Uiversity. P. 13-17.]
82. Churkina A.I., Mochenov S.Yu., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Terentieva I.E., Maksyutov Sh.Sh. 2018. Trees as methane sources: A case study of West Siberian South taiga // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 5th International field symposium «West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present» and the International conference «Carbon Balance of Western Siberian Mires in the Context of Climate Change». P. 012002. DOI:10.1088/1755-1315/138/1/012002
83. Danilova O.V., Belova S.E., Gagarinova I.V., Dedysh S.N. 2016. Microbial Community Composition and Methanotroph Diversity of a Subarctic Wetland in Russia // Microbiology. V. 85. No. 5. P. 583–591. DOI: 10.1134/S0026261716050039
84. Danilova O.V., Ivanova A.A., Terent'eva I.E., Glagolev M.V., Sabrekov A.F. 2021. Microbial Community Composition of Floodplains Shallow-Water Seeps in the Bolshaya Rechka Floodplain, Western Siberia // Microbiology. V. 90. P. 632-642.
85. Davis T.W., Prentice I.C., Stocker B.D., Whitley R.J., Wang H., Evans B.J., Gallego-Sala A.V., Sykes M.T., Cramer W. 2016. Simple Process-Led Algorithms for Simulating Habitats (SPLASH v.1.0): Robust Indices of Radiation, Evapotranspiration and Plant-Available Moisture // Geosci. Model Dev. Discuss. DOI:10.5194/gmd-2016-49.
86. Davydov D.K., Dyachkova A.V., Fofonov A.V., Maksyutov S.S., Dyukarev E.A., Smirnov S.V., Glagolev M.V. 2018. Measurements of methane and carbon dioxide fluxes from wetland ecosystems of the Southern Taiga of West Siberia // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. P. 1083389. DOI: 10.1117/12.2504543
87. Dedysh S.N., Didriksen A., Danilova O.V., Belova S.E., Liebner S., Svenning M.M. 2015. Methylocapsa palsarum sp. nov., a methanotroph isolated from a subArctic discontinuous permafrost ecosystem // Int. J. Syst. Evol. Microbiol. V. 5. № 10. P. 3618–3624.
88. Dedysh S.N., Dunfield P.F. 2018. Facultative methane oxidizers // Taxonomy, Genomics and Ecophysiology of Hydrocarbon Degrading Microbes. Handbook of Hydrocarbon and Lipid Microbiology / Ed. McGenity T.G. Springer, Cham. P. 1–20.
89. Dingman S.L. 2002. Physical hydrology. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall. P. 315.
90. Ding W., Cai Z., Tsuruta H. 2004. Methane concentration and emission as affected by methane transport capacity of plants in freshwater marsh // Water, Air, and Soil Pollution. V. 158. P. 99-111.
91. Dorodnikov M., Silvennoinen H., Martikainen P., Dцrsch P. 2015. Evidence on Anaerobic Methane Oxidation (AOM) in a boreal cultivated peatland with natural and added electron acceptors // Geophysical Research Abstracts. V. 17. EGU2015-11003-1.
92. Dyukarev E.A., Sabrekov A.Z., Glagolev M.V., Kiselev M.V., Filippov I.V., Lapshina E.D. 2020. Changes in the carbon deposit function of western Siberia peatlands at exploitation of oil fields // Environmental transformation and sustainable development in the Asian region. Материалы Международной научной конференции. Иркутск. P. 82.
93. Ebert K., Ederer H. 1985. Computeranwendungen in der Chemie. Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft mbH.
94. Filippova N.V., Glagolev M.V. 2017. Tea decomposition in Mukhrino Field Station: the results of short-term experiment. Variable regime of methane emission in periodically flooded forest // Материалы международной конференции / Под ред. Е.Д. Лапшиной, Н.П. Миронычевой-Токаревой. P. 18-20. [Filippova N.V., Glagolev M.V. 2017. Tea decomposition in Mukhrino Field Station: the results of short-term experiment. Variable regime of methane emission in periodically flooded forest // Carbon balance of Western Siberian mires in the context of climate change: Proceedings of the International Conference (Khanty-Mansiysk, 19-29 June, 2017) / Ed. by Prof. E.D. Lapshina and N.P. Mironycheva-Tokareva. Tomsk: Publishing House of Tomsk State Uiversity. P. 18-20.]
95. Filippova N.V., Glagolev M.V. 2018. Short-term standard litter decomposition across three different ecosystems in middle taiga zone of West Siberia // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 5th International field symposium «West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present» and the International conference «Carbon Balance of Western Siberian Mires in the Context of Climate Change». P. 012004. DOI:10.1088/1755-1315/138/1/012004
96. Franz D., Acosta M., Altimir N., Arriga N., Arrouays D., Aubinet M., Aurela M., Ayres E., Lypez-Ballesteros A., Barbaste M., Berveiller D., Biraud S., Boukir H., Brown T., Brьmmer C., Buchmann N., Burba G., Carrara A., Cescatti A., Ceschia E., Clement R., Cremonese E., Crill P., Darenova E., Dengel S., D'Odorico P., Filippa G., Fleck S., Fratini G., FuЯ R., Gielen B., Gogo S., Grace J., Graf A., Grelle A., Gross P., Grьnwald T., Haapanala S., Hehn M., Heinesch B., Heiskanen J., Herbst M., Herschlein C., Hцrtnagl L., Hufkens K., Ibrom A., Jolivet C., Joly L., Jones M., Kiese R., Klemedtsson L., Kljun N., Klumpp K., Kolari P., Kolle O., Kowalski A., Kutsch W., Laurila T., de Ligne A., Linder S., Lindroth A., Lohila A., Longdoz B., Mammarella I., Manise T., Jimйnez S.M., Matteucci G., Mauder M., Meier P., Merbold L., Mereu S., Metzger S., Migliavacca M., Mцlder M., Montagnani L, Moureaux C., Nelson D., Nemitz E., Nicolini G., Nilsson M.B., de Beeck M.O., Osborne B., Lцfvenius M.O., Pavelka M., Peichl M., Peltola O., Pihlatie M., Pitacco A., Pokornэ R., Pumpanen J., Ratiй C., Rebmann C., Roland M., Sabbatini S., Saby N.P.A.,

Saunders M., Schmid H.P., Schrumpf M., Sedlбk P., Ortiz P.S., Siebicke L., Šigut L., Silvennoinen H., Simioni G., Skiba U., Sonnentag O., Soudani K., Soulй P., Steinbrecher R., Tallec T., Thimonier A., Tuittila E.-S., Tuovinen J.-P., Vestin P., Vincent G., Vincke C., Vitale D., Waldner P., Weslien P., Wingate L., Wohlfahrt G., Zahniser M., Vesala T. 2018. Towards long-term standardised carbon and greenhouse gas observations for monitoring Europer's terrestrial ecosystems: a review // Int. Agrophys. V. 32. P. 439-455. DOI:10.1515/intag-2017-0039.

97. Frolking S., Crill P. 1994. Climate controls on temporal variability of methane flux from a poor fen in southeastern New Hampshire: Measurement and modeling // Global Biogeochemical Cycles. V. 8. P. 385-397.
98. Frolov O.A., Glagolev M.V. 2020. The 55th anniversary of professor O.R. Kotsyurbenko // Environmental dynamics and global climate change. V. 11. N 2. P. 88-103. DOI: 10.17816/edgcc40421
99. Glagolev M.V., Il'yasov D.V., Churkina A.I., Sabrekov A.F., Terentieva I.E., Maksyutov S.S. 2017. Verification of WeMEM model using field data from West Siberian south taiga wetlands // Материалы международной конференции / Под ред. Е.Д. Лапшиной, Н.П. Миронычевой-Токаревой. P. 25-28. [Glagolev M.V., Il'yasov D.V., Churkina A.I., Sabrekov A.F., Terentieva I.E., Maksyutov S.S. 2017. Verification of WeMEM model using field data from West Siberian south taiga wetlands // Carbon balance of Western Siberian mires in the context of climate change: Proceedings of the International Conference (Khanty-Mansiysk, 19-29 June, 2017) / Ed. by Prof. E.D. Lapshina and N.P. Mironycheva-Tokareva. Tomsk: Publishing House of Tomsk State Uiversity. P. 25-28.]
100. Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Sabrekov A.F., Litti Y.V., Goncharov V.M. 2018. Response of Methane Emission to Temperature Anomalies of Mires: Case Study of the Southern Taiga in Western Siberia // Water Resources. V. 45. № S2. P. 44–52.
101. Glagolev M.V., Kleptsova I.E. 2011. Critical review of the different methane emission estimations for West Siberian Wetlands // West Siberian peatlands and carbon cycle: past and present. Материалы III Международного полевого симпозиума. Югорский государственный университет, Институт почвоведения и агрохимии СО РАН, Сургутутский государственный университет. С. 146-147. [Glagolev M.V., Kleptsova I.E. 2011. Critical review of the different methane emission estimations for West Siberian Wetlands // Proceedings of the Third International Field Symposium "West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present" (Khanty-Mansiysk, June 27 – July 5, 2011) / Ed. by Prof. S.Й. Vompersky. Novosibirsk: NTL. P. 146-147.]
102. Glagolev M.V., Kleptsova I.E., Filippov I.V., Kazantsev V.S., Machida T., Maksyutov Sh.Sh. 2010. Methane Emissions from Subtaiga Mires of Western Siberia: The "Standard Model" Bc5 // Moscow University Soil Science Bulletin. V. 65. No. 2. P. 86-93.
103. Glagolev M.V., Kotsyurbenko O.R., Sabrekov A.F., Litti Yu.V., Terentieva I.E. 2021. Methodologies for Measuring Microbial Methane Production and Emission from Soils – A Review // Microbiology. V. 90. No. 1. P. 3-23.
104. Glagolev M.V., Panikov N.S., Inoue G. 1998. Modeling of methane emission to atmosphere in West Siberian wetland (Bakchar bog, Tomsk area) // Proceedings of Sixth Symposium on the Joint Permafrost Studies between Japan and Russia in 1997. P. 175-190.
105. Glagolev M.V., Smagin A.V., Lebedev V.S., Shnyrev N.A. 2001. Generation, mass-transfer and transformation of methane in a peatland (on example of Bakcharskoe wetland) // West siberian peatlands and carbon cycle: past and present / Edited by S.V. Vasiliev, A.A. Titlyanova, A.A. Velichko. Novosibirsk: "Sibprint Agency". P. 79-81.
106. Glagolev M.V., Uchiyama H., Lebedev V., Utsumi M., Smagin A.V., Glagoleva O., Erokhin V., Olenev P., Nozhevnikova A. 2000. Oxidation and Plant-Mediated Transport of Methane in West Siberian Bog // Proceedings of Eighth Symposium on the Joint Permafrost Studies between Japan and Russia in 1999. C. 143-149.
107. Glagolev M.V., Zhuzhman I.V., Chistotin M.V. 2003. On diurnal pattern of methane flux from peat bog // 2nd International Conference "Emission and sink of greenhouse gases on the northern Eurasia territory", 16-20 june 2003: Abstracts. Pushchino. P. 33-34.
108. Granberg G., Grip H., Ottosson Lцfvenius M., Sundh I., Svensson B.H., Nilsson M. 1999. A simple model for simulation of water content, soil frost, and soil temperatures in boreal mixed mires // Water Resources Research. V. 35. No. 12. P. 3771-3782.
109. Greene B. 2011. The Hidden Reality: Parallel Universes and the Deep Laws of the Cosmos. New York: Alfred A. Knopf.
110. Houweling S., Bergamaschi P., Chevallier F., Heimann M., Kaminski T., Krol M., Michalak A.M., Patra P. 2016. Global inverse modeling of CH_4 sources and sinks: An overview of methods // Atmos. Chem. Phys. Discuss. DOI: 10.5194/acp-2016-572.
111. Jeffrey L.C., Maher D.T., Johnston S.G., Kelaher B.P., Steven A., Tait D.R. 2019. Wetland methane emissions dominated by plant-mediated fluxes: Contrasting emissions pathways and seasons within a shallow freshwater subtropical wetland // Limnol. Oceanogr. V. 64. No. 5. P. 1895-1912. DOI: 10.1002/lno.11158
112. Kallistova A.Yu., Sabrekov A.F., Goncharov V.M., Pimenov N.V., Glagolev M.V. 2019. On the Application of Statistical Analysis for Interpretation of Experimental Results in Environmental Microbiology // Microbiology. V. 88. No. 2. P. 232–239.
113. Karelin D.V., Glagolev M.V., Sabrekov A.F. 2020. «Whither, then, are you speeding, O Russia of mine?»: What do scientists think about the new system of their labor evaluation in Russia? // Environmental dynamics and global climate change. V. 11. N 2. P. 104-124. DOI: 10.17816/edgcc52983
114. Kotsyurbenko O.R., Glagolev M.V., Merkel A.Y., Sabrekov A.F., Terentieva I.E. 2019. Methanogenesis in soils, wetlands, and peat // Biogenesis of Hydrocarbons / Ed. by Stams A., Sousa D. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-319-53114-4_9-1

115. Kotsyurbenko O.R., Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Terentieva I.E. 2020. Systems approach to the study of microbial methanogenesis in West-Siberian wetlands // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 11. No. 1. P. 54-68.
116. Krasnov O.A., Maksyutov S.S., Davydov D.K., Fofonov A.V., Glagolev M.V. 2015. Measurements of methane and carbon dioxide fluxes on the Bakchar bog in warm season // Proc. of SPIE. Vol. 9680: "21st International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics". 968066.
117. Lapshina E.D., Pologova N.N., Muldiyarov E.Ya., Golyshev S.A., Glagolev M.V. 2000. Watershed Peatlands in South Taiga Zone of West Siberia // Proceedings of Eighth Symposium on the Joint Permafrost Studies between Japan and Russia in 1999. P. 121-128.
118. Lohila A., Aalto T., Aurela M., Hatakka J., Tuovinen J.-P., Kilkki J., Penttilд T., Vuorenmaa J., Ндnninen P., Sutinen R., Viisanen Y., Laurila T. 2016. Large contribution of boreal upland forest soils to a catchment-scale CH_4 balance in a wet year // Geophys. Res. Lett. V. 43. Issue 6. P. 2946-2953. DOI: 10.1002/2016GL067718
119. Lokshina L.Ya., Vavilin V.A., Litti Yu.V., Glagolev M.V., Sabrekov A.F., Kotsyurbenko O.R., Kozlova M.A. 2019. Methane Production in a West Siberian Eutrophic Fen is Much Higher than Carbon Dioxide Production: Incubation of Peat Samples, Stoichiometry, Stable Isotope Dynamics, Modeling // Water Resources. V. 46. № S1. P. S110-S125.
120. Megonigal J.P., Guenther A.B. 2008. Methane emissions from upland forest soils and vegetation // Tree Physiology. V. 28. P. 491–498.
121. Mochenov S.Yu., Churkina A.I., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Ilyasov D.V., Terentieva I.E., Maksyutov Sh.Sh. 2018. Soils in seasonally flooded forests as methane sources: A case study of West Siberian South taiga // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science 5th International field symposium "West Siberian Peatlands and Carbon Cycle: Past and Present" and the International conference "Carbon Balance of Western Siberian Mires in the Context of Climate Change". P. 012012.
122. Panikov N.S., Glagolev M.V. 1999. Methane emission and carbon budget of wetland ecosystem in Vasyugan (Western Siberia) // Climates and Carbon Cycle: Past and Presents: Abstracts (Moscow, May, 19-21, 1998). Moscow: Institute of Geography, Russian Academy of Sciences. P. 43-46.
123. Pavelka M., Acosta M., Kiese R., Altimir N., Brьmmer C., Crill P., Darenova E., FuЯ R., Gielen B., Graf A., Klemedtsson L., Lohila A., Longdoz B., Lindroth A., Nilsson M., Jimйnez S.M., Merbold L., Montagnani L. Peichl M. Pihlatie M. Pumpanen J., Ortiz P.S., Silvennoinen H., Skiba U., Vestin P., Weslien P., Janous D., Kutsch W. 2018. Standardisation of chamber technique for CO_2, N_2O and CH_4 fluxes measurements from terrestrial ecosystems // Int. Agrophys. V. 32. P. 569-587. DOI: 10.1515/intag-2017-0045.
124. Reinelt L. 2013. Methane exchange between tree stems and atmosphere in a boreal forest. Bachelor degree thesis. Lund University.
125. Renou-Wilson F., Mьller C., Moser G., Wilson D. 2016. To graze or not to graze? Four years greenhouse gas balances and vegetation composition from a drained and a rewetted organic soil under grassland // Agriculture, Ecosystems and Environment. V. 222. P. 156–170.
126. Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Alekseychik P.K., Smolentsev B.A., Terentieva I.E., Krivenok L.A., Maksyutov S.S. 2016. A process-based model of methane consumption by upland soils // Environmental Research Letters. V. 11. № 7. P. 075001.
127. Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kleptsova I.E., Machida T., Maksyutov S.S. 2013. Methane Emission from Mires of the West Siberian Taiga // Eurasian Soil Science. V. 46. № 12. P. 1182–1193.
128. Sabrekov A.F., Runkle B.R.K., Glagolev M.V., Terentieva I.E., Stepanenko V.M., Kotsyurbenko O.R., Maksyutov S.S., Pokrovsky O.S. 2017. Variability in methane emissions from West Siberia's shallow boreal lakes on a regional scale and its environmental controls // Biogeosciences. V. 14. № 15. P. 3715-3742.
129. Sabrekov A.F., Semenov M.V., Terent'eva I.E., Litti Yu.V., Il'yasov D.V., Glagolev M.V. 2020. The Link between Soil Methane Oxidation Rate and Abundance of Methanotrophs Estimated by Quantitative PCR // Microbiology. V. 89. No. 2. P. 182–191.
130. Segarra K.E.A., Comerford C., Slaughter J., Joye S.B. 2013. Impact of electron acceptor availability on the anaerobic oxidation of methane in coastal freshwater and brackish wetland sediments // Geochimica et Cosmochimica Acta. V. 115. P. 15–30.
131. Smemo K.A., Yavitt J.B. 2007. Evidence for Anaerobic CH_4 Oxidation in Freshwater Peatlands // Geomicrobiology Journal. V. 24. P. 583–597. DOI: 10.1080/01490450701672083
132. Smemo K.A., Yavitt J.B. 2011. Anaerobic oxidation of methane: an underappreciated aspect of methane cycling in peatland ecosystems? // Biogeosciences. V. 8. P. 779–793. DOI: 10.5194/bg-8-779-2011
133. Terazawa K., Ishizuka S., Sakata T., Yamada K., Takahashi M. 2007. Methane emissions from stems of Fraxinus mandshurica var. japonica trees in a floodplain forest // Soil Biol. Biochem. V. 39. P. 2689–2692.
134. Terent'eva I.E., Sabrekov A.F., Glagolev M.V., Kotsyurbenko O.R. 2017. Methane Emission from Municipal Solid Waste Landfills // Russian Meteorology and Hydrology. V. 42. No. 5. P. 327-334.
135. Terentieva I.E., Glagolev M.V., Lapshina E.D., Sabrekov A.F., Maksyutov S.S. 2016. Mapping of West Siberian taiga wetland complexes using Landsat imagery: implications for methane emissions // Biogeosciences. V. 13. № 16. P. 4615-4626.
136. Terentieva I.E., Sabrekov A.F., Ilyasov D., Ebrahimi A., Glagolev M.V., Maksyutov S. 2019. Highly Dynamic Methane Emission from the West Siberian Boreal Floodplains // Wetlands. V. 39. № 2. P. 217-226.
137. Tveit A.T., Hestnes A.G., Robinson S.L., Svenning M.M., Schintlmeister A., Herbold C., Wagner M., Dedysh S.N., Jehmlich N., Von Bergen M., Richter A. 2019. Widespread soil bacterium that oxidizes atmospheric methane //

Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. V. 116. № 17. P. 8515-8524.

138. Yurova A., Wolf A., Sagerfors J., Nilsson M. 2007. Variations in net ecosystem exchange of carbon dioxide in a boreal mire: Modeling mechanisms linked to water table position // J. Geophys. Res. V. 112. G02025.

139. Zhu X., Zhuang Q., Qin Z., Glagolev M., Song L. 2013. Estimating wetland methane emissions from the northern high latitudes from 1990 to 2009 using artificial neural networks // Global Biogeochemical Cycles. V. 27. № 2. P. 592-604.

Поступила в редакцию: 24.09.2021
Переработанный вариант: 09.11.2021[1]

[1] Несмотря на то, что данная статья, фактически, должна была бы относиться к разделу «Персоналии», который (по умолчанию) рецензируемым не является, авторы просили Редакцию отправить статью на рецензирование.

Просьба авторов была удовлетворена, и статья прошла рецензирование в обычном порядке. – *Ред.*

УДК 576.8.095:577.3
DOI: doi.org/10.17816/edgcc90125

MATHEMATICAL MODELING OF MICROORGANISM GROWTH (ANALYTICAL APPROACH)

M.V. Glagolev
Lomonosov Moscow State University, *Moscow, Russia*

Corresponding author: M.V. Glagolev, m_glagolev@mail.ru

Цитирование: Glagolev M.V. 2021. Mathematical modeling of microorganism growth (analytical approach) // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 107-122. DOI: doi.org/10.17816/edgcc90125

This work is a report «Mathematical modeling of the growth of microorganisms», written at the suggestion of the teacher of mathematics L.S. Akinfieva in 1982, when the author was a school-boy of the 10th grade of a specialized (with in-depth study of biology) school No. 11 in Moscow. All students of this class were asked to write reports (as a «gift for the 60th anniversary of the USSR») within the framework of the general theme «Mathematics in my future profession».

The report contains the basic equations of the kinetics of growth and dying of microorganisms, as well as their consumption of a nutrient substrate (Malthus, Monod's equations, Herbert's model). In addition to the equations of microbiological kinetics themselves, some methods of obtaining their approximate solutions in the form of elementary functions (without using numerical methods) are demonstrated.

Keywords: biological kinetics, microbiological kinetics, kinetics of microbial growth.

Данная работа представляет собой доклад[1] «Математическое моделирование роста микроорганизмов», написанный по предложению преподавателя математики Л.С. Акинфиевой в 1982 г. в бытность автора учеником 10-го класса специализированной (с углубленным изучением биологии) школы №11 г. Москвы. Всем учащимся данного класса было предложено написать доклады (в качестве «подарка к 60-летию СССР») в рамках общей темы «Математика в моей будущей профессии».

[1] Окончательный вариант доклада представлял собой общую тетрадь (48 листов) и был передан автором в 1985 г. О.В. Готовой, в связи с чем оказался после этого недоступен. Публикуемый ныне текст восстановлен нами по сохранившимся наброскам и черновикам (здесь же заметим, что в связи с вышесказанным одному из издателей пришлось собственоручно переделать все рисунки, используя современные технические средства, ибо в указанных черновиках рисунки были выполнены наскоро от руки). Поскольку, во-первых, объем черновиков был весьма значительным и, во-вторых, нам не известно в точности — что же из них вошло в окончательный вариант доклада, перед нами встал вопрос об отборе материала для данной краткой публикации. Мы решили опубликовать ряд вполне завершенных теоретических построений, имеющих, как нам показалось, не только исторический, но и некоторый научный (или, по крайней мере, педагогический) интерес даже в настоящее время. При этом ***ссылки и список литературы были оформлена нами*** по правилам данного журнала (в исходном тексте ссылки были только на отечественные и переводные издания). Из числа не вошедших в настоящую публикацию разделов отметим два: классическую стационарную теорию хемостата, полностью переписанную автором из [Pirt, 1975]; и несколько наивные попытки построения нестационарной теории хемостата. Кроме того, из текста были безжалостно изъяты (к счастью, немногочисленные) ритуальные камлания, типа такого (автор разместил его после того, как вывел формулу вычисления концентрации субстрата s_1, свыше которой можно применять модель мальтузианского рост): "Если один и тот же вычислительный процесс приходится применять многократно, то для всего этого процесса целесообразно выбрать особый символ, обозначающий, как говорит Маркс, «стратагему действий», его образующих. Почему, однако, так целесообразно вводить при этом новый символ (s_1)? Ответ Маркса состоит в том, что это дает нам возможность не выполнять всякий раз заново весь нужный процесс, а пользуясь тем, что мы уже умеем выполнять его в некоторых случаях, сводить выполнение его в более сложных случаях к выполнению в этих простых [Яновская, 1968, с. 10]". Относительно же философского Введения (сколь обширного, столь и бессмысленного) мы долго колебались: включать его или элиминировать. В конце концов решено было его оставить, во-первых, чтобы на читателя пахнуло, так сказать, духом времени. И (главное!), во-вторых, чтобы читатель мог явственно осознать какой опасности избежал Михаил Владимирович в период становления своей личности — в какого махрового демагога он мог бы превратиться, если бы вовремя не порвал с гибельным (для любого серьезного ученого) увлечением философскими мудрствованиями, тем более, ограниченными лишь рамками бесплодного марксизма-ленинизма. — *Примечание издателей*

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90125

В докладе приводятся основные уравнения кинетики роста и отмирания микроорганизмов, а также потребления ими питательного субстрата (уравнения Мальтуса, Моно, модель Герберта). Кроме самих уравнений микробиологической кинетики продемонстрированы некоторые способы получения их приближенных решений в виде явных функций (без использования численных методов).

Ключевые слова: биологическая кинетика, микробиологическая кинетика, кинетика роста микробов.

Трудно себе представить в нашей стране человека, который,
правильно взявшись за разматывание клубка...
закономерностей развития... организма, не жаждал бы
повышения своих знаний в этой области.

Акад. Т.Д. Лысенко [1948, с. 229]

ВВЕДЕНИЕ

Математика и биология

Президент АН СССР, акад. Вавилов [1948а, с. 22] установил, что «на Западе выросло замечательное новое естествознание». Что же это за естествознание? В чем его новизна? Чем оно характеризуется?

Характерной чертой науки второй половины XX в. является количественный подход к изучению сложных динамических систем. Такие системы широко распространены в окружающем нас мире. Примерами таких систем в естествознании могут быть, среди прочих, живые организмы, их популяции, биоценозы, экосистемы (биогеоценозы) и т.д. [Гильманов, 1978, с. 3]. А раз в биологию проникло число и мера, то это неизбежно должно было привлечь внимание специалистов в этой области — математиков. И таким образом, возникновение количественного подхода в биологии неизбежно должно было привести к широкому проникновению математики в эту науку. Но нужна ли математика в биологии или в отдельных ее отраслях, например — в микробиологии?

Еще в древности (почти 30 лет назад!), говоря о проблемах биологии, Дж. Бернал в разд. «Будущее биологии» своей выдающейся книги [Bernal, 1954], предрекал, что они будут решены с привлечением теоретических и прикладных средств математики: «Новые концепции... и применение статистической теории в сочетании с электронными вычислительными машинами могут помочь нам в анализе их..., начиная с внутреннего строения вирусов и кончая поведением животных сообществ».

Но почему же это действительно замечательное новое математическое естествознание выросло только на Западе, а не в СССР? Ответ хорошо известен.

Длившееся несколько веков иго монголов-кочевников, которого не пережила Западная Европа, затем затянувшееся по сравнению с другими странами Европы господство феодально-крепостнического строя, наконец, сохранение вплоть до начала XX в. пережитков феодализма привело к отсталости России. Отсталость, тупость и деспотизм царских властей мешали раскрытию способностей и талантов, таившихся в народе, тормозили развитие науки. Царское самодержавие подавляло все прогрессивное в науке и культуре. Каждый шаг вперед в этих условиях достигался огромными усилиями [Микулинский, 1977, с. 3–4]. Но, по большому счету, для нас не столь важно кто виноват в сложившемся положении дел. Виновные — царские министры-капиталисты — давно уже понесли зслуженное наказание за это и все другие свои преступления. ***Главный же вопрос***: теперь-то ***что делать?*** И здесь ответ хорошо известен: учиться, учиться и учиться, как завещал великий Ленин, как учит Коммунистическая Партия. А кроме этого: работать, работать и работать!

Великая Октябрьская социалистическая революция открыла новую эпоху в развитии русской науки. Она разбила тяжелые цепи царизма, сковывавшие материальную и духовную культуру нашей страны. Она вырвала науку из рук реакционных господствующих классов царской России, всячески старавшихся поставить ее в зависимость от капиталистической культуры зарубежных стран [Вавилов, 1948а, с. 58]. Торжество идей ленинизма, создание Советского государства, развивающегося на основе самой передовой теории, поставили нашу науку в совершенно новые условия и открыли перед ней широчайшие, ничем не ограниченные перспективы развития. Для русской науки открылась новая эпоха. Наука в нашей Социалистической стране стала предметом постоянного внимания и заботы государства. Неизмеримо возросло ее материальное оснащение и людские кадры. Перед ней стоят великие задачи обогащать и развивать культуру социалистического общества, укреплять его технико-экономическую основу [Вавилов, 1948].

Уже к 30-летней годовщине Великого Октября наша наука стала большой, сильной, разнообразной, со своим особенным лицом, отличающим ее от науки других стран

[Вавилов, 1948а, с. 55]. В чем же это отличие? На мой взгляд, одна из отличительных черт — динамический подход, рассмотрение процессов в их динамике, развитии. В доказательство этого приведу несколько примеров из разных сфер науки — из области генетики, теоретической физики и общественных наук:

- Президент Всесоюзной академии сельскохозяйственных наук им. В.И. Ленина акад. Т.Д. Лысенко [1948, с. 612, 614-615] писал: «Наследственное вещество наделяется Вейсманом свойством непрерывного существования, ***не знающего развития***... Социалистическое сельское хозяйство, колхозно-совхозный строй породили принципиально новую... мичуринскую, советскую, биологическую науку... Мы, представители советского мичуринского направления, утверждаем, что ***наследование свойств***, ***приобретаемых*** растениями и животными ***в процессе*** их ***развития***, возможно и необходимо».
- В своей работе 1917 г. «Вопросы космологии и общая теория относительности» ***Эйнштейн*** написал космологическое релятивистское уравнение и ***дал*** его ***стационарное решение***. Представитель советской теоретической физики Александр Александрович ***Фридман*** в работе 1922 г., анализируя уравнение Эйнштейна, ***показал, что существуют*** не только стационарные ***решения***, но и ***нестационарные***. Эйнштейн вынужден был признать свою ошибку [Кудрявцев, 1982, с. 376-377].
- В орбите так называемой «западной цивиизации», т.е. в капиталистических странах по обе стороны Атлантического океана к общественным наукам взывают лишь там, где они должны оправдать существующий строй либо прямо — указывая на гармоничность, присущую данной общественной системе, либо косвенно — ***указывая как на невозможность, так и на безнравственность любой попытки преобразовать*** эту систему. Тем временем, в Советском Союзе возник новый тип общественной науки. Это наука, с помощью которой сами люди ***изменяют*** свои общественные отношения вместе со своей материальной средой и в то же время вскрывают принципы и механику действия общества [Bernal, 1954].

Можно было бы привести еще множество аналогичных примеров, но, к сожалению, сколько бы их не приводилось, критиканы всегда могут сказать, что этого недостаточно. Поэтому важнее вскрыть глубинную причину, одним махом объясняющую указанную особенность советской науки. Эта причина, по моему мнению, заключается в том, что философской и методологической базой советской науки является диалектический материализм.

Краеугольный камень диалектического материализма — учение о материальной природе мира, о том, что в мире нет ничего кроме материи и ***законов*** ее ***движения и изменения***. Природа развивается, достигая высших своих форм, включая жизнь и мыслящую материю, по причинам, заложенным в ее законах. Разработанная диалектическим материализмом ***теория развития*** указывает те общие законы, благодаря которым осуществляются процессы движения и изменения материи [Фролов, 1980, с. 97].

В математике ***соотношения между изменениями*** физических ***величин позволяют выразить дифференциальные уравнения*** [Korn and Korn, 1961]. И именно по теории дифференциальных уравнений очень многое, притом практически важное, достигнуто советскими аналитиками (хотя русская математика с начала XIX в. заняла одно из первых мест в мировой науке, но никогда не достигала она такой широты, разнообразия и глубины, как за советские годы) [Вавилов, 1948а, с. 47].

Поскольку в будущем я предполагаю избрать своей профессией микробиологию, то, в свете всего вышесказанного, становится очевидным, почему я ставлю перед собой в данной работе задачу моделировании ***динамики микробного роста***, причем моделирования, главным образом, с использованием аппарата дифференциальных уравнений. Но по силам ли школьнику подобная задача? Пока не знаю. Однако, как всегда в сложных ситуациях, для получения ответа следует обратиться к кому-либо из классиков марксизма-ленинизма. В данном случае, источник оптимизма можно найти в известных словах Маркса.

В письме к Энгельсу от 11 января 1858 г. Маркс писал[1]: «При разработке основ... меня так чертовски задерживают ошибки в подсчетах, что с отчаяния я снова засел за быстрое прохождение алгебры. Арифметика никогда не давалась мне. Но окольным алгебраическим путем я скоро опять возьму правильный прицел» [Яновская, 1968, с. 4]. Вот! Маркс учит нас, что можно познать алгебру, имея слабые познания в арифметике!!! Но тогда, по аналогии, предположу, что можно освоить дифференциальные уравнения микробиологической кинетики, имея пока еще слабые познания в более простых разделах математики!

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс, Соч., т. 29, с. 210.— Цит. по [Яновская, 1968, с. 4].

Марксизм и вопросы математического анализа

Поскольку я собираюсь описывать рост микроорганизмов в терминах дифференциальных уравнений, то при выводе этих уравнений неизбежно придется оперировать с бесконечно малыми величинами. И тут важно учесть, что при работе с этими величинами марксизм (непосредственно устами классиков!) призывает нас к сугубой осторожности, ибо здесь возможны существенные методологические ошибки. Маркс [1968, с. 159] учит, что «...хотя в $x + \Delta x$ Δx ... является столь же неопределенной, как и сама неопределенная переменная x, тем не менее Δx определена как отличная от x особая величина, как плод рядом со своей матерью до того, как та забеременела».

Очень образно осветил это положение вещей в своем «Анти-Дюринге» Энгельс: «Когда в математику были введены переменные величины и ***когда их изменяемость была распространена до бесконечно малого и бесконечно большого***, — тогда и математика, вообще столь строго нравственная, совершила грехопадение: она вкусила от яблока познания и это открыло ей путь к гигантским успехам, но вместе с тем и к заблуждениям» [Яновская, 1968, с. 6]. Из этих слов Энгельса может показаться, что сложность заключена именно в бесконечной малости бесконечно малого и бесконечности бесконечно большого. Но Маркс учит нас, что подлинная сложность и подлинная тайна состоят несколько в другом.

Что такое «переменная величина»? Известный английский философ Б. Рассел говорит по этому поводу, что «это, конечно, одно из самых трудных для понимания понятий». Для выяснения понятий переменной величины — иначе говоря, функции — рукописи Маркса и сейчас представляют существенный интерес. Маркс прямо ставит в них вопрос о смысле понятия функции от «x», и специально останавливается на том, как следует отображать в математике изменение переменных, в чем состоит диалектика этого изменения [Яновская, 1968, с. 12].

А подлинная тайна дифференциального исчисления состоит, по Марксу, в том, что для определения значения производной функции в точке x (в которой производная существует) нужно не только выйти в окрестность этой точки, в отличную от x точку x_1, и образовать отношение разностей, но и вернуться затем обратно в ту же точку x; однако вернуться не непосредственно, а некоторым особым образом [Яновская, 1968, с. 13]. Осознавали ли эту тайну формальные математики прошлого (или хотя бы осознают ли ее столь же формальные математики современности)? С сожалением приходится признать, что в математической литературе — например, в [Пискунов, 1961; Мышкис, 1964; Korn and Korn, 1961; Дюбюк и др., 1965; Гильдерман, 1974; Смирнов, 1974; von Kamke, 1942] мне не удалось найти никакого упоминания о ней (честно говоря, пытаясь за последние полтора года освоить высшую математику[1], систематически я проработал только [Мышкис, 1964; Дюбюк и др., 1965], а в остальных перечисленных книгах лишь сейчас — в поисках упоминания тайны дифференциального исчисления — просмотрел разделы, относящиеся к производной и дифференцированию). Даже правильнее было бы сказать, что приходится признать не «с сожалением», а «с содраганием». Ибо сами собой вспоминаются горькие слова Энгельса: «Девственное состояние абсолютной значимости, неопровержимой доказанности всего математического навсегда ушло в прошлое; наступила эра разногласий, и мы дошли до того, что большинство людей дифференцирует и интегрирует не потому, что они понимают, ***что*** они делают, а просто потому, что верят в это, так как до сих пор результат всегда получался правильный»[2]. Так не опасно ли нам следовать за такими людьми? Можно ли использовать формально-математические методы дифференцирования и интегрирования, которые, согласно великому Энгельсу, оказывается, основаны не на доказательствах и понимании, а всего лишь на вере? Но если будет нельзя им следовать, то — как же решить дифференциальные уравнения микробного роста? К счастью, марксизм указывает нам единственно верный путь в этих дебрях.

Яновская [1968, с. 15] учит нас: «Было бы крайне несправедливо представлять себе точку зрения Маркса как состоящую в отвержении всех методов, применяемых в дифференциальном исчислении. Если эти методы оказываются успешными, Маркс ставил перед собой задачу объяснить секрет их успеха. И после того, как это удается ему, Маркс считает переход к этому методу не только вполне оправданным, но и целесообразным». Конечно, в своих математических занятиях Маркс [1968] не мог тратить время на проверку вообще всех методов математического анализа и объяснение секретов успеха (а, следовательно, и допустимости применения) их всех. Но, анализируя сейчас те методы, которые Маркс счел нужным изучить, мы ясно

[1] Как известно, к занятиям по учебному пособию Мышкиса и задачнику Дюбюка МВ приступил весной 1981 г. — Примечание издателей.

[2] Соч., т. 20, стр. 88-89. — Цит. по [Яновская, 1968, с. 6].

видим, что в каждом случае Марксу удалось с гениальной ясностью объяснить их успех и, тем самым, санкционировать оправданность и целесообразность их применения. Казалось бы, с формально-логической точки зрения, отсюда мы не можем сделать вывод, о том, что так было бы всегда. Т.е. из того, что Маркс посчитал оправданным применение всех изученных им методов, мы, ***казалось бы***, не можем сделать вывод о целесообразности применения всех математических методов вообще. Это довольно тонкий вопрос. Давайте разберемся подробнее.

Общеизвестно, что Маркс — основатель научного коммунизма, диалектического и исторического материализма а также научной политической экономии [Фролов, 1980, с. 197], что, безусловно, свидетельствует о его гениальности, ибо гениальность (см., определение, например, в [Прохоров, 1979]) связана с созданием качественно новых, уникальных творений, открытием ранее неизведанных путей творчества. Итак, первое положение, которое нам понадобится, заключается в том, чо Маркс — гений. Теперь перейдем ко второму положению, для чего внимательно еще раз вчитаемся в слова проф. С.А. Яновской: «***Если эти методы оказываются успешными***, Маркс ставил перед собой задачу объяснить секрет их успеха». Таким образом, второе наше положение состоит в том, что речь идет не о любых методах дифференциального исчисления, а лишь о тех, которые уже продемонстрировали себя как успешные. Зададимся вопросом: мог ли Маркс, поставив перед собой задачу объяснения секрета успеха этих методов, не решить данную задачу? Ответ очевиден из первого положения: не мог, ибо был гением. Кстати, то, как проф. Яновская строит свое утверждение, показывает, что и для нее этот ответ был очевиден. Ведь она не пишет «***если*** это удается ему» (что предполагало бы альтернативу — неудачу), а пишет «после того, как это удается ему», т.е. альтернатива даже не подразумевается, ибо (раньше или позже) удается всегда. Но что изменилось, если бы Маркс успел проанализировать все успешные методы? Он перестал бы быть гением? Понятно, что — нет. А раз — нет, то очевидно, что каждый раз, ставя перед собой задачу объяснения секрета успеха рассматриваемого метода, Маркс каждый раз со свойственной ему гениальностью решал бы эту задачу и, соответственно, каждый раз считал бы переход к этому методу оправданным и целесообразным. Таким образом, доказано, что применение любого метода, успешно используемого в дифференциальном исчислении, может считаться вполне оправданным и целесообразным, независимо от того, успел ли Маркс действительно проанализировать его или не стал тратить время на данный конкретный метод. Следовательно, можно считать, что применение любого успешного метода санкционировано марксизмом, а, значит, мы можем применять все такие методы.

Таково, вкратце, учение марксизма по вопросам математического анализа и очевидные следствия из него. Именно на этом методологическом базисе в данной работе будет строиться аналитический подход к математическому моделированию микробного роста.

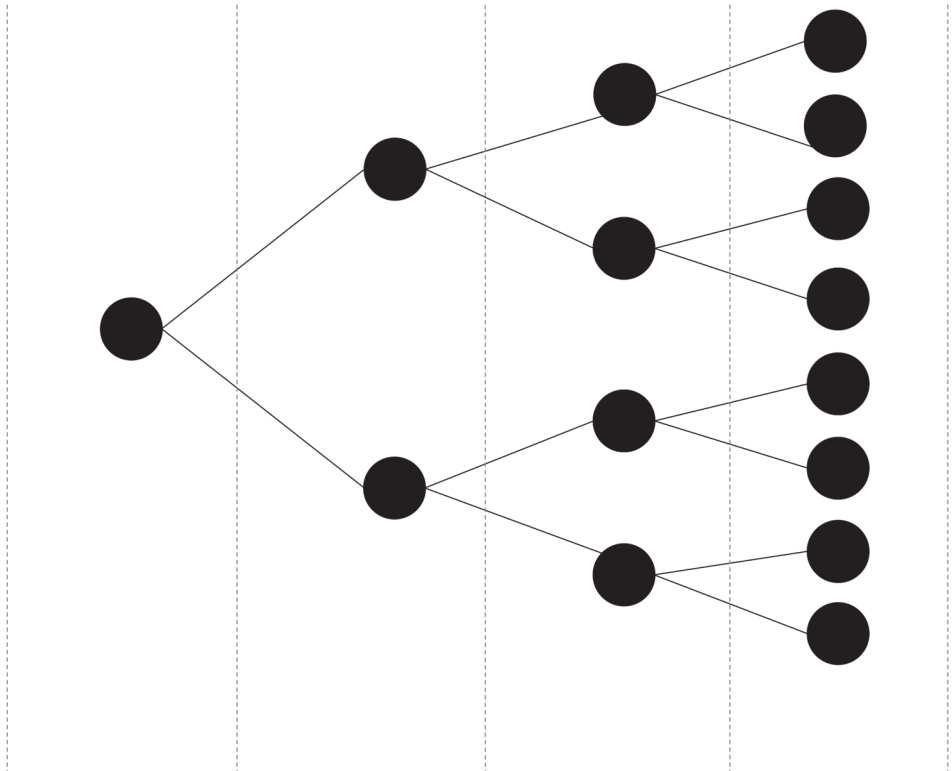
ЗАКОН МАЛЬТУСА

Живая природа развивалась и развивается на основе строжайших, присущих ей закономерностей [Лысенко, 1948, с. 652]. Открытие, по-видимому, наиболее простой из них традиционно связывается с именем Мальтуса.

Английский священник Т. Мальтус (1766—1834) сформулировал закон, согласно которому рост происходит в геометрической прогрессии [Фролов, 1980, с. 195], если, конечно, речь идет не о росте конкретного организма, а о росте популяции. В случае популяции бактерий из этого закона очень просто будет получить уравнение, являющееся одним из нескольких базовых уравнений микробиологической кинетики.

Рассмотрим некоторое исходное количество бактериальных клеток. Это количество можно характеризовать напрямую — ***числом*** клеток (n_o), но понятно, что в экспериментальной практике удобнее будет характеризовать его ***суммарной массой*** клеток (x_o), которую в первом приближении можно считать пропорциональной n_o. На рис. 1 показана схема размножения бактерий путем простого деления: если в начальный (нулевой) момент времени было всего лишь n_o клеток, весивших, в сумме, x_o мг, то спустя время генерации Δt (пусть для примера $\Delta t = 1$ час) мы будем иметь уже $2x_o$ мг, а спустя еще час — $2(2x_o) = 4x_o$ мг. Подсчитаем скорость размножения бактерий.

В химии скорость выражается числом единиц массы одного из продуктов или реагентов, которое образуется (или прореагирует) в единицу времени в единице объема системы [Walas, 1959]. Совершенно аналогично это определение можно применить и к биологическим системам, если биомассу рассматривать как продукт системы некоторых биохимических реакций (а так оно и есть). Итак, ***скорость роста биомассы выражается числом единиц ее массы, которое образуется в единицу времени в единице объема системы***. Вернемся к нашему примеру. В первый час образовалось $\Delta x_1 = (2x_o - x_o) = x_o$ мг биомассы, поэтому скорость роста будет: $\Delta x_1/\Delta t = x_o$ мг/час. В следую-



Биомасса	x_o	$2 \cdot x_o$	$4 \cdot x_o$	$8 \cdot x_o$	…
Скорость	$(2 \cdot x_o - x_o)$/час$=x_o$/час	$(4 \cdot x_o - 2 \cdot x_o)$/час$=2 \cdot x_o$/час	$(8 \cdot x_o - 4 \cdot x_o)$/час$=4 \cdot x_o$/час		…
Удельная скорость	$(x_o$/час$)/x_o=1$ час$^{-1}$	$(2 \cdot x_o$/час$)/(2 \cdot x_o)=1$ час$^{-1}$	$(4 \cdot x_o$/час$)/(4 \cdot x_o)=1$ час$^{-1}$		…

Рис. 1. К выводу уравнения Мальтуса. Если бактерии размножаются простым делением (одна клетка при делении порождает две), то скорость роста с каждым удвоением увеличивается вдвое, а удельная скорость роста (т.е. отношение скорости к биомассе) остается постоянной.

щий час образовалось $\Delta x_2 = (4x_o - 2x_o) = 2x_o$ мг биомассы, поэтому скорость роста будет: $\Delta x_2/\Delta t = 2x_o$ мг/час. В третий час образовалось $\Delta x_3 = (8x_o - 4x_o) = 4x_o$ мг биомассы, поэтому скорость роста будет: $\Delta x_3/\Delta t = 4x_o$ мг/час и т.д. Как мы видим, скорость возрастает с течением времени. Но разделим каждую скорость на исходное количество биомассы, по которому данная скорость вычисляется. Какие же были исходные количества биомассы в каждом случае? В начале первого часа — x_o, в начале второго — $2x_o$, третьего — $4x_o$, поэтому: $\Delta x_1/\Delta t/x_o = 1$ час$^{-1}$, $\Delta x_2/\Delta t/(2x_o) = 1$ час$^{-1}$, $\Delta x_3/\Delta t/(4x_o) = 1$ час$^{-1}$.

Скорость роста единицы биомассы (μ) называется *удельной скоростью роста*. Она измеряется в единицах, обратных времени. Например, удельная скорость роста 0.1 час$^{-1}$ эквивалентна скорости 10% в час [Pirt, 1975], соответственно, в нашем примере удельная скорость 1 час$^{-1}$ означает прирост в течение часа 100% исходной биомассы. Не трудно заметить, что для рассмотренной выше схемы размножения бактерий удельная скорость роста постоянна:

$$\Delta x/\Delta t/x = \mu = 1 \text{ час}^{-1}. \quad (1)$$

Но в реальной популяции (культуре) бактерий размножение будет происходить не через дискретные промежутки времени, равные часу, а, фактически, непрерывно. Какая-то клетка разделилась только что, и в следующий раз ее потомки разделятся, действительно, через час. Но вот другая клетка разделилась не одновременно с ней, а чуть позднее, поэтому ее потомки разделятся не через час, а немного позднее, равно как и третья клетка разделилась немного раньше, и поэтому ее потомки разделятся не через час, а раньше. Как же быть в этом случае? Какой промежуок Δt взять для расчетов? Очевидно, что при сколько-нибудь макроскопическом количестве микробов, практически в любой момент времени можно будет обнаружить делящуюся клетку, прием не одну. Следовательно, промежуток времени, когда деления не происходит, можно считать бесконечно малым ($\Delta t \to 0$; $\Delta x/\Delta t \to dx/dt$). Но тогда уравнение (1) превращается в дифференциальное уравнение

$$dx/dt = \mu \cdot x. \quad (2)$$

Если $\mu = \text{const}$, то интегрирование уравнения (2) дает

$$\ln(x) = \ln(x_o) + \mu \cdot t \quad => \quad x = x_o \cdot e^{\mu \cdot t}, \quad (3)$$

где x_o — биомасса в начальный момент времени $t = 0$. Рост, подчиняющийся этому закону, называется экспоненциальным, или логарифмическим ростом [Pirt, 1975].

Как писал Мальтус, «закон этот состоит в проявляющемся во всех живых существах постоянном стремлении размножаться быстрее, чем это допускается находящимся в их распоряжении количеством пищи»[1]. Действительно, согласно полученному уравнению, рост микробов ничем не ограничен, что, конечно, не может быть верным. Вполне естественно, что такое чрезмерное упрощение вызвало справедливую критику советских ученых (от сдержанной характеристики чл.-корр. АН СССР Фроловым [1980, с. 195] мальтузианства как «антинаучной концепции», до эмоционального возгласа акад. Лысенко [1948, с. 609] о «сумасбродной реакционной схеме Мальтуса»).

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Определение экономического коэффициента

Организмы и виды развиваются на основе природных, присущих им необходимостей [Лысенко, 1948, с. 652]. Простейшей формой культуры является гомогенная суспензия организмов одного типа в водной среде, поддерживаемая в постоянных физических условиях и содержащая минимальное число определенных компонентов. Для роста биомассы в культуре необходимы следующие условия [Pirt, 1975]:

- жизнеспособность засева;
- наличие источника энергии;
- внесение пищевых добавок, содержащих все компоненты, необходимые для синтеза биомассы;
- отсутствие в среде ингибиторов, подавляющих рост клеток;
- поддержание в среде подходящих физико-химических условий.

Экономический коэффициент (или выход биомассы) определяется соотношением

$$Y = -dx/ds, \quad (4)$$

где x и s — соответственно концентрации биомассы и субстрата во время роста в культуре. Знак «минус» вводится потому, что значения x и s изменяются в разные стороны [Pirt, 1975][2]. Например, если ***прирост биомассы микробов*** составил 1 г/л, то в среде произошла ***убыль***, скажем, 2 г/л глюкозы (взятой в качестве питательного сбстрата), что, с формальной точки зрения, соответствует ***приросту концентрации глюкозы***, равному –2 г/л. И если мы хотим оперировать с положительным экономическим коэффициентом, то неизбежно приходится использовать «минус»: $Y = -1/(-2) = +0.5$.

Из определения экономического коэффициента (4) можно получить очевидное следствие, имеющее ясный биологический смысл. Найдем скорость изменения концентрации субстрата (ds/dt), для чего выразим из (4) ds и разделим на dt: $-Y^{-1} \cdot dx/dt = ds/dt$. Подставив сюда (2), получим

$$ds/dt = -\mu \cdot x/Y. \quad (4')$$

Биологический смысл этого уравнения состоит в том, что скорость потребления субстрата пропорциональна биомассе и удельной скорости ее роста. Действительно, чем больше организмов, тем больше им требуется пищи, поскольку каждый организм съедает некоторую порцию ее. И эта порция будет тем больше, чем быстрее данный организм растет.

Экономический коэффициент выражает потребности организма в пище. В 1942 г. Monod впервые показал, что если внешние условия в бактериальной культуре поддерживаются постоянными, то экономический коэффициент тоже будет постоянной, количественно воспроизводимой величиной. Интегрируя (4) при $Y = \text{const}$, получаем

$$s = s_o - (x - x_o)/Y. \quad (5)$$

где x_o и s_o — начальные концентрации, соответственно, биомассы и субстрата [Pirt, 1975].

Численное значение экономического коэффициента

Основным строительным материалом, необходимым для синтеза бактериальных клеток, является органический углерод. На синтез расходуется энергия, выделяемая при реакции окисления субстрата. Для примера рассчитаем значение Y, когда субстратом является глюкоза, а клеточному веществу соответствует

[1] Т. Мальтус. Опыт закона о народонаселении, 1908 г. стр. 31. — Цит. по [Лысенко, 1948, с. 609].

[2] Экономический коэффициент использовал в 1869 г. Ролэн (Raulin M.J.) для выражения пищевых потребностей грибов. Последующие исследователи-микологи имели тенденцию называть экономическим коэффициентом величину $1/Y$ [Pirt, 1975]. Но, согласно И.Л. Работновой, в советской литературе термин «экономический коэффициент» относится именно к Y, поэтому я далее буду применять его только в этом смысле.

эмпирическая формула $C_5H_7NO_2$. Окисление органического вещества (дыхание) соответствует реакции

$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6H_2O - \Delta G_o,$$

где $\Delta G_o = 686$ ккал. Если через M_S обозначить относительную молекулярную массу субстрата (для глюкозы $M_S = 180$ г), то энергия, высвобождающаяся при окислении 1 г субстрата будет равна $\Delta G_o/M_S = 686/180 \approx 3.81$ ккал/г [Вавилин и Васильев, 1978, с. 6–7]. В расчете на 1 г углерода субстрата она составит $686/(12{\cdot}6) \approx 9.53$ ккал/гС.

С другой стороны, синтез клеточного вещества соответствует обобщенной реакции:

$$(5/6)C_6H_{12}O_6 + NH_3 \rightarrow C_5H_7NO_2 + 3H_2O + \Delta G,$$

где $\Delta G = 120$ ккал. Обозначим через M относительную молекулярную массу клеточного вещества ($M = 113$ г), тогда энергия, необходимая для синтеза 1 г биомассы, составит $\Delta G/M = 120/113 \approx 1.06$ ккал/г [Вавилин и Васильев, 1978, с. 6, 8], а в расчете на 1 г углерода биомассы: $120/(12{\cdot}5) \approx 2$ ккал/гС.

Вавилин и Васильев [1978, с. 8] указывают, что из 1 г глюкозы при наличии NH_3 и O_2 образуется около 0.75 г клеточного вещества. Но правильнее было бы сказать, что такое количество ***могло бы*** образоваться, если бы вся глюкоза пошла бы на нужды конструктивного метаболизма. Действительно, в силу пропорции, вытекающей из последнего уравнения:

$$\left.\begin{array}{l}(5/6)M_S \text{ г глюкозы дает } M \text{ г клеточного вещества}\\ 1 \text{ г глюкозы дает } D \text{ г клеточного вещества}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = M/[(5/6){\cdot}M_S] = 113/[(5/6){\cdot}180] \approx 0.75 \text{ г}$$

(если же проводить расчет по углероду, то, разумеется, получится 1: $12{\cdot}5/[\{5/6\}{\cdot}12{\cdot}6] = 1$). Но вся глюкоза не может идти на строительство клетки — часть ее пойдет в энергетический метаболизм и даст энергию для этого строительства.

Пусть окисляется g граммов глюкозы, а $(1 - g)$ граммов используется как строительный материал. Запишем следующее уравнение энергетического баланса:

$$\eta{\cdot}3.81{\cdot}g = 0.75{\cdot}(1 - g){\cdot}1.06,$$

где в левой части уравнения описывается эффективная энергия, выделяемая при окислении гюкозы, а в правой — энергия, требуемая для образования клеточного вещества. Известно, что гидролиз фосфорэфирной связи в молекуле АТФ сопровождается выделением ~ 9 ккал/моль свободной энергии, а при окислении 1 молекулы глюкозы в клетке образуется 36 молекул АТФ. Отсюда эффективность преобразования энергии окисления глюкозы в полезную работу при синтезе биомассы

$$\eta = 36{\cdot}9/\Delta G_o = 36{\cdot}9/686 \approx 0.472^1.$$

Действительно, экспериментальные исследования показали, что эффективность преобразования энергии в бактериальной клетке может достигать 40-60% [Вавилин и Васильев, 1978, с. 7–8].

Итак,

$$g = 0.75{\cdot}1.06/(\eta{\cdot}3.81 + 0.75{\cdot}1.06) \approx$$
$$\approx 0.75{\cdot}1.06/(0.472{\cdot}3.81 + 0.75{\cdot}1.06) \approx 0.307 \text{ г.}^2$$

Это дает [Вавилин и Васильев, 1978, с. 8]:

$Y = 0.75{\cdot}(1\text{-}0.307)/1 \approx 0.52$ г клеточного вещества на 1 г глюкозы[3].

Здесь было использовано данное выше определение экономического коэффициента как отношения прироста биомассы к потребленному ею субстрату (в данном случае мы рассматривали сколько биомассы вырастет на 1 г глюкозы с учетом того, что часть этой глюкозы пойдет на производство энергии для обеспечения роста биомассы). Если же переходить к «углеродному» экономическому коэффициенту, то надо просто учесть, что 0.52 г клеточного вещества содержит $0.52{\cdot}60/113 \approx 0.276$ гС. А 1 г глюкозы содержит $6{\cdot}12/180 = 0.4$ гС. Следовательно, раз из 0.4 гС субстрата образовалось 0.276 гС биомассы, то $Y = 0.276/0.4 = 0.69$. И, кстати, такой экономический коэффициент будет уже безразмерным, поскольку гС мы делили именно на гС.

МОДЕЛИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ

Простейшая модель периодической культуры

Как уже было сказано выше, рост биомассы в культуре будет продолжаться только до тех пор, пока, среди прочего, имеются в наличии как источник энергии, так и пищевые компоненты, необходимые для синтеза биомассы. Следовательно, если их нет, то рост прекращается. Этих утверждений вкупе с уравнениями (3) и (5) достаточно для того, чтобы записать простейшую модель микроорганизмов в периодической культуре. Подставим (3) в (5):

$$s = s_o - x_o{\cdot}(e^{\mu{\cdot}t} - 1)/Y \qquad (5')$$

и найдем такое значение времени (t'), при котором субстрат будет полностью исчерпан:

[1] Вавилин и Васильев [1978, с. 7] ошибочно приводят здесь значение 0.48.

[2] Вавилин и Васильев [1978, с. 8] ошибочно приводят здесь значение 0.24.

[3] Вавилин и Васильев [1978, с. 8] ошибочно приводят здесь значение 0.523.

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90125

$$s(t') = 0 = s_o - x_o \cdot (e^{\mu \cdot t'} - 1)/Y \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad t' = \mu^{-1} \cdot \ln(Ys_o/x_o + 1).$$

Очевидно, что если рост до момента $t = t'$ удовлетворял непрерывно возрастающей функции (3), то максимальная концентрация биомассы (x_m) будет соответствовать именно моменту t'. Уравнение (5) верно для любого момента времени. Рассмотрим его при $t = t'$, т.е. подставим в (5) $x(t')$ и $s(t')$. Но $x(t') = x_m$, а $s(t') = 0$, поэтому

$$0 = s_o - (x_m - x_o)/Y \quad \Rightarrow \quad x_m = x_o + Ys_o \quad (6)$$

(биологический смысл последнего соотношения совершенно очевиден: максимально возможное количество биомассы складывается из начальной биомассы и той, что вырастет из s_o г субстрата, если он будет использован с эффективностью, соответствующей экономическому коэффициенту Y).

Итак, до момента t' рост биомассы будет иметь место (поскольку в среде имеется питательный субстрат, который можно использовать на нужды этого роста). И в первом приближении рост этот можно считать экспоненциальным. А после — рост остановится. В математической записи простейшая модель периодической культуры будет выглядеть так:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 e^{\mu t},\ s(t) = s_0 - \dfrac{x_0(e^{\mu t} - 1)}{Y} \text{ при } t \le \mu^{-1} \ln\left(\dfrac{Ys_0}{x_0} + 1\right) \\ x(t) = x_0 + Ys_0,\ s(t) = 0 \text{ при } t > \mu^{-1} \ln\left(\dfrac{Ys_0}{x_0} + 1\right) \end{cases} \quad (7)$$

Влияние концентрации субстрата на скорость роста: уравнение Моно

Моно (Monod J.) в 1942 г. эмпирически установил, что выражение

$$\mu = \mu_m \cdot s/(s + K_S) \quad (8)$$

(где μ_m и K_S — соответственно максимальная удельная скорость роста и константа насыщения) хорошо соответствует зависимости скорости роста бактерий от концентрации субстрата [Pirt, 1975]. Будем называть (8) в дальнейшем «функцией Моно».

Эта функция дополнила закон роста биомассы (2) и соотношение между биомассой и субстратом (5) в модели, впервые предложенной Моно. Подставляя (8) и s, выраженное из (5), в (2), получим уравнение

$$dx/dt = \mu_m(Ys_o - x + x_o) \cdot x/(Ys_o - x + x_o + YK_S),$$

которое может быть проинтегрировано методом разделения переменных [Pirt, 1975]:

$$\{(1 + YK_S/x_m)\ln(x/x_o) - (YK_S/x_m)\ln([x_m - x]/[Ys_o])\}/\mu_m = t, \quad (9)$$

где x_m определяется формулой (6).

Из уравнения накопления биомассы в периодической культуре (9) невозможно выразить концентрацию биомассы x как функцию времени t. Как же так? Ведь очевидно, что в каждый момент времени t концентрация биомассы имеет некоторое значение $x(t)$, следовательно, функция $x = x(t)$ существует! Все дело

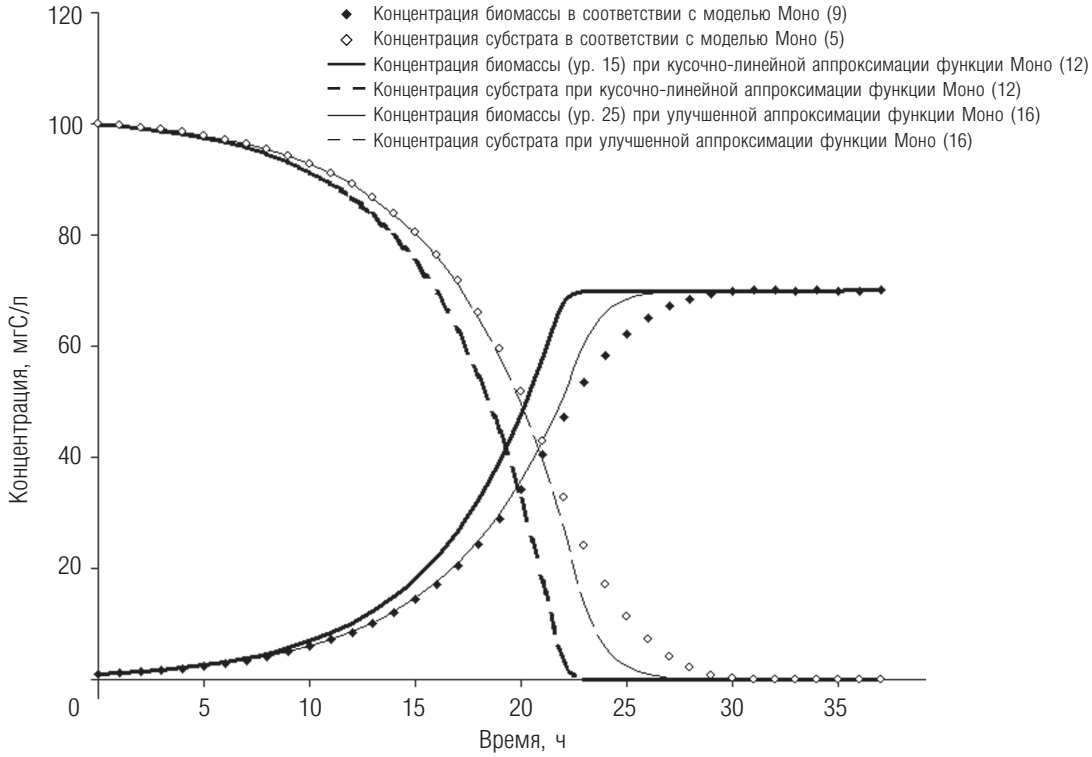


Рис. 2. Модель Моно периодической культуры.

в том, что мы не можем выразить эту функцию через конечное число уже известных нам из курса математики элементарных функций (например, sin, cos, ln, *etc*.) и арифметические (или шире — алгебраические) операции над ними. В этой ситуации нет ничего страшного. Чтобы понять, как выглядит функция $x(t)$, мы можем пойти в обратном направлении. Обычно чтобы построить график какой-либо функции $x(t)$, берут ряд значений t и для них вычисляют соответствующие значения x, после чего имеют множество пар (t_1, x_1), (t_2, x_2), ... (t_n, x_n), представляющих собой координаты отдельных точек, по которым и строят график. Но, как уже было сказано, здесь мы так поступить не можем, поскольку не можем выразить x из (9) и поэтому, взяв какое-то значение t, не сможем по нему вычислить соответствующее значение x. Так поступим же наоборот! Возьмем какое-нибудь значение x (но, конечно, лишь имеющее биологический смысл, т.е. x должно быть не меньше x_o и не больше x_m), подставим его в (9) и, таким образом, вычислим соответствующее ему значение t. Проделаем это для n различных значений x — вот и получим n соответствующих им значений t. В результате мы будем иметь множество координат (t_1, x_1), (t_2, x_2), ... (t_n, x_n) точек, по которым и построим график. На рис. 2 именно так построен график для модели периодической культуры Моно при следующих значениях параметров и начальных условий: $Y = 0.69$, $K_S = 8$ мгС/л, $x_o = 1$ мгС/л, $s_o = 100$ мгС/л, $\mu_m = 0.193$ 1/час (соответственно $x_m = 1 + 0.69 \cdot 100 = 70$ мгС/л).

Впрочем, если в силу каких-то причин необходимо обязательно выразить x от t в виде явной функции, то можно сделать это приближенно. Существует множество приближенных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Везде в дальнейшем будет использоваться так называемый «метод упрощения» (подробнее о нем см., например, в [Мышкис, 1964, с. 446–447]).

Модель периодической культуры с кусочно-линейной аппроксимацией формулы Моно

Если $\mu(s)$ имеет при $s = 0$ и s близких к 0 производные всех порядков, то мы можем написать формулу разложения $\mu(s)$ в ряд Маклорена:

$$\mu(s) = \mu(0) + (s/1!)\cdot d\mu/ds|_{s=0} + \ldots + (s^n/n!)\cdot d^n\mu/ds^n|_{s=0} + \ldots$$

Ряд Маклорена, в случае его сходимости, дает возможность приближенно вычислять функцию, заменяя ее конечным числом членов разложения. Чем меньше s, тем меньше членов можно брать в этом разложении. Если s весьма мало, то достаточно ограничиться только первыми двумя членами, отбросив все остальные. Пользуясь этими приближенными формулами при s, близких к 0, можно значительно упрощать сложные выражения [Смирнов, 1974, с. 311, 327]. Конечно, подобные рассуждения зачастую не блещут строгостью (и иногда приводят к ошибкам); однако если они проводятся в соответствии со здравым смыслом, то все же, и притом довольно часто, дают решение, которым можно пользоваться на практике [Мышкис, 1964, с. 448]. В конкретном случае функции (8) имеем:

$$\begin{cases} \mu(0) = \dfrac{\mu \cdot 0}{0 + K_S} = 0, \\ \dfrac{\partial\mu}{\partial s}\Big|_{s=0} = \dfrac{\mu_m(s + K_S) - \mu_m s}{(s + K_S)^2}\Big|_{s=0} = \dfrac{\mu_m K_S}{(0 + K_S)^2}\Big|_{s=0} = \dfrac{\mu_m}{K_S} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu(s) \approx s\mu_m/K_S. \qquad (10)$$

Возвращаясь от этого приближения непосредственно к функции (8), нетрудно заметить (см. рис. 3; или можно вычислить $\lim \mu$ при $s \to \infty$), что μ почти не отличается от μ_m при больших значениях s. Найдем абсциссу s^* точки, в которой линейная аппроксимация (10) пересечет горизонтальную линию $\mu = \mu_m$:

$$s^*\cdot\mu_m/K_S = \mu_m \quad \Rightarrow \quad s^* = K_S. \qquad (11)$$

Следовательно, при малых значениях s (левее s^*), можно аппроксимировать функцию $\mu(s)$ линейной функцией (10), а при больших — константой μ_m:

$$\mu(s) \approx \begin{cases} s\cdot\mu_m/K_S & \text{при } s < K_S, \\ \mu_m & \text{при } s \geq K_S. \end{cases} \qquad (12)$$

Таким образом, на начальном участке роста периодической культуры (если $s \geq K_S$), мы можем описать динамику ее биомассы уравнением (3), а динамику субстрата — (5'), полагая в этих уравнениях $\mu = \mu_m$. Но этот этап будет продолжаться лишь до момента времени t^*, который наступит тогда, когда s упадет до s^*. Чтобы найти t^*, подставим, согласно (11), K_S в (5'):

$$K_S = s_o - x_o(e^{\mu_m \cdot t^*} - 1)/Y \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad t^* = \mu_m^{-1}\cdot\ln(1 + [s_o - K_S]\cdot Y/x_o).$$

Подставляя выражение для t^* в (3), найдем, что биомасса возросла к этому моменту до

$$x^* = x_o\cdot \exp(\mu_m t^*) = x_o + (s_o - K_S)Y.$$

После $t = t^*$ концентрация субстрата становится уже столь малой (меньше K_S), что нельзя считать, будто бы $\mu = \mu_m$, а нужно учитывать зависимость μ от s. Поскольку мы решили использовать кусочно-линейную аппроксимацию (12), то (2) примет на участке $t \geq t^*$ следующий вид:

$$dx/dt = x\cdot s\cdot\mu_m/K_S. \qquad (13)$$

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90125

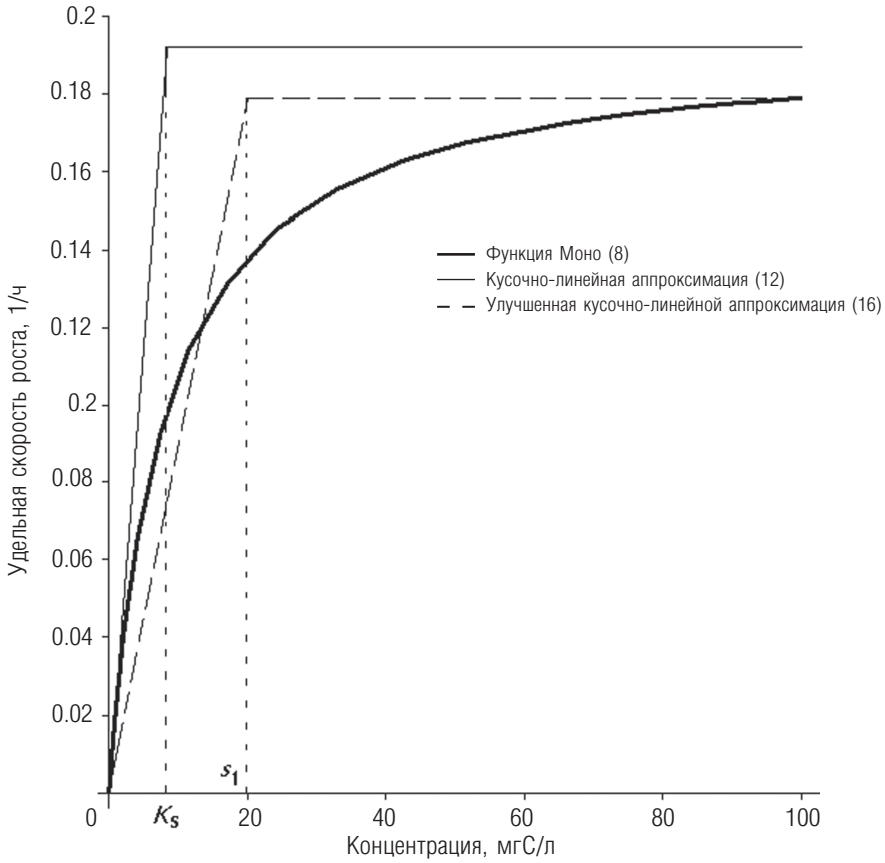


Рис. 3. Функция Моно и ее аппроксимации.

Связь, аналогичную (5), можно опять получить из (4), но теперь уже для $t \geq t^*$:

$$Y \cdot \int_{K_S}^{S} \mathrm{d}s = -\int_{x^*}^{x} \mathrm{d}x \;\Rightarrow\; Y(s - K_S) = -(x - x^*) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = K_S - (x - x^*)/Y \Rightarrow s = s_o - (x - x_o)/Y.$$

Как видим, и для $t \geq t^*$ мы получили в точности (5), что совершенно неудивительно, поскольку (4) вводилось выше для любого t, а не только для $t < t^*$.

Итак, подставим (5) в (13):

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = x\,[s_o - (x - x_o)/Y] \cdot \mu_m/K_S. \qquad (14)$$

Перепишем правую часть этого уравнения в несколько ином виде:

$$x[s_o - (x - x_o)/Y] \cdot \mu_m/K_S = x[s_o - x/Y + x_o/Y] \cdot \mu_m/K_S =$$
$$= x[1 - x/(Ys_o + x_o)] \cdot (s_o + x_o/Y)\mu_m/K_S.$$

Учитывая (6) и обозначив $r = (s_o + x_o/Y) \cdot \mu_m/K_S$, получаем (14) в виде

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = r \cdot x \cdot (1 - x/x_m).$$

Теперь совершенно очевидно, что ур. (14) представляло собой одну из форм широко известного в литературе логистического уравнения. С математической точки зрения оно является частным случаем уравнения Бернулли[1] [von Kamke, 1942] и легко интегрируется[2] [Полуэктов и др., 1980, с. 111–112]. Решение (интеграл) данного уравнения есть, например, в [Федоров и Гильманов, 1980, с. 189][3]:

$$x = x_m \cdot x^* / \{x^* + (x_m - x^*) \cdot \exp(-r \cdot [t - t^*])\}.$$

[1] Полуэктов и др. [1980, с. 112] отметили только это. Но мы-то видим, что оно одновременно может рассматриваться и как уравнение с разделяющимися переменными (ср. с [von Kamke, 1942]), а уравнения с разделяющимися переменными аналитически интегрируются еще легче, чем уравнения Бернулли!

[2] При интегрировании мы учли, что (14) имеет место не на всем промежутке времени $t \geq 0$, а только при $t \geq t^*$; следовательно, начальным моментом времени для процесса, развивающегося в соответствии (14), будет не $t = 0$, а $t = t^*$, и поэтому в качестве начального условия было выбрано не значение $x(0) = x_o$, а $x(t^*) = x^*$.

[3] Несмотря на свое заявление о легкости интегрирования, Полуэктов и др. [1980, с. 112] не смогли проинтегрировать данное уравнение ***правильно*** (возможно, поэтому-то процесс интегрирования и показался им легким: неправильно проинтегрировать — немудрено).

Следовательно, динамика биомассы описывается кусочной функцией

$$x_1(t) \approx \begin{cases} x_0 \cdot e^{\mu_m \cdot t} \text{ при } t < t^*, \\ \dfrac{x_m \cdot x^*}{x^* + (x_m - x^*) \cdot e^{-r \cdot (t - t^*)}} \text{ при } t \geq t^*, \end{cases} \quad (15)$$

где $t^* = \mu_m^{-1} \cdot \ln(1 + [s_o - K_S] \cdot Y/x_o)$. При этом динамика концентрации субстрата описывается уравнением (5), в которое вместо x нужно теперь подставлять x_1, вычисленное по (15). Замечу, что приближение обозначено через $x_1(t)$, чтобы отличить эту функцию от $x(t)$ — истинного решения Моно, входящего в ур. (9). На рис. 2 наряду с истинным решением (9) приведена и аппроксимация (15). Видно, что кусочная аппроксимация, вообще говоря, качественно соответствует истинному решению, но вот количественное соответствие наблюдается только при малых и больших значениях t.

Модель периодической культуры с улучшенной аппроксимацией формулы Моно

Чтобы улучшить приближенное решение можно пойти, по крайней мере одним из двух путей.

Во-первых, существуют формальные способы улучшения приближения, например, метод последовательных приближений Пикара-Линделёфа, состоящий в том, что если для уравнения $dx/dt = f(t, x)$ с начальным условием $x(\xi) = x_o$ известно некоторое приближенное решение $x_n(t)$, то следующее приближение $x_{n+1}(t)$ можно найти по формуле:

$$x_{n+1}(t) = x_0 + \int_{\xi}^{t} f(t, x_n(t))\, dt,$$

причем последовательность $x_1(t)$, $x_2(t)$, ... при $n \to \infty$ сходится[1] к интегральной кривой $x(t)$, проходящей через точку (ξ, x_o). Существенно, что начальное приближение может быть произвольной функцией [von Kamke, 1942]. Таким образом, весьма привлекательным в этом методе является то, что можно получить сколь угодно хорошее приближение к решению, начав с любого (сколь угодно плохого!). А уж если мы начнем уточнять и без того неплохое приближение (15), то успех гарантирован! Но есть и небольшая ложка дегтя, которая, к сожалению, как ей и положено, испортит всю бочку меда Пикара-Линделёфа: очевидно, что для каждого следующего приближения придется вычислять интегралы все более сложные и громоздкие, что весьма утомительно и рано или поздно приведет к ошибкам.

Второй путь состоит в том, чтобы разобраться в причинах плохой аппроксимации функции удельной скорости роста формулой (15) и найти более хорошую, но по-прежнему простую аппроксимацию. Последуем же этим путем! Причина плохой аппроксимации становится очевидна из рис. 3: кусочно-линейная аппроксимация (12) везде (кроме начала координат) проходит выше истинной зависимости $\mu(s)$. Следовательно, при любом $s > 0$ рост и потребление субстрата, аппроксимированные приближенными уравнениями динамики, происходят быстрее, чем описываемые исходной моделью Моно. Отсюда понятно как можно улучшить приближение, оставаясь по-прежнему в рамках той же самой кусочно-линейной функции. Запишем формулу (12) в более общем виде

$$\mu_1(s) \approx \begin{cases} s \cdot k \text{ при } s < s_1, \\ \mu^* \text{ при } s \geq s_1. \end{cases} \quad (16)$$

В (12) принималось, что $k = \mu_m/K_S$, $s_1 = K_S$, $\mu^* = \mu_m$, и это привело к не слишком хорошим результатам. Теперь выберем значения k, s_1 и μ^* иначе — так, чтобы перестало выполняться условие «$\mu_1(s)$ всегда превышает $\mu(s)$».

В [Вавилин и Васильев, 1979, с. 16] рекомендуется выбрать $\mu^* = \mu_m$, а $k = 0.5 \cdot \mu_m/K_S$. При этом, действительно, условие превышения $\mu_1(s)$ над $\mu(s)$ выполняется уже не всегда, а только при $s > K_S$. Но обоснование именно такого выбора значений μ^* и k авторы не приводят. Однако понятно, что нужно не просто произвольным образом разрушить указанное выше условие, а сформулировать какой-то разумный принцип выбора нового условия. И с этой точки зрения рекомендация Вавилина и Васильева [1979, с. 16] не может нас удовлетворить. Поэтому попытаемся сформулировать новый принцип самостоятельно.

Прежде всего, заметим, что удельная скорость роста в соответствии с формулой Моно (8) никогда в периодической культуре не превысит значения

$$\mu^* = \mu_m \cdot s_o/(s_o + K_S), \quad (17)$$

потому что $\mu(s)$ — возрастающая функция, а s с течением времени будет только падать от начального значения s_o практически до 0, следовательно, будет уменьшаться и μ от значения $\mu(s_o) = \mu^*$ почти до $\mu(0) = 0$. Итак, с μ^* мы определились. А чтобы определить k и s_1 воспользуемся так называемым «методом средних».

[1] Условие сходимости я рассматривать не буду, поскольку все равно дальше этот метод не использую.

Метод средних заключается в следующем: за наилучшую зависимость принимается та, которая обеспечивает нулевое значение суммы отклонениий по всем точкам, т.е. ее параметры выбираются так, что отклонения, имеющие разные знаки, в сумме компенсируются [Кафаров и др., 1972]. Для простоты ограничимся выбором на кривой $\mu(s)$ всего лишь двух точек: пусть одна из них будет такой, что в ней максимальна разность $\mu_1(s) - \mu(s)$, а во второй, наоборот — максимальной будет разность $\mu(s) - \mu_1(s)$. Очевидно (см. рис. 3), что абсцисса первой точки — это введенная выше s_1, т.е. данная точка лежит на пересечении возрастающего и горизонтального участков $\mu_1(s)$:

$$s_1 \cdot k = \mu^* \quad \Rightarrow \quad s_1 = \mu^*/k. \qquad (18)$$

Абсциссу второй точки обозначим через s_2, и пока мы можем сказать, лишь что $0 < s_2 < s_1$. Вычислить значение s_2 можно из условия, что в этой точке разность

$$y = \mu(s) - \mu_1(s) = \mu_m \cdot s/(s + K_S) - s \cdot k$$

достигает максимального значения. Найдем экстремум функции $y(s)$. Как известно, в точке экстремума производная

$$\begin{aligned} dy/ds &= [\mu_m(s+K_S) - \mu_m \cdot s]/(s + K_S)^2 - k = \\ &= \mu_m \cdot K_S/(s + K_S)^2 - k = \\ &= [\mu_m \cdot K_S - k(s^2 + 2sK_S + K_S^2)]/(s + K_S)^2 \end{aligned}$$

равна нулю. В данном случае это будет выполняться при

$$\mu_m \cdot K_S - k \cdot (s_2^2 + 2 \cdot s_2 \cdot K_S + K_S^2) = 0 \quad <=> \quad <=> \quad s_2^2 + 2 \cdot K_S \cdot s_2 + (K_S^2 - K_S \cdot \mu_m/k) = 0.$$

Полученное квадратное уравнение легко решить. Его дискриминант составляет

$$\begin{aligned} &4 \cdot K_S^2 - 4 \cdot (K_S^2 - K_S \cdot \mu_m/k) = \\ &= 4 \cdot K_S^2 - 4 \cdot K_S^2 + 4 \cdot K_S \cdot \mu_m/k = 4 \cdot K_S \cdot \mu_m/k, \end{aligned}$$

следовательно[1],

$$s_2 = (K_S \cdot \mu_m/k)^{0.5} - K_S. \qquad (19)$$

Итак, согласно методу средних, нам нужна такая аппроксимация (16), чтобы выполнялось равенство $\mu_1(s_1) - \mu(s_1) = \mu(s_2) - \mu_1(s_2)$, т.е.:

$$\mu^* - \mu_m \cdot s_1/(s_1 + K_S) = \mu_m \cdot s_2/(s_2 + K_S) - s_2 \cdot k.$$

Подставляя сюда полученные выше явные выражения для s_1 и s_2, получаем

$$\begin{aligned} &\mu^* - \mu_m \cdot \mu^*/[k \cdot (\mu^*/k + K_S)] = \mu_m \cdot [(K_S \cdot \mu_m/k)^{0.5} - \\ &- K_S]/[(K_S \cdot \mu_m/k)^{0.5}] - [(K_S \cdot \mu_m/k)^{0.5} - K_S] \cdot k. \end{aligned}$$

[1] Конечно, квадратное уравнение имеет два корня, но в данном случае второй корень — отрицательный, а отрицательная концентрация нас не интересует, поскольку не имеет физического смысла.

или, после несложных преобразований,

$$\begin{aligned} \mu_m - \mu^* = 2 \cdot (\mu_m \cdot k \cdot K_S)^{0.5} - K_S \cdot k - \\ - \mu^* \cdot \mu_m/(\mu^* + k \cdot K_S). \end{aligned} \qquad (20)$$

Если домножить обе части этого выражения на $(\mu^* + k \cdot K_S)$, то станет понятно, что мы имеем алгебраическое уравнение 4-й степени относительно корня квадратного из k.

В принципе, уравнения 4-й степени решаются в явном виде: их корни могут быть выражены через коэффициенты этого уравнения [Korn and Korn, 1961], но процесс решения резвычайно труден, и (главное!) получающиеся формулы настолько громоздки, что работать с ними практически невозможно. Более привлекательным выглядит иной путь.

Имея приближенное значение k_o искомого корня χ, удобно улучшать это приближенное значение. Одним из способов такого исправления приближенного значения корня является способ итерации. Особенно удобен для приложения указанный способ в том случае, когда уравнение имеет вид

$$k = \phi(k). \qquad (21)$$

Ряд последовательных приближений будет: $k_1 = \phi(k_o)$, $k_2 = \phi(k_1)$, ..., $k_n = \phi(k_{n-1})$, ... Можно показать, что $k_n \to \chi$ при $n \to \infty$ если функция $\phi(k)$ имеет производную, которая удовлетворяет условию $|d\phi/dk| \le q < 1$ в промежутке $(\chi - h) \le k \le (\chi + h)$ [Смирнов, 1974, с. 454–456]. Представим (20) в виде (21):

$$k = [\mu_m - \mu^* + K_S k + \mu^* \cdot \mu_m/(\mu^* + k \cdot K_S)]^2/(\mu_m \cdot 4K_S).$$

Поскольку очевидно, что $\mu^*/s_o < \chi < \mu_m/K_S$, можно в качестве начального приближения выбрать

$$k_o = (\mu^*/s_o + \mu_m/K_S)/2.$$

Ограничимся одной итерацией:

$$\begin{aligned} k \approx k_1 = [\mu_m - \mu^* + K_S \cdot (\mu^*/s_o + \mu_m/K_S)/2 + \\ + \mu^* \cdot \mu_m/(\mu^* + \{\mu^*/s_o + \mu_m/K_S\} \cdot K_S/2)]^2/(\mu_m \cdot 4 \cdot K_S). \end{aligned} \qquad (22)$$

Теперь, когда мы имеем значение k, ничто не мешает вычислить s_1 по формуле (18). В соответствии с аппроксимацией (16), будет наблюдаться экспоненциальный рост (с удельной скоростью μ^*) пока $s > s_1$. Таким образом, пока выполняется это условие, мы можем описать динамику биомассы уравнением (3), а динамику субстрата — уравнением (5'), полагая в них $\mu = \mu^*$. Но экспоненциальный рост продолжится только до времени t_1, которое наступит тогда, когда s упадет до s_1. Чтобы найти t_1, подставим s_1, μ^* и t_1 в (5'):

$$\begin{aligned} s_1 = s_o - x_o \cdot [\exp(\mu^* \cdot t_1) - 1]/Y \quad \Rightarrow \\ t_1 = (1/\mu^*) \cdot \ln(1 + [s_o - s_1] \cdot Y/x_o). \end{aligned} \qquad (23)$$

К этому моменту времени концентрация биомассы достигнет величины

$$X = x_o \cdot \exp(\mu^* \cdot t_1) = x_o + (s_o - s_1) \cdot Y. \qquad (24)$$

При $t \geq t_1$ концентрация субстрата становится уже столь малой, что это сказывается на удельной скорости роста и поэтому нужно учитывать зависимость μ от s. Поскольку мы теперь используем кусочно-линейную аппроксимацию (16), то (2) примет такой вид (на участке $t \geq t_1$):

$$dx/dt = x \cdot s \cdot k,$$

а с учетом (5) превратится в логистическое уравнение вида

$$dx/dt = x \cdot [s_o - (x - x_o)/Y] \cdot k.$$

Это уравнение совершенно аналогично (14) и его решение нам уже знакомо. Итак, при улучшенной кусочно-линейной аппроксимации (16) функции Моно, динамика биомассы описывается кусочно-непрерывной функцией

$$x_2(t) \approx \begin{cases} x_0 \cdot e^{\mu^* \cdot t} \text{ при } t < t_1, \\ \dfrac{x_m \cdot X}{X + (x_m - X) \cdot e^{-r_1 \cdot (t - t_1)}} \text{ при } t \geq t_1, \end{cases} \qquad (25)$$

где $r_1 = (s_o + x_o/Y) \cdot k$.

Таким образом, алгорифм[1] вычисления приближенного решения динамики периодической культуры состоит в следующем:

1) Вычислить μ* по формуле (17) и x_m — по (6).
2) Найти приближенное значение k из уравнения (20) — по формуле (22) или каким-то иным образом, например, графически.
3) Вычислить s_1 по формуле (18).
4) Вычислить t_1 по формуле (23).
5) Вычислить X по формуле (24).
6) Для каждого интересующего момента времени вычислить концентрацию биомассы (x_2) по (25).
7) Динамику концентрации субстрата вычислить по формуле (5), в которую вместо x нужно теперь подставлять x_2.

Выполним этот алгорифм для значений параметров и начальных условий, принятых выше (в конце разд. «Влияние концентрации субстрата на скорость роста: уравнение Моно»).

$$\mu^* = 0.193 \cdot 100/(100 + 8) \approx 0.18 \text{ 1/час},$$
$$x_m = 1 + 0.69 \cdot 100 = 70 \text{ мгС/л},$$

$$k \approx [0.193 - 0.18 + 8 \cdot (0.18/100 + 0.193/8)/2 + 0.18 \cdot 0.193/(0.18 + \{0.18/100 + 0.193/8\} \cdot 8/2)]^2/(0.193 \cdot 4 \cdot 8) \approx 0.0093,$$

$$s_1 \approx 0.18/0.0093 \approx 19.4 \text{ мгС/л}.$$

$$t_1 \approx (1/0.18) \cdot \ln(1 + [100 - 19.4] \cdot 0.69/1) \approx 22.4 \text{ час},$$

$$X \approx 1 + (100 - 19.4) \cdot 0.69 \approx 56.6 \text{ мгС/л},$$
$$r_1 \approx (100 + 1/0.69) \cdot 0.0093 \approx 0.944 \text{ 1/час},$$

$$x_2(t) \approx \begin{cases} e^{0.18 \cdot t} \text{ мгС/л при } t < 22.4 \text{ час}, \\ \dfrac{70 \cdot 56.6}{56.6 + 13.4 \cdot e^{-0.944 \cdot (t - 22.4)}} \text{ мгС/л при } t \geq 22.4 \text{ час}, \end{cases}$$

$$s(t) = 100 - [x_2(t) - 1]/0.69 \text{ мгС/л}.$$

На рис. 2 наряду с истинным решением приведено и данное улучшенное приближенное решение. Видно, что оно достаточно хорошо соответствует истинному почти везде (за исключением небольшого интервала времени около $t = 25$ час).

Отмирание

Предположим, что скорость отмирания пропорциональна числу жизнеспособных клеток. Тогда скорость роста живой популяции дается уравнением:

$$dx/dt = (\mu - m) \cdot x,$$

(где m — удельная скорость отмирания) [Pirt, 1975], а не уравнением (2). Если, во-первых, в это уравнение подставить явную зависимость μ(s), например, в форме Моно (8) и, во-вторых, добавить уравнение динамики концентрации субстрата (4'), то получим замкнутую систему, описывающую динамику периодической культуры с учетом не только роста биомассы, но и отмирания (так называемую «модель Герберта» [Вавилин и Васильев, 1979, с. 14]):

$$\begin{cases} dx/dt = \dfrac{\mu_m \cdot s \cdot x}{s + K_S} - m \cdot x \\ ds/dt = -\dfrac{\mu_m \cdot s \cdot x}{Y \cdot (s + K_S)}, \end{cases} \qquad (26)$$

что, конечно, более реалистично, чем примитивная модель Моно, рассмотренная выше. К сожалению, аналитически решить эти уравнения не удается, поэтому для построения динамической кривой придется использовать приближенные подходы, в частности те, которые были изложены выше.

Вновь воспользуемся кусочно-линейной аппроксимацией (16). В соответствии с ней, будет наблюдаться экспоненциальный рост — но теперь уже с удельной скоростью не μ*, а (μ* − m) — пока $s > s_1$:

$$\begin{cases} dx/dt \approx (\mu^* - m) \cdot x \\ ds/dt = -\dfrac{\mu^* \cdot x}{Y}, \end{cases}$$

[1] Алгорифмом называют определенное правило, согласно которому надо производить математические операции, чтобы получить требуемый ответ [Смирнов, 1974, с. 443].

Решение

$$x = x_o \cdot \exp([\mu^* - m] \cdot t) \qquad (27)$$

первого уравнения системы подставим во второе:

$$ds/dt \approx -(\mu^* \cdot x_o/Y) \cdot \exp([\mu^* - m] \cdot t),$$

чтобы построить динамику убыли субстрата во время периода экспоненциального роста биомассы. Интегрирование полученного уравнения дает:

$$\int_{s_0}^{s} ds \approx -\frac{\mu^* \cdot x_0}{Y \cdot (\mu^* - m)} \cdot \int_0^t e^{(\mu^* - m) \cdot t} d[(\mu^* - m) \cdot t], \quad \Rightarrow$$

$$s = s_o - \{\mu^* \cdot x_o/[(\mu^* - m) \cdot Y]\} \cdot (e^{(\mu^* - m) \cdot t} - 1) \quad (28)$$

Экспоненциальный рост продолжится только до времени t_2, которое наступит тогда, когда s упадет до s_1. Найти t_2 можно, подставив в (28) s_1 и t_2 вместо, соответственно, s и t:

$$s_1 = s_o - \{\mu^* \cdot x_o/[(\mu^* - m) \cdot Y]\} \cdot \{\exp([\mu^* - m] \cdot t_2) - 1\} \Rightarrow$$
$$t_2 = (\mu^* - m)^{-1} \cdot \ln(1 + [s_o - s_1] \cdot Y \cdot [1 - m/\mu^*]/x_o). \quad (29)$$

К этому моменту времени концентрация биомассы достигнет величины

$$X = x_o \cdot \exp([\mu^* - m] \cdot t_2) = x_o + (s_o - s_1) \cdot Y \cdot (1 - m/\mu^*).$$

При $t \geq t_2$ концентрация субстрата настолько уменьшается, что это отражается на удельной скорости роста и, следовательно, нужно учитывать зависимость μ от s. Поскольку мы теперь используем кусочно-линейную аппроксимацию (16), то (26) примет такой вид (на участке $t \geq t_2$):

$$\begin{cases} dx/dt \approx k \cdot s \cdot x - m \cdot x \\ ds/dt = -\dfrac{k \cdot s \cdot x}{Y}, \end{cases} \qquad (30)$$

Будем искать приближенное решение этой системы. Обозначим $Z = \ln(x)$ и $S = \ln(s)$, тогда

$$\begin{cases} dZ/dt \approx k \cdot e^S - m \\ dS/dt \approx -\dfrac{k \cdot e^Z}{Y}. \end{cases} \qquad (31)$$

Разложим функцию $S(t)$ в ряд Тэйлора в окрестности точки t_2:

$$S(t) = S(t_2) + [(t-t_2)/1!] \cdot dS/dt|_{t=t_2} + \ldots$$
$$+ [(t-t_2)^n/n!] \cdot d^nS/dt^n|_{t=t_2} + R_n(t),$$

где $R_n(t)$ — остаточный член [Смирнов, 1974, с. 309] и ограничимся первыми двумя членами:

$$S(t) \approx S(t_2) + [(t-t_2)/1!] \cdot dS/dt|_{t=t_2} = \ln(s_1) -$$
$$-(t - t_2) \cdot (k \cdot e^Z/Y)|_{t=t_2} = \ln(s_1) - (t - t_2) \cdot k \cdot X/Y,$$

где значение $dS/dt|_{t=t2}$ взято из второго уравнения системы (31). Теперь сделаем обратную подстановку $\exp(S) = s$, чтобы получить непосредственно динамику концентрации субстрата:

$$s(t) \approx \exp(\ln(s_1) - [t - t_2] \cdot k \cdot X/Y) =$$
$$= s_1 \cdot \exp(-[t - t_2] \cdot k \cdot X/Y) \qquad (32)$$

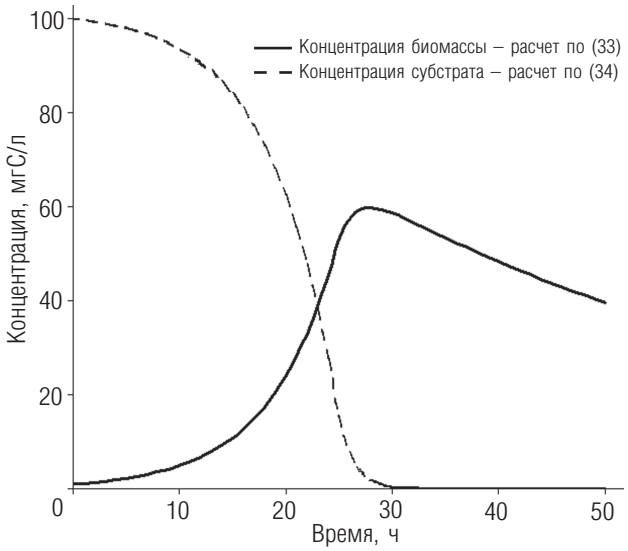


Рис. 4. Модель Герберта (периодическая культура с отмиранием).

Чтобы построить динамику концентрации биомассы, подставим (32) в первое уравнение системы (30):

$$dx/dt \approx \{k \cdot s_1 \cdot \exp(-[t - t_2] \cdot k \cdot X/Y) - m\} \cdot x.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\int_X^x x^{-1} dx \approx \int_{t_2}^t [k \cdot s_1 \cdot e^{-(t-t_2) \cdot k \cdot X/Y} - m]\, dt \Rightarrow$$

$$x \approx X \cdot \exp(s_1 \cdot \{1 - \exp(-[t - t_2] \cdot k \cdot X/Y)\} \cdot Y/X - m \cdot [t - t_2]).$$

Итак, объединяя последнее уравнение и (27), а также (28) и (32), получаем кусочно-непрерывные функции

$$x_2(t) \approx \begin{cases} x_0 \cdot e^{(\mu^* - m) \cdot t} & \text{при } t < t_2, \\ X \cdot e^{s_1 \cdot \{1 - \exp(-[t - t_2] \cdot k \cdot X/Y)\} \cdot Y/X - m \cdot [t - t_2]} & \text{при } t \geq t_2, \end{cases} \qquad (33)$$

$$s_2(t) \approx \begin{cases} s_0 - \dfrac{\mu^* \cdot x_0}{(\mu^* - m) \cdot Y} \cdot [e^{(\mu^* - m) \cdot t} - 1] & \text{при } t < t_2, \\ s_1 \cdot e^{-(t - t_2) \cdot k \cdot X/Y} & \text{при } t \geq t_2, \end{cases} \qquad (34)$$

которые и являются искомым приближенным решением модели Герберта (26). На рис. 4 построены графики этих функций при тех же численных значениях параметров, которые использовались в предыдущих разделах (а для m принято значение 0.02, поскольку в [Вавилин и Васильев, 1979, с. 15] указано, что для чистых культур характерные значения константы m составляют 0.02–0.03 1/час).

БЛАГОДАРНОСТЬ

Хочу поблагодарить учителя истории и обществоведения Ольгу Васильевну Главную, предоставившую ценный справочник [Korn and Korn, 1961], а также познакомившим меня с акад. Лысенко, Грише Миньковскому и садоводу-мичуринцу Ивану Ивановичу Янину (еще и предоставившему полезную книгу [Лысенко, 1948][1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вавилин В.А., Васильев В.Б. 1979. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. М.: Наука. 119 с. [Vavilin V.A., Vasil'ev V.B. 1979. Matematicheskoe modelirovanie protsessov biologicheskoi ochistki stochnykh vod aktivnym ilom. M.: Nauka. P. 119 (In Russian)]
2. Вавилов С.И. 1948. Несколько слов о книге «Люди русской науки» // Люди русской науки / Под ред. И.В. Кузнецова. М.-Л.: ОГИЗ Гос. издат. тех.-теор. лит. Т. 1. С. 11-12. [Vavilov S.I. 1948. Neskol'ko slov o knige «Lyudi russkoi nauki» // Lyudi russkoi nauki / Ed. I.V. Kuznetsova. M.-L.: Publishing house OGIZ tekh.-teor. lit. V.1. P.11-12. (In Russian)]
3. Вавилов С.И. 1948а. Советская наука на службе Родине // Люди русской науки / Под ред. И.В. Кузнецова. М.-Л.: ОГИЗ Гос. издат. тех.-теор. лит. Т. 1. С. 21-58. [Vavilov S.I. 1948a. Sovetskaya nauka na sluzhbe Rodine // Lyudi russkoi nauki / Pod red. I.V. Kuznetsova. M.-L.: Publishing house OGIZ tekh.-teor. lit. V. 1. P. 21-58. (In Russian)]
4. Гильдерман Ю.И. 1974. Лекции по высшей математике для биологов. Новосибирск: Наука. [Gil'derman Yu.I. 1974. Lektsii po vysshei matematike dlya biologov. Novosibirsk: Nauka. (In Russian)]
5. Гильманов Т.Г. 1978. Математическое моделирование биогеохимических циклов в травяных экосистемах. М.: Изд-во МГУ. 169 с. [Gil'manov T.G. 1978. Matematicheskoe modelirovanie biogeokhimicheskikh tsiklov v travyanykh ekosistemakh. M.: Publishing house MSU. P. 169 (In Russian)]
6. Дюбюк П.Е., Кручкович Г.И., Глаголева Н.Н., Гутарина Н.И., Панфилова Н.А., Римский-Корсаков Б.С., Сенкевич Р.Л., Сулейманова Х.Р., Чегис И.А. 1965. Сборник задач по курсу высшей математики. М.: Высш. шк. [Dyubyuk P.E., Kruchkovich G.I., Glagoleva N.N., Gutarina N.I., Panfilova N.A., Rimskii-Korsakov B.S., Senkevich R.L., Suleimanova Kh.R., Chegis I.A. 1965. Sbornik zadach po kursu vysshei matematiki. M.: Vyssh. shk. (In Russian)]
7. Кафаров В.В., Ветохин В.Н., Бояринов А.И. 1972. Программирование и вычислительные методы в химии и химической технологии. М.: Наука. С. 315. [Kafarov V.V., Vetokhin V.N., Boyarinov A.I. 1972. Programmirovanie i vychislitel'nye metody v khimii i khimicheskoi tekhnologii. M.: Nauka. P. 315 (In Russian)]
8. Кудрявцев П.С. 1982. Курс истории физики. М.: Просвещение. 448 с. [Kudryavtsev P.S. 1982. Kurs istorii fiziki. Moscow: Prosveshchenie. P. 448 (In Russian)]
9. Лысенко Т.Д. 1948. Агробиология. М.: Сельхозгиз. [Lysenko T.D. 1948. Agrobiologiya. M.: Sel'khozgiz. (In Russian)]
10. Маркс К. 1968. Математические рукописи. М.: Наука. 640 с. [Marks K. 1968. Matematicheskie rukopisi. Moscow: Nauka. P. 640 (In Russian)]
11. Микулинский С.Р. 1977. Предисловие // Развитие естествознания в России (XVIII – начало XX века) / Под ред. С.Р. Микулинского и А.П. Юшкевича. М.: Наука. С. 3-6. [Mikulinskii S.R. 1977. Predislovie // Razvitie estestvoznaniya v Rossii (XVIII – nachalo KhKh veka) / Pod red. S.R. Mikulinskogo i A.P. Yushkevicha. Moscow: Nauka. P. 3-6. (In Russian)]
12. Мышкис А.Д. 1964. Лекции по высшей математике. М.: Наука. 608 с. [Myshkis A.D. 1964. Lektsii po vysshei matematike. Moscow: Nauka. P. 608 (In Russian)]
13. Пискунов Н.С. 1961. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. М.: Физматгиз. [Piskunov N.S. 1961. Differentsial'noe i integral'noe ischisleniya dlya vtuzov. Moscow: Fizmatgiz. (In Russian)]
14. Полуэктов Р.А., Пых Ю.А., Швытов И.А. 1980. Динамические модели экологических систем. Л.: Гидрометеоиздат. [Poluektov R.A., Pyh Yu.A., Shvytov I.A. 1980. Dynamical Models of Ecological Systems. Leningrad: Gidrometeoizdat. (In Russian with English Abstract)]
15. Прохоров А.М. (ред.). 1979. Советский энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия. [Prokhorov A.M. (red.). 1979. Sovetskii entsiklopedicheskii slovar'. Moscow: Sov. entsiklopediya. (In Russian)]
16. Смирнов В.И. 1974. Курс высшей математики. М.: Наука. Т. 1. 480 с. [Smirnov V.I. 1974. Kurs vysshei matematiki. Moscow: Nauka. T. 1. P. 480 (In Russian)]
17. Федоров В.Д., Гильманов Т.Г. 1980. Экология. М.: Изд-во МГУ. 464 с. [Fedorov V.D., Gil'manov T.G. 1980. Ekologiya. Moscow: Publishing house MSU. P. 464 (In Russian)]
18. Фролов И.Т. (ред.). 1980. Философский словарь. М.: Политиздат. 444 с. [Frolov I.T. (ed.). 1980. Filosofskii slovar'. Moscow: Politizdat. P. 444 (In Russian)]
19. Яновская С.А. 1968. Предисловие // Маркс К. Математические рукописи. М.: Наука. С. 3-22. [Yanovskaya S.A. 1968. Predislovie // Marks K. Matematicheskie rukopisi. Moscow: Nauka. P. 3-22. (In Russian)]
20. Bernal J.D. 1954. Science in History. London: WATTS.
21. Korn G.A., Korn T.M. 1961. Mathematical handbook for scientists and engineers. New York *etc*.: McGraw-Hill Book Company. 943 p.
22. Pirt S.J. 1975. Principles of Microbe and Cell Cultivation. Oxford *etc*.: Blackwell Scientific Publications.
23. von Kamke E. 1942. Differentialgleichungen, Lqsungsmethoden und Lqsungen. Leipzig: Becker & Erler. 642 p.
24. Walas S.M. 1959. Reaction Kinetics for Chemical Engineers. New York etc.: McGRAW-HILL BOOK Co., INC.

[1] Очевидно, что автор имел в виду знакомство с трудами крупного советского лжеученого Лысенко, а не с ним самим, умершем задолго до написания данной работы. – *Примечание издателей*.

Received: 19.04.2021
Revised: 15.05.2021
Accepted: 20.06.2021

УДК 519.615.5, 519.622.2
DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

MATHEMATICAL MODELING IN SOIL BIOKINETICS

M.V Glagolev
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Corresponding author: M.V. Glagolev, m_glagolev@mail.ru

Citation: Glagolev M.V. 2021. Mathematical modeling in soil biokinetics // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 123-144. DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

This work is a report written at the suggestion of N.S. Panikov in 1984–1985 when the author was a 2nd-year student of the Faculty of Soil Science of the M.V. Lomonosov Moscow State University.

The report provides an example of a mathematical model of soil biokinetics and discusses numerical methods for solving its equations. For the steady state, some useful computer programs are given, and for the non-steady state, references to programs published in the literature are given.

Keywords: biological kinetics, microbiological kinetics, numerical methods.

Данная работа представляет собой доклад[1], написанный по предложению к.б.н. Н.С. Паникова в 1984–1985 гг. в бытность автора студентом 2-го курса факультета почвоведения МГУ им. М.В. Ломоносова.

В докладе приводится пример математической модели почвенной биокинетики и обсуждаются численные методы решения составляющих ее уравнений. Для стационарного случая приводятся некоторые полезные компьютерные программы, а для нестационарного — даны ссылки на программы, опубликованные в литературе.

Ключевые слова: биологическая кинетика, микробиологическая кинетика, численные методы.

[1] Данный доклада был представлен автором на 1-й Выездной (Пущинской) зимней школе факультета почвоведения МГУ, прошедшей в 1985 г. (предупреждая неизбежную путаницу, заметим, что после нескольких лет успешного проведения этой школы, ее работа по не известной нам причине прервалась и возобновилась лишь в 1991 г.; при этом ежегодные школы стали именоваться “Всероссийскими школами «Экология и почвы»”, а их нумерация опять началась с 1-й). Публикуемый ныне текст восстановлен нами по сохранившимся наброскам и черновикам (здесь же заметим, что в связи с вышесказанным одному из издателей пришлось собственоручно переделать все рисунки, используя современные технические средства, ибо в указанных черновиках рисунки были выполнены наскоро от руки, а в процессе доклада выполнялись просто мелом на доске; кроме того ***ссылки и список литературы были оформлена нами*** по правилам данного журнала — в исходном тексте имелись ссылки только на отечественные и переводные издания). Поскольку, во-первых, объем черновиков был весьма значительным и, во-вторых, нам не известно в точности — что же из них вошло в окончательный вариант доклада, перед нами встал вопрос об отборе материала для данной краткой публикации. В результате, не был включен материал по численному интегрированию эволюционных уравнений в частных производных, поскольку автор рассматривал только самый примитивный явный метод, обадающий малой областью устойчивости (более того, этот материал, фактически, дублирует [Орлов и др., 1987, с. 145-149]). При этом объем статьи стал почти таким, который соответствует правилам журнала для раздела «Обзоры и лекции» (мы посчитали, что доклад на студенческой зимней Школе ближе всего к лекции, и поэтому он должен быть опубликован именно в этом разделе). — *Примечание издателей (к.б.н. Д.В. Ильясова и М.В. Янина).*

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

Каждый студент должен
что-нибудь открыть.

Проф. Петровской академии А. Ф. Фортунатов[1]

ВВЕДЕНИЕ

Биологическая кинетика

Существует несколько определений термина «биологическая кинетика». Рассмотрим наиболее известные из них. Согласно М.Д. Курскому и др. [1977, с. 5]: «биологическая кинетика изучает временн***ы***е закономерности явлений, протекающих в живой природе». Более обще определяет биокинетику акад. Н.М. Эмануэль [1979, с. 162] — как науку о развитиии во времени и о механизме биологических процессов. Аналогичное определение (с небольшой конкретизаций) дает выдающийся советский исследователь Николай Сергеевич Паников [1984, с. 75]: «биологическая кинетика изучает скорости и механизмы метаболических процессов на всех уровнях организации живой материи». В последнем определении, казалось бы, все временн***ы***е закономерности (из определения Курского и др.), равно как и всё развитие во времени (из определения Эмануэля) сводятся лишь к скоростям.

Но как бы ни был сложен процесс, он определяется в каждое мгновение некоторой скоростью, в общем случае изменяющейся при переходе от одного момента времени к другому. Зависимость скорости процесса от внутренних особенностей и внешних условий должна существенно определять характер его закономерностей [Киперман, 1979, с. 8]. Иначе говоря, любые временн***ы***е закономерности явлений, развитие во времени любого процесса действительно могут быть выражены в терминах скоростей, поскольку для каждого процесса мы всегда можем рассчитать его скорость.

Таким образом очевидно, что существует, фактически, два основных определения. «Узкое» определение: биологическая кинетика — ***наука о скоростях*** биологических процессов. «Широкое» определение: биологическая кинетика — ***наука о скоростях и механизмах*** биологических процессов. Змечу, что это совершенно аналогично соответствующим определениям кинетики химической. Согласно С.Л. Киперману [1979, с. 8], химическая кинетика — это наука о закономерностях скоростей химических процессов. Но некоторые авторы, например академики Н.М. Эмануэль и Д.Г. Кнорре [1984, с. 3], считают необходимым включить сюда и вопрос о механизме реакции. «Официальное» определение, вошедшее в «Советский энциклопедический словарь» [Прохоров, 1983, с. 575]: «кинетика химическая — учение о скоростях и механизмах химических реакций».

Однако распространение кинетики на механизм реакций сделало бы эту науку слишком всеобъемлющей [Киперман, 1979, с. 8]. Фактически, химическая кинетика тогда включила бы в себя едва ли не всю химию вообще. Разве неорганическая химия не изучает механизмы реакций неорганических соединений? Разве органическая химия не изучает механизмы реакций органических соединений? Разве биохимия не изучает механизмы биохимических процессов? Но если механизмы должна изучать кинетика, то что тогда останется на долю биохимии, неорганической и органической химии? И еще можно привести много примеров других разделов химии, которые окажутся «ограблены» кинетикой, если мы будем упорствовать в «широком» определении этой науки.

Все совершенно аналогичное можно было бы сказать и про биологическую кинетику. Но и без многочисленных примеров ясно, что «широкое» определение — слишком широко. Оно заставляет нас включать в биокинетику значительную часть вопросов, традиционно являющуюся объектом исследований других областей биологии. С другой стороны, «узкое» направление — слишком узко. Действительно, зачем нужно просто изучать скорости процессов?

Видимо, вполне осознав эту проблему, Киперман [1979, с. 9] предпринимает попытку решить ее (в области кинетики химической): «химическую кинетику можно рассматривать как науку о закономерностях скоростей химических процессов с учетом их механизмов». Попытку эту нельзя признать удачной из-за некоторой неконкретности формулировки. Действительно, что значит «с учетом их механизмов»? Как нужно проводить этот учет? Что вообще под этим подразумевается? А если механизм какого-то процесса еще не известен, то изучение (кинетическое!) закономерностей изменения скорости этого процесса во времени и влияния на нее различных факторов, получается, уже не будет относиться к сфере кинетики? Чтобы не сесть в ту же лужу, пытаясь дать реалистичное определение биологической кинетики, двайте, прежде всего проанализиру-

[1] Цит. по [Орловский, 1980, с. 28]. Поскольку из набросков доклада было видно, что ему предполагалось предпослать некий эпиграф, но самого эпиграфа мы не обнаружили (и даже автор не мог его вспомнить), решено было из списка любимых эпиграфов Михаила Владимировича просто выбрать произвольный подходящий по смыслу. — *Примечание издателей*.

ем: что на самом деле делают те, кто относит себя к славному братству биокинетиков.

И вот если мы дадим себе труд проанализировать хотя бы несколько работ специалистов-биокинетиков (независимо от того, какого определения они придерживаются и вообще придерживаются ли хоть какого-нибудь), например, [Bray and White, 1957; Курский и др., 1977; Moshnyakova and Karavaiko, 1979; Panikov et al., 1980; Panikov et al., 1981; Эмануэль и др., 1983; Паников, 1984], то увидим, что в реальности эти исследователи изучают скорости биологических процессов, выводя их из механизмов данных процессов (если таковые известны) и, наоборот, идентифицируют механизмы процессов, интерпретируя данные изучения их скоростей.

С другой стороны, кинетика имеет дело с двумя основными типами задач — прямой и обратной. К прямым относятся задачи, в которых известны порядки и константы скорости отдельных стадий, а требуется найти концентрацию какого-либо из исходных веществ или продуктов реакции в определенный момент времени или найти время, за которое концентрация какого-либо из реагентов или продуктов достигает определенного значения. К обратным — задачи, в которых известны экспериментальные данные, представлющие собой динамику концентраций компонентов реакции при одном или нескольких заданных наборах начальных концентраций, а требуется определить порядок и константы скоростей реакций. Но это лишь в том случае, когда схема процесса известна. Однако чаще всего эта схема является следствием некоторой гипотезы о механизме реакции и нуждается в подтверждении. При этом нередко удовлеворительное описание экспериментальных данных по кинетике сложного процесса удается получить с помощью нескольких разных схем (гипотез о механизме реакций). В этом случае встает вопрос о выборе самой правдоподобной гипотезы [Эмануэль и Кнорре, 1984, с. 190, 235, 237, 243–244]. И весь этот спектр вопросов также относится к обратным кинетическим задачам.

Если же посмотреть на сказанное выше о прямых и обратных кинетических задачах с более общих позиций, то получается, что прямая задача состоит в расчете скорости реакции по известному механизму (известны стадии процесса и константы скоростей для них). А обратная задача в общем случае состоит в идентификации механизма по данным о скоростях (если кривые динамики концентраций определены с достаточно высокой степенью точности, то из них могут быть получены значения скоростей [Эмануэль и Кнорре, 1984, с. 237]). В связи с этим кажется наиболее естественным принять следующее определение («реалистичное» — основанное на реальном положении дел и, с точки зрения степени общности, находящееся между «узким» и «широким»). ***Биологическая кинетика изучает скорости биологических процессов посредством исследования их механизмов (прямая задача) и механизмы этих процессов — посредством исследования их скоростей (обратная задача)***.

Используемые сокращения

БГЦ — биогеоценоз;
б/н — без названия;
ДУ — дифференциальное уравнение;
ПоБиК — почвенная биологическая кинетика.

О ПОЧВЕННОЙ БИОКИНЕТИКЕ

Особенности биологической кинетики почв

Кинетические исследования в почвенной микробиологии долгое время (буквально до прошлого — 1984 — года) не получали широкого распространения прежде всего из-за сложности изучаемого объекта — микрозональности распределения микроорганизмов, пространственного и временного варьирования условий жизнедеятельности, многообразия видового состава микробных сообществ и тесного взаимодействия микроорганизмов с другими компонентами биогеоценоза (БГЦ) [Паников, 1984, с. 75]. Эта ситуация начала меняться в значительной степени благодаря работам выдающегося советского ученого Николая Сергеевича Паникова, поставившего задачу: продемонстрировать путь преодоления отмеченных трудностей формализованного описания микробиологических процессов в БГЦ, а также дать конкретные рекомендации по составлению кинетических моделей роста микроорганизмов и экспериментальному определению всех необходимых параметров модели. С гениальной ясностью эта задача была почти полностью решена им в [Паников, 1984], что позволяет считать Николая Сергеевича отцом-основателем отечественной почвенной биокинетики (ПоБиК)[1].

Особенность биокинетического подхода как одного из наиболее универсальных методов исследования заключается в неразрывном сочетании эмпирического изучения объекта с

[1] Необходимо сделать оговорку, что хоть и была поставлена цель формализованного описания микробиологических процессов в БГЦ, в релаьности она была достигнута не для БГЦ, а лишь в отдельных экосистемах, являющихся составными частями изучаемых БГЦ. — *Примечание издателей*.

Таблица 1. Кинетическая классификация местообитаний микробов в БГЦ (Паников, 1984, с. 76)

Пространственная организация микробной популяции	Поступление субстрата			
	Непрерывное (1)		Периодическое (2)	
	С элиминированием (α)	Без элиминирования (β)	С элиминированием (α)	Без элиминирования (β)
Однородная (*a*)	1 α a	1 β a	2 α a	2 β a
Неоднородная (*b*)	1 α b	1 β b	2 α b	2 β b

Таблица 2. Классификация математических моделей ПоБиК

Пространственная организация микробной популяции		Поведение популяции во времени	
		стационарное (S)	нестационарное (D)
Однородная (0)		S0	D0
Неоднородная	1-мерная (1)	S1	D1[1]
	многомерная (2)	S2	D2

[1] Пример математической модели класса D1 см. в [Орлов и др., 1987, с. 145–149]. — *Примечание издателей*.

математическим моделированием его поведения. Математическая модель, представленная в виде системы дифференциальных и алгебраических уравнений, в предельно сжатой форме отражает постулируемый механизм процесса. Верификацию этого механизма проводят путем сравнения экспериментальных данных с предсказаниями модели. В случае их несовпадения формулируется новая модель (основанная на новых исходных посылках), и процедура сравнения повторяется еще раз [Паников, 1984, с. 75]. Отсюда видно, что в биокинетическом исследовании приходится многократно получать предсказания различных моделей, т.е., с математической точки зрения — многократно решать системы уравнений.

Однако биологические системы чрезвычайно сложны, и предсказание их количественного поведения часто представляет собой трудную задачу. За исключением случая наипростейших биосистем, моделирующие их уравнения чаще всего оказываются слишком сложными для того, чтобы решение можно было найти с помощью карандаша и бумаги; поэтому их приходится решать с помощью вычислительной машины [Garfinkel, 1965]. Таким образом, для действительно беспрепятственного применения кинетических методов исследования в почвенной микробиологии мало научиться описывать микробиологические процессы в БГЦ с помощью математических уравнений роста микроорганизмов. Нужно еще уметь решать эти уравнения, причем решать, как следует из вышесказанного, при помощи ЭВМ, т.е. численно. И ***задача настоящей работы состоит в том, чтобы продемонстрировать возможность работы с моделями ПоБиК при помощи численных методов***.

Классификация моделей биологической кинетики почв

Выдающийся советский почвовед Николай Сергеевич Паников дал чрезвычайно простую и совершенно ясную кинетическую классификацию местообитаний микроорганизмов в почве по принципу сходства кинетических механизмов роста микробных популяций, колонизирующих данное местообитание (табл. 1). Наиболее существенное влияние на рост микроорганизмов оказывают следующие факторы [Паников, 1984, с. 76]:

- характер поступления лимитирующего питательного субстрата, который может быть непрерывным (1) или периодическим (2);
- наличие (α) или отсутствие (β) экзогенных факторов элиминирования растущих организмов (вынос клеток с почвенным раствором, выедание хищниками, фаголизис, активная миграция);
- пространственная организация микробной популяции в данной микро- или мезозоне, которая может быть однородной (a) при отсутствии градиентов концентраций субстрата по пространственной координате, либо неоднородной (b), когда наличие этих градиентов обусловливает закономерное распределение микробной биомассы и отдельных ее элементов по пространству местообитания.

Перечисленные в табл. 1 типы местообитаний отчасти соответствуют тому или иному математическому аппарату, обычно применяе-

мому для построения математических моделей данного местообитания или соответствующей ему лабораторной экспериментальной системы. Но, все же, ***для удобства выбора аппарата моделирования*** хочу предложить несколько иную классификацию — табл. 2.

Наиболее общие модели — нестационарные многомерная (D2) и одномерная (D1) представляют собой ***смешанные***[1] ***задачи для систем уравнений в частных производных*** (обычно уравнения — ***параболического типа***). Стационарная многомерная модель (S2) — это ***граничная задача для системы уравнений в частных производных*** (обычно уравнения — ***эллиптического типа***). Стационарная одномерная модель (S1) — это опять ***граничная задача***, но ***для системы обыкновенных дифференциальных уравнений*** (ДУ). Нестационарная однородная (или, как ее еще называют, «нуль-мерная») модель (D0) представляет собой ***начальную задачу для системы обыкновенных ДУ***, часто называемую также «задачей Коши». Наконец, стационарная однородная модель (S0) — это ***система алгебраических или трансцендентных уравнений***.

Все перечисленные задачи хорошо известны в математике и для их решения существуют эффективные методы, широко представленные в литературе как в виде алгоритмов, так и непосредственно в виде программ для ЭВМ. Ниже я не буду подробно разбирать эти алгоритмы и программы из-за недостатка времени, а лишь кратко перечислю некоторые из них. Основное же время будет уделено обсуждению тех проблем, с которыми, к сожалению, часто приходится сталкиваться при использовании численных методов в ПоБиК.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ (СИСТЕМА S0)

Пример системы S0: однородная стационарная модель ризосферы

Выдающийся советский микробиолог Николай Сергеевич Паников дал чрезвычайно простую и совершенно ясную кинетическую модель роста микробной популяции в ризосфере:

$$\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = r_G - \mu \cdot x/Y - m \cdot x, \qquad (1)$$

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = \mu \cdot x - E \cdot p \cdot x, \qquad (2)$$

где E — «удельная скорость выедания»[2]; m — коэффициент поддержания[3]; p — биомасса хищника; r_G — интенсивность экзоосмоса; s — концентрация субстрата; x — биомасса микроорганизмов; Y — выход биомассы на единицу использованного субстрата; μ — удельная скорость роста микроорганизмов [Паников, 1984, с. 78]; t — время. К сожалению, эта система не является замкнутой, поскольку на 2 уравнения приходится 3 переменные: s, x и p. Замкнуть ее очень легко, записав уравнение динамики биомассы хищника в соответствии со стандартными правилами микробиологической кинетики:

$$\mathrm{d}p/\mathrm{d}t = Y_{p/x} \cdot E \cdot p \cdot x - a \cdot p, \qquad (3)$$

где $Y_{p/x}$ — выход биомассы хищника на единицу использованной биомассы микроорганизмов; a — удельная скорость отмирания хищника.

Обозначим заглавными буквами S, X и P соответствующие величины s, x и p в стационарном состоянии, т.е. когда $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t = 0$. Следовательно, в этом состоянии вместо системы вышеприведенных ДУ будем иметь систему

$$r_G - \mu \cdot X/Y - m \cdot X = 0, \qquad (4)$$

$$\mu \cdot X - E \cdot P \cdot X = 0, \qquad (5)$$

$$Y_{p/x} \cdot E \cdot P \cdot X - a \cdot P = 0 \qquad (6)$$

алгебраических или трансцендентных уравнений (в зависимости от конкретных функций $\mu(S)$, $m(S)$ и $E(X)$ — будут ли они алгебраическими выражениями или трансцендентными функциями). Но чтобы из этой системы действительно можно было бы найти величины S, X и P, следует конкретизировать функции $\mu(S)$, $m(S)$ и $E(X)$.

Моно (Monod J.) в 1942 г. эмпирически установил, что выражение

$$\mu = \mu_m \cdot S/(S + K_S) \qquad (7)$$

(где μ_m и K_S — соответственно, максимальная удельная скорость роста и константа насыщения) хорошо соответствует зависимости скорости роста бактерий от концентрации субстрата [Pirt, 1975]. Поскольку бактерии являются пи-

[1] Т.е. содержащие и начальные (в начальный момент времени), и граничные (т.е. на пространственной границе) условия [Годунов, 1979, с. 192].

[2] Представляется, что термин этот не совсем точен (поэтому я поставил его в кавычки, которых в оригинале у Паникова не было). Действительно, согласно второму уравнению, скорость выедания — это $E \cdot p \cdot x$. По аналогии с «удельной скоростью роста» (об этом термине см., например, в [Pirt, 1975]), можно заключить, что удельная скорость выедания должна представлять собой скорость выедания, отнесенную к биомассе выедающего организма. Но если мы разделим скорость выедания на биомассу хищника, то получим не просто E, а $E \cdot x$.

[3] См. табл. 3 — *Примечание издателей*.

тательным субстратом для хищников, то будет логичным принять такую же зависимость и для них, поэтому

$$E = E_m/(X + K_X).$$

Из [Паников, 1984, с. 78] ясно следует, что $m = const$. Этого, конечно, быть не может! Действительно, внесем некоторое количество биомассы $x_o > 0$ в среду, в которой вообще нет субстрата ($s_o = 0$). Более того, пусть и поступления новых порций субстрата тоже нет (т.е. положим $r_G = 0$). Тогда в реальности микробы не смогут осуществлять функцию поддержания. А согласно уравнению (1) они расти-то не будут — поскольку μ(0) — но поддержание будет продолжаться, постоянно выкачивая из среды $m{\cdot}x$ единиц массы субстрата за каждую единицу времени. Однако, если в среде уже была нулевая концентрация субстрата, и потом она продолжает уменьшаться, то концентрация станет... отрицательной! Полная чепуха!!! Этого абсурда вполне можно избежать, если положить, что m представляет собой такую функцию s, что $\lim m(s) = 0$ при $s \to 0$. Что же это за функция? Поскольку поддержание (оборот клеточного материала, осмотическая работа для поддержания концентрационных градиентов между клеткой и окружающей средой, подвижность клетки и др. [Pirt, 1975]) осуществляется, в конечном счете, ферментативными процессами, то представляется вполне логичным, что для него будет верна ферментативная кинетика.

Одним из самых фундаментальных уравнений кинетики ферментативных реакций является уравнение Михаэлиса-Ментен [Курский и др., 1977, с. 74], поэтому можно предположить, что

$$m = m_m{\cdot}S/(S + K_M), \qquad (8)$$

где m_m — максимальная удельная скорость трат на поддержание, K_M — соответствующая константа Михаэлиса. Итак, имеем следующую систему из трех уравнений, позволяющую рассчитать концентрацию питательного субстрата, а также биомассы потребяющих его микробов и пожирающих их хищников в ризосфере:

$$r_G - \mu_m{\cdot}S{\cdot}X/[(S+K_S)\cdot Y] - m_m{\cdot}\,S{\cdot}X/(S+K_M) = 0, \qquad (9)$$

$$\mu_m{\cdot}\,S/(S+K_S) - E_m{\cdot}\,P/(X+K_X) = 0, \qquad (10)$$

$$Y_{p/x}{\cdot}\,X\cdot E_m/(X+K_X) - a = 0 \qquad (11)$$

Вообще говоря, конкретно такая система может быть решена аналитически. Действительно, из (11) можно выразить X:

$$X = a\cdot K_X/(Y_{p/x}{\cdot}E_m - a), \qquad (12)$$

после чего подставить полученное значение X в (9) и найти оттуда S. А раз мы имеем значения для X и S, то можем получить и P, которое легко найти из (10):

$$P = (\mu_m/E_m){\cdot}(X+K_X)\cdot S/(S+K_S). \qquad (13)$$

Но, разумеется, аналитическое решение можно получить далеко не для всякой системы.

Например, многие авторы указывали на ограниченность применимости зависимости Моно и предлагали другие выражения. Так, Тисье аппроксимирует удельную скорость роста экспоненциальной функцией

$$\mu = \mu_m{\cdot}\,(1 - e^{-k\cdot S}) \qquad (14)$$

с некоторой постоянной k [Полуэктов и др., 1980, с. 46]. Если для микробов в ризосфере более адекватной окажется зависимость Тисье, то нам следует для μ использовать (14) вместо (7), а тогда вместо (9) и (10) мы будем иметь, соответственно

$$r_G - \mu_m{\cdot}\,(1 - e^{-k\cdot S}){\cdot}X/Y - m_m{\cdot}\,S\cdot X/(S+K_M) = 0, \qquad (15)$$

$$\mu_m{\cdot}(1 - e^{-k\cdot S}) - E_m{\cdot}\,P/(X+K_X) = 0. \qquad (16)$$

Теперь мы уже не можем из (15) аналитически выразить S. И это прекрасная возможность для того, чтобы продемонсрировать мощь численных методов.

Но численные методы невозможно применить к уравнениям, записанным в общем виде. Поэтому, прежде чем решать уравнения, нужно задать конкретные значения параметров. Вообще говоря, для каждого вида микроорганизмов и даже для каждого местообитания параметры следует определять экспериментально либо напрямую (если это возможно), либо решая обратную кинетическую задачу. Но для демонстрационного примера ограничимся очень грубыми оценками параметров, которые можно взять из литературы или из здравого смысла. Итак, прежде чем решать систему, состоящую из уравнений (11), (15) и (16), нам надо задать численные значения для a, E_m, k, K_M, K_X, m_m, r_G, Y, $Y_{p/x}$ и μ_m — см. табл. 3. Характерные величины r_G мы не будем обсуждать. Понятно, что в той или иной экосистеме могут встретиться самые разные значения (начиная практически от 0, что будет иметь место в каких-нибудь совсем уж пустынях). Из (15) очевидно, что при $r_G > \mu_m{\cdot}X/Y + m_m{\cdot}X = a{\cdot}K_X{\cdot}(\mu_m/Y + m_m)/(Y_{p/x}{\cdot}E_m - a)$ стационарное состояние невозможно потому что ур. (15) не имеет неотрицательного действительного решения. В связи с этим, система ур. (11), (15), (16) будет решаться для всего интервала r_G от 0 до $a\cdot K_X{\cdot}(\mu_m/Y + m_m)/(Y_{p/x}{\cdot}E_m - a)$.

Таблица 3. Численные значения параметров для системы уравнений (11), (15), (16).

Параметр	Значение	Обоснование
a	0.0012 1/час	Вавилин и В.Б. Васильев [1979, с. 15] указывали, что для смешанных культур значения a составляют 0.0004÷0.002 1/час. Правда, в этом случае речь шла о бактериях. Но, вероятно, приближенно это можно (за неимением лучшего) использовать и для простейших-хищников. Итак, для дальнейших расчетов выбираем среднее значение.
E_m	0.065[1] 1/час	Считается, что максимальные показатели удельной скорости роста, например, для парамеций составляют 0.06÷0.07 1/час [Кокова и Лисовский, 1976, с. 61]. И хотя Валентина Егоровна и Генрих Михайлович неопровержимо доказали, что этот «предел» обусловлен не генетическими факторами, а прежде всего условиями выращивания (аэрация, удаление метаболитов, взвешенный корм позволяют существенно повысить удельную скорость роста), не будем забывать, что идеальные условия вряд ли часто реализуются в природе.
k	0.087 л/мгС	По своему смыслу K_S — это такая концентрация субстрата, при которой достигается удельная скорость роста, равная половине максимальной [Pirt, 1975]. Путем теоретического расчета в [Вавилин и Васильев, 1979, с. 11–13] для глюкозы получено значение $K_S \approx 20$ мг/л (и это укладывается в диапазон экспериментально определенных значений 0.068÷25 мг/л, приведенный в [Pirt, 1975]). При зависимости Тисье половина максимальной удельной скорости роста, как легко получить из (14), должна наблюдаться при $S \approx 0.693/k$, следовательно, $k \approx 0.693/K_S \approx 0.693/(20 \cdot 6 \cdot 12/180)$.
K_M	8 мгС/л	Для K_M оставим значение 20 мг/л (в пересчете на ***углерод*** глюкозы это составит 8 мгС/л).
K_X	5.7 мгС/л	Для *Tetrahymena* при их росте на бактериях в качестве питательного субстрата, C.R. Curds дает значение константы полунасыщения 12 мг/л [Pirt, 1975]. Согласно [Вавилин и Васильев, 1979, с. 5] в бактериальной клетке около 90% сухого вещества является органическим, а составу органической части приблизительно соответствует эмпирическая формула $C_5H_7O_2N$, поэтому $K_X = 12 \cdot 0.9 \cdot (5 \cdot 12/113)$.
m_m	1.3 1/час	Энергетические затраты на поддержание могут составлять значительную часть общего количества потребленной энергии. Так, при развитии *Klebsiella aerogenes* на среде с глюкозой в качестве источника энергии при скорости роста 0.1 1/час энергия, израсходованная на поддержание, составляла около 90% всей энергии поглощенного источника. Величина m в этом случае превышала в 3-4 раза ранее найденное значение для того же организма, возможно, из-за того, что в этом случае имелся избыток источника энергии, а ранее опыт проводился с таким его количеством, которое лимитировало рост [Pirt, 1975]. Если считать избыток источника энергии столь значительным, что $m \approx m_m$, то общее потребление субстрата составит $(\mu \cdot x/Y + m_m \cdot x)$, а траты на поддержание — $m_m \cdot x$. Тогда $m_m \cdot x/(0.1 \cdot x/0.69 + m_m \cdot x) = 0.9$, следовательно $m = 0.1/[(1/0.9 - 1) \cdot 0.69]$.
$Y_{p/x}$	0.34	Для парамеций и блефаризм В.Е. Кокова и Г.М. Лисовский [1976, с. 52, 54] получили КПД биосинтеза на смешанном корме (дрожжи + бактерии) в среднем 37%. Учитывая, что, согласно [Вавилин и Васильев, 1979, с. 5], химическому составу протоплазмы простейших соответствует эмпирическая формула $C_7H_{24}O_3N$, получаем $Y_{p/x} = 0.37 \cdot (7 \cdot 12/170)/(5 \cdot 12/113)$.
Y	0.69	Для бактерий, растущих на глюкозе, Вавилин и Васильев [1979, с. 7-8] с помощью термодинамического расчета[2] получили значение $Y = 0.523$ г клеточного органического вещества на 1 г глюкозы или, учитывая содержание углерода в глюкозе и клеточном веществе, $Y = 0.523 \cdot (5 \cdot 12/113)/(6 \cdot 12/180)$.
μ_m	0.14 1/час	Это значение так же путем теоретического расчета Вавилин и Васильев [1979, с. 11-14] получили для бактерий, растущих на глюкозе. Оно несколько меньше, чем максимальные удельные скорости роста, зафиксированные в культурах бактерий (см., например, [Pirt, 1975; Вавилин и Васильев, 1979, с. 14]), но представляется вполне приемлемым с учетом неоптимальности природных условий и иллюстративной цели моих расчетов.

[1] Здесь у автора, очевидно, досадная описка. Из уравнений (6) и (7) ясно видно, что смысл максимальной удельной скорости роста имеет не E_m, а произведение $Y_{p/x} \cdot E_m$ (кстати, в программе, размещенной в табл. П1, параметр EM описан именно как «МАКСИМАЛЬНЫЙ ***МЕТАБОЛИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ*** ХИЩНИКА», а не «максимальная ***удельная скорость роста*** хищника». Таким образом, раз максимальная удельная скорость роста простейших и экономический коэффициент приняты равными, соответственно, 0.065 1/час и 0.34, то $E_m = 0.065/0.34 \approx 0.19$ 1/час. Впрочем, какой-то принципиальной ошибки тут нет, поскольку принятое автором для E_m значение 0.065 1/час соответствует (при $Y_{p/x} = 0.34$) удельной скорости роста 0.022 1/час, а хищники с параметром такого порядка, безусловно, существуют. — *Примечание издателей*.

[2] Поскольку [Вавилин и Васильев, 1979] представляет сейчас библиографическую редкость, то считаем нужным отметить, что этот расчет воспроизведен в [Glagolev, 2021]. — *Примечание издателей*.

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

Численно-аналитический частный метод решения: сведение системы к одному уравнению

Итак, мы собираемся решить (т.е. найти X, S и P) систему уравнений

$$r_G\text{-}0.203\cdot(1 - e^{-0.087\cdot S})\cdot X - 1.3\cdot S\cdot X/(S + 8) = 0,$$

$$0.14\cdot(1 - e^{-0.087\cdot S}) - 0.065\cdot P/(X + 5.7) = 0,$$

$$0.0221\cdot X/(X + 5.7) - 0.0012 = 0$$

при разных значениях r_G (от 0 до 0.492 мгС/л/час).

Поступить можно, как минимум, двумя различными способами:

- решать непосредственно систему из 3 уравнений «в лоб» — использовать какую-либо программу для численного решения систем уравнений;
- свести задачу к численному решению одного уравнения (сначала из последнего уравнения системы аналитически найдем X; потом подставим его в первое уравнение, которое решим численно, в результате чего найдем S; и, наконец, подставив полученные значения X и S в среднее уравнение, аналитически найдем из него P).

Множество компьютерных программ разработано для решения как отдельных уравнений, так и их систем (табл. 4). Но первый путь кажется более простым и привлекательным,

Таблица 4. Программы для решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

Название	Язык	Метод	Литературный источник
Решение уравнения с одной переменной			
HALF	Алгол	Деления отрезка пополам (или бисекции, или половинного деления, или полуинтервалов)	[Кафаров и др., 1972, с. 197-198]
Bisec	Алгол		[Агеев и др., 1975, с. 17-18]
0301	Алгол-60		[Маергойз и Реутова, 1973, с. 5, 8]
	Аналитик		[Маергойз и Реутова, 1973, с. 5-7]
б/н	Аналитик		[Мешалкина, 1980, с. 80-81]
BINBIS	Фортран-10		[Johnson, 1980, p. 154-158]
б/н	Алгол	Итераций (для уравнения $f(y) = y$)	[Гутер и Резниковский, 1971, с. 72]
Root			[Агеев и др., 1975, с. 58-60]
Zeros	Алгол	Мюллера	[Агеев и др., 1975, с. 55-58]
Muller	Алгол		[Агеев и др., 1981, с. 99-111]
0302	Алгол-60	Хорд (или пропорциональных частей)	[Маергойз и Реутова, 1973a, с. 9, 12]
	Аналитик		[Маергойз и Реутова, 1973a, с. 9-11]
б/н	Алгол	Хорд и касательных	[Гутер и Резниковский, 1971, с. 69-70]
0304	Алгол-60	Итерационный процесс Эйткена-Стеффенсена с ускоренной сходимостью	[Маергойз и Реутова, 1973c, с. 17, 19-20]
	Аналитик		[Маергойз и Реутова, 1973c, с. 17-19]
б/н	Фортран	Ньютона (или Ньютона-Рафсона)	[Shoup, 1979]
NEWTON	Фортран-10		[Johnson, 1980, p. 169-172]
ZEROIN	ANSI Standard Fortran	Брента	[Forsythe et al., 1977]
0303	Алгол-60	М.Л. Рыбакова	[Маергойз и Реутова, 1973b, с. 13, 16]
	Аналитик		[Маергойз и Реутова, 1973b, с. 13-15]
Решение систем уравнений			
0311	Алгол-60	Простой итерации	[Маергойз и Реутова, 1973d, с. 66-67, 70]
	Аналитик		[Маергойз и Реутова, 1973d, с. 66-69]
0312	Алгол-60	Монте-Карло	[Маергойз, 1973, с. 71-74, 84-88]
	Аналитик		[Маергойз, 1973, с. 71-84]
FALL1, FALL2	Фортран	Градиента	[Кукебаев, 1979]

поскольку не надо уметь выполнять никаких аналитических преобразований, а достаточно просто записать уравнения исходной системы по правилам того или иного языка программирования. Однако проблема численного решения уравнений (и особенно их систем!) состоит в том, что нужно задать либо достаточно хорошее приближение к решению, либо (в случае решения одного уравнения методом половинного деления) указать границы, в которых оно находится. Поскольку нет уверенности, что удасться угадать хорошее начальное приближение для исходной системы (т.е. угадать такие значения X_o, S_o и P_o, которые в некотором смысле недалеко отстоят от решения — от тройки чисел X, S и P), то сначала реализуем второй путь.

Выше было показно, что стационарное значение X можно найти по формуле (12): $X = 0.0012 \cdot 5.7/(0.34 \cdot 0.065 - 0.0012) = 0.327$ мгС/л. Проверим найденное значение, подставив его в последнее уравнение системы: $0.0221 \cdot 0.327/(0.327 + 5.7) - 0.0012 \approx -9 \cdot 10^{-7}$, т.е. получаем практически 0, а это значит, что $X = 0.327$ мгС/л действительно найдено верно. Теперь обратимся к первому уравнению системы.

Для определения корня уравнения можно использовать итеративный метод бисекции. При этом необходимо знать значения аргумента S_1 и S_2, охватывающие корень S: $S_1 \le S \le S_2$ [Johnson, 1980, p. 152]. Такое требование (по крайней мере в случае нашего примера) кажется более простым, чем необходимость указать некое «хорошее» начальное приближение к корню. Действительно, предположительное значение S_1 обнаруживается сразу же — просто исходя из физического смысла концентрации: она не может быть отрицательной, следовательно $S_1 = 0$. Чтобы задать S_2, введем обозначение $\alpha = \mu_m \cdot (1 - e^{-k \cdot S}) \cdot X/Y$ и с использованием α перепишем (15):

$$r_G - \alpha = m_m \cdot S \cdot X/(S + K_M).$$

Найдем отсюда S:

$$S = (r_G - \alpha) \cdot K_M/(m_m \cdot X - r_G + \alpha).$$

Если рассматривать S как функцию α, то эта функция будет убывающей: чем α меньше — тем S больше. Следовательно, в качестве S_2 мы можем взять S при наименьшем — нулевом — значении α[1]:

$$S_2 = r_G \cdot K_M/(m_m \cdot X - r_G) > (r_G - \alpha) \cdot K_M/(m_m \cdot X - r_G + \alpha) = S.$$

Такой выбор S_1 и S_2 легко проверить для любого частного случая. Пусть, например, мы хотим найти решение уравнения (15) при $r_G = 0.2$ мгС/л/час. Тогда $S_2 = 0.2 \cdot 8/(1.3 \cdot 0.327 - 0.2) \approx 7.11$ мгС/л. Если подставить S_1 в (15), то равенство не будет соблюдаться, т.к. в правой части имеем 0.2, а $0.2 \ne 0$. Но если подставить $S_2 = 7.11$, то равенство опять не будет соблюдаться, однако теперь в правой части имеем $0.2 - 0.14 \cdot (1 - e^{-0.087 \cdot 7.11}) \cdot 0.327/0.69 - 1.3 \cdot 7.11 \cdot 0.327/(7.11+8) \approx -0.031$. Знак числа поменялся! Очевидно, что корень действительно заключен где-то между S_1 и S_2: значение S_1 оказалось слишком мало и поэтому правая часть (15) при подстановке в нее S_1 не упала до нуля, а осталась на уровне 0.2, но S_2 — слишком велико и поэтому правая часть (15) упала ниже нуля.

Теперь, когда мы имеем интервал, в котором заключен корень уравнения (15), его можно легко найти при помощи одной из программ, реализующей метод бисекции или метод Брента[2] (табл. 4). Вычислив таким образом S, после этого можно очень просто найти P из (16):

$$P = \mu_m \cdot (1 - e^{-k \cdot S}) \cdot (X + K_X)/E_m \qquad (17)$$

(кстати, из этой формулы следует, что P ограничено значением $\mu_m \cdot (X + K_X)/E_m \approx 0.14 \cdot 6.027/0.065 \approx 13$). Программа, реализующая описанный алгоритм, помещена ниже в табл. П1 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ). Решение системы, состоящей из уравнений (11), (15) и (16), графически представлено на рис. 1.

[1] К сожалению, такой метод выбора S_2 будет работать только при $r_G < m_m \cdot X$, т.е. в нашем примере при $r_G < 0.425$, тогда как стационарные состояния возможны вплоть до $r_G = 0.492$ мгС/л/час. Поскольку исправить ситуацию можно многими простейшими путями, то за неимением места я не буду на этом останавливаться (в конце концов, используемая далее прогрмма ZEROIN просто выдает вместо корня значение S_2 если пользователь так неудачно задал S_2, что $S_2 < S$).

[2] Алгоритм бисекции абсолютно застрахован от неудачи, но довольно медлителен. Если функция $f(S)$, нуль которой ищется, достаточно гладкая (имеет одну или две непрерывные производные), то часто есть возможность значительно сократить количество вычислений функции по сравнению с методом бисекции. Один из лучших имеющихся алгоритмов — ZEROIN, изобретенный в 1960-х гг. в Математическом центре Амстердама (Ван Вейнгарден, Деккер и др.) и затем улучшенный Брентом (1973). Он сочетает безотказность бисекции с асимптотической скоростью метода секущих в случае гладких функций (гарантированно не может быть много медленнее бисекции, но быстрей ее, когда f является гладкой). Добавочная скорость очень полезна, если вычисление f(S) требует много времени [Forsythe et al., 1977, p. 173, 177]. Если отвлечься от рассматриваемого довольно простого «ризосферного» примера, то кажется вполне реалистичным ожидать, что современные модели ПоБиК часто будут порождать весьма сложные уравнения (т.е. весьма сложные функции f, на вычисление которых, естественно, будет уходить много машинного времени).

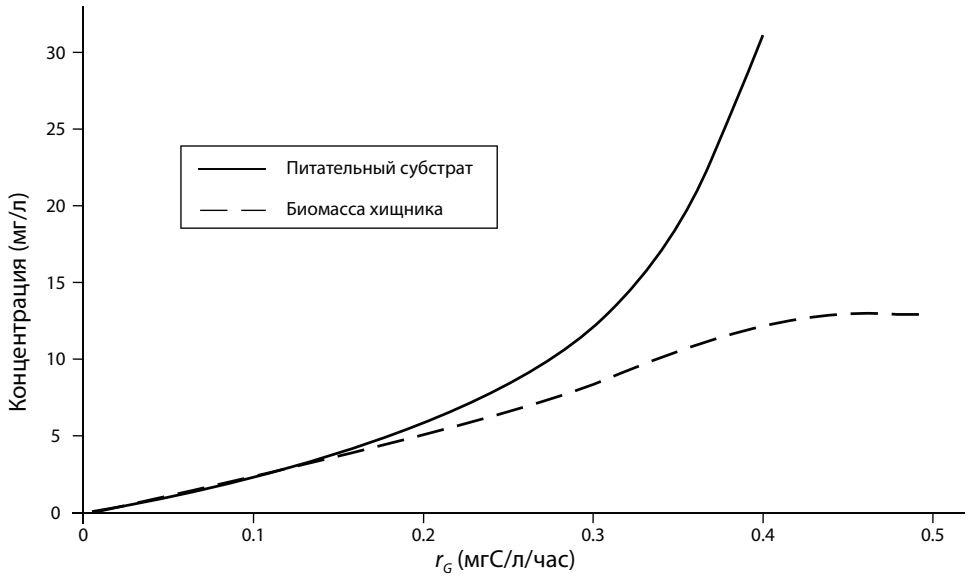


Рис. 1. Стационарная однородная модель ризосферы: решение уравнений (11), (15) и (16). Биомасса микробов не приводится, т.к. она, согласно данной модели, не зависит от r_G (при значениях параметров, приведенных в табл. 3, $X = 0.327$ мгС/л).

Способ Ньютона-Рафсона для нелинейных систем уравнений

На практике в классических моделях микробиологической кинетики довольно часто удается вычленить одно уравнение, аналитически неразрешимое относительно единственной переменной, которое можно решить численно, после чего уже удается решить (аналитически) и всю систему, как это было показано в предыдущем разделе на примере модели ризосферы. Но понятно: нет гарантии, что так можно будет поступить всегда. Более того, интуитивно ясно, что для сложных моделей реальных природных систем, скорее всего, это не пройдет и нам нужен какой-то универсальный способ.

Обозначая через $\mathbf{x}$ вектор-столбец $(x_1, ..., x_n)^{\mathrm{T}}$, можно записать уравнения в виде $f_1(\mathbf{x}) = 0$, $f_2(\mathbf{x}) = 0$, ..., $f_n(\mathbf{x}) = 0$. Или, вводя для вектора-столбца функций $(f_1, ..., f_n)^{\mathrm{T}}$, обозначение $\mathbf{f}$, можем записать всю систему в компактной форме

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0. \qquad (18)$$

Если могут быть вычислены все частные производные функций f_i по переменным x_j, то можно применить метод Ньютона. Пусть $\mathrm{J}(\mathbf{x})$ обозначает матрицу Якоби; ее элемент $J_{i,j}$ есть значение производной $\partial f_i/\partial x_j$ в точке $\mathbf{x}$. Метод Ньютона начинает с произвольного $\mathbf{x}_o$. Далее, функцию $\mathbf{f}$ линеаризуют в точке $\mathbf{x}_o$, разлагая ее в ряд Тэйлора и удерживая лишь члены нулевой и первой степени [Forsythe et al., 1977]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_o) + \mathrm{J}(\mathbf{x}_o) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_o).$$

Обозначая вектор поправок к решению $\Delta = \mathbf{x} - \mathbf{x}_o$ и учитывая, что должно выполняться (18), получаем для Δ систему линейных алгебраических уравнений: $\mathrm{J}(\mathbf{x}_o)\cdot\Delta = -\mathbf{f}(\mathbf{x}_o)$.

Более точные, чем $\mathbf{x}_o$, значения корней: $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_o + \Delta$. Дальнейшие поправки можно получить тем же путем, отправляясь от точки $\mathbf{x}_1$ [Гутер и Резниковский, 1971, с. 104]. В общем случае, имея $\mathbf{x}_k$, находят $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \Delta_{k+1}$, получая поправку Δ_{k+1} решением линейной системы $\mathrm{J}(\mathbf{x}_k) \cdot \Delta_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)$ [Forsythe et al., 1977]. Понятно, что этот процесс можно продолжать бесконечно, поэтому возникает естественный вопрос: когда следует остановиться? Когда можно считать, что решение найдено (и дальнейшее его уточнение бессмысленно) или, напротив, что найти решение не получается и поэтому дальнейшее применение вышеописанного алгоритма все равно не имеет смысла?

А.И. Кукебаев [1979, с. 320-322] заканчивает вычисления когда скалярное произведение $\mathbf{f} \cdot \mathbf{f} < \mathrm{EPS1}$ (решение найдено), либо когда $k > K$, где K — допустимое число итераций (решение не может быть найдено). К. Джонсон [Johnson, 1980, p. 237] принимает $K = 20$. Я реализовал вышеописанный метод Ньютона-Рафсона с условиями окончания вычислительного процесса по Кукебаеву-Джонсону в виде подпрограммы NEWRAF (и ряда вспомогательных подпрограмм для нее — см. табл. П2 и П3 в Приложении). В программе NERA (табл. П2) данный метод применен к расчету стационарной однородной модели ризосферы, содержащей уравнения (11), (15) и (16).

На сходимость метода Ньютона существенно влияет выбор начального приближения [Бененсон и др., 1981, с. 23]. К счастью,

Таблица 5. Итерации метода Ньютона-Рафсона для системы уравнений (11), (15) и (16) при начальном приближении $S = 0$, $X = 0.327$ и $P = 0$.

Итерация	Значения переменных			Итерация	Значения переменных		
	S	X	P		S	X	P
1	3.395	0.327	3.834	3	5.557	0.327	4.979
2	5.239	0.327	4.870	4	5.557	0.327	4.979

обычно из каких-то простых физических или (в нашем случае) биологических соображений удается предположить «достаточно хорошие» начальные приближения, т.е. такие, которые обеспечат сходимость метода. В рассматриваемом примере не просто хорошее, а, можно сказать, прекрасное приближение к X находим по формуле (12). Начальные прибижения к S и P очень легко получить в частном случае $r_G \to 0$, исходя из биологического смысла. Если в систему не подается субстрат (при $r_G = 0$), то его там и не может быть в стационарном состоянии, следовательно $S = 0$. Имея X и S, находим по формуле (17) начальное приближение к P: оно, как и S, оказывается нулевым. Предположим, мы хотим найти решение системы уравнения (11), (15) и (16) при $r_G = 0.2$ мгС/л/час. Исходя из выбранного начального приближения ($S = 0$, $X = 0.327$ и $P = 0$), NERA находит решение ($S = 5.557$, $X = 0.327$ и $P = 4.979$) всего за 4 итерации (табл. 5).

Решение проблемы выбора начального приближения в общем случае: метод продолжения

К сожалению, ясно: нет гарантии, что всегда легко можно найти хорошее начальное приближение. Более того, интуитивно понятно, что чем сложнее будут модели реальных природных систем, тем труднее будет определить начальное приближение, обеспечивающее сходимость. Наигранное бодрячество Форсайта и др. [Forsythe et al., 1977]: «На практике можно подчас, итерируя с мужеством и оптимизмом, найти корень...», вряд ли может удовлетворить советских ученых, не привыкших полагаться на «авось». Очевидно, что необходим какой-то универсальный способ. И он существует![1]

Область сходимости можно расширить, используя метод продолжения. Суть его состоит в следующем. Вместо одного отображения $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ вводится целое семейство их:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, T) = T \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x}, T) \cdot (1 - T),$$

где $T \in [0, 1]$, а функция $\mathbf{F_o}$ при $T = 0$ должна быть близка к линейной относительно $\mathbf{x}$. Таким образом, $\mathbf{H}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{F_o}(\mathbf{x}, 0)$, $\mathbf{H}(\mathbf{x}, 1) = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ [Бененсон и др., 1981, с. 23]. Итак, в методе продолжения вместо задачи $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$ решается задача $\mathbf{H}(\mathbf{x}, T) = 0$, т.е. $T \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x}, T) \cdot (1 - T) = 0$. Пусть мы имеем произвольное начальное приближение $\mathbf{x_o}$, такое, что метод Ньютона-Рафсона, используя это приближение, не может найти решение. Если положить $T = 0$, то задачу $0 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x_1}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x_1}, 0) \cdot (1 - 0) = \mathbf{F_o}(\mathbf{x_1}, 0) = 0$ можно решить, поскольку функция $\mathbf{F_o}$ выбрана так, что при $T = 0$ она близка к линейной (более того, ничто не мешает нам для гарантированной сходимости выбрать ее не просто близкой к линейной, а в точности линейной). Теперь, используя $\mathbf{x_1}$ в качестве начального приближения, решим задачу $T_1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x_2}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x_2}, T_1) \cdot (1 - T_1) = 0$ для максимально большого значения $T_1 \leqslant 1$, для которого такую задачу удается решить. После этого, используя найденное значение $\mathbf{x_2}$ в качестве начального приближения, решим задачу $T_2 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x_3}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x_3}, T_2) \cdot (1 - T_2) = 0$ для максимально большого значения T_2 из интервала $(T_1, 1]$. Этот процесс следует продолжать до тех пор, пока наконец мы получим при $T = 1$ решение задачи $1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{F_o}(\mathbf{x}, 1) \cdot (1 - 1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$. Рассмотрим описанный алгоритм на примере.

Возьмем для нашей системы, состоящей из уравнений (11), (15) и (16), очень плохое начальное приближение: $S_o = 10$, $X_o = 1.5$ и $P_o = 0$. Используя такое приближение, пограмма NERA не сможет найти решение указанных уравнений. Тогда, в соответствии с методом продолжения, изменим задачу и будем рассматривать, например, такие уравнения:

$$T \cdot [r_G - \mu_m \cdot (1 - e^{-k \cdot S}) \cdot X/Y - m_m \cdot S \cdot X/(S + K_M)] + \\ + (S - 10) \cdot (1 - T) = 0,$$

[1] Для того чтобы, стартуя с плохого приближения, излагаемый далее «метод продолжения» мог бы найти решение, необходимо выполнение некоторых условий, накладываемых на функции, задающие уравнения. К сожалению, автор не рассматривает эти условия и даже не упоминает об их существовании, что создает иллюзию абсолютной универсальности метода продолжения. И хотя условия эти не слишком ограничительны, строго говоря, ***универсальным метод продолжения***, все же, ***не является***. Заинтересованный читатель может познакомиться с вышеупомянутыми условиями (и вообще со многими тонкостями) данного метода, например, по превосходной книге [Шалашилин и Кузнецов, 1999]. — *Примечание издателей*.

$$T\cdot [\mu_m \cdot (1 - e^{-k\cdot S}) - E_m \cdot P/(X + K_X)] + \\ + (X - 1.5)\cdot(1 - T) = 0, \quad (19)$$

$$T\cdot [Y_{p/x}\cdot X\cdot E_m/(X + K_X) - a] + P\cdot(1 - T) = 0.$$

Очевидно, что при $T = 1$, эти уравнения превращаются, соответственно, в (15), (16) и (11), а при $T = 0$ — в простейшую линейную систему

$$S - 10 = 0, \quad X - 1.5 = 0, \quad P = 0. \quad (20)$$

Последняя специально была придумана так, чтобы ее решением являлось наше неудачное начальное приближение ($S_o = 10$, $X_o = 1.5$ и $P_o = 0$). Итак, это начальное приближение позволяет получить решение при $T = 0$. Попробуем теперь получить решение системы (19) при $T = 0.5$, используя решение системы (20) в качестве начального приближения. Всего лишь за 3 итерации получаем решение: $S_1 = 11.043$, $X_1 = 1.414$ и $P_1 = -0.003$. К сожалению, если попытаться получить решение исходной задачи (при $T = 1$), используя S_1, X_1 и P_1 в качестве начального приближения, то опять ничего не получится. Не страшно! Попытаемся (используя то же начальное приближение S_1, X_1 и P_1) найти решение системы (19) при $T = 0.75$.[1] Опять буквально за 3 итерации получаем решение: $S_2 = 12.822$, $X_2 = 1.217$ и $P_2 = -0.008$. Снова попытаемся получить решение исходной задачи (т.е. при $T = 1$), используя теперь уже S_2, X_2 и P_2 в качестве начального приближения. И здесь нас ожидает закономерный успех — используя S_2, X_2 и P_2, NEWRAF за 8 итераций находит решение уравнений (15), (16), (11)!

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ (СИСТЕМА D0)

Пример системы D0: однородная нестационарная модель ризосферы

Фактически, прежде чем получить однородную стационарную модель ризосферы, рассматривавшуюся выше, мы уже имели ее нестационарную модель — систему, включающую в себя уравнения (1), (2) и (3). В качестве примера далее рассматриваются расчеты по этой модели, в которой μ, m и E приняты в виде (14), (8) и (7), соответственно[2], а численные значения параметров взяты из табл. 3. С математической точки зрения данная модель представляет собой систему обыкновенных ДУ. Если в начальный момент времени ($t = 0$) мы зададим значения $s(0)$, $x(0)$ и $p(0)$, то сможем рассчитать дальнейшую динамику — $s(t)$, $x(t)$ и $p(t)$. Это — задача Коши. Для ее численного решения в литературе имеется множество компьютерных программ — см. табл. 6.

Проблема жесткости

Проблемы, с которыми салкивается применение вычислительных методов в задачах эволюции биологических систем, сообществ, популяций (и уравнения, на которых оно основано), встречаются весьма часто и при анализе широкого круга задач химической кинетики, эволюции физических систем и т.п.[3]. Особенность таких систем состоит в том, что временные характеристики различных переменных существенно отличаются друг от друга: для кинетических систем такого типа характерно наличие быстро и медленно меняющихся переменных [Полак и др., 1984, с. 3, 130].

Для динамических систем можно оценить постоянные времени, которые определяют длительность переходных процессов и устойчивость алгоритмов численного интегрирования [Бененсон и др., 1981, с. 121]. Наличие быстрой и медленной подсистем определяет трудности, возникающие при численном решении задачи [Полак и др., 1984, с. 130]. Так, полное время переходного процесса в системе определяется наибольшей постоянной времени (τ_{max}). С другой стороны, устойчивость наиболее распространенных явных методов интегрирования (Эйлера, Рунге-Кутта различных порядков и др.) нарушается уже при некотором превышении шагом интегрирования величины, имеющей порядок наименьшей постоянной времени (τ_{min}) [Бененсон и др., 1981, с. 121]. Постоянная времени для решения ДУ — это время, необходимое для уменьшения значений решения в е раз. Например, уравнение $dy/dt = -\lambda \cdot y$ имеет решение $y(t) = C \cdot e^{-\lambda\cdot t}$. Если $\lambda > 0$, то y уменьшится за время $1/\lambda$ в e раз[4] [Forsythe et al., 1977]. Для линейных систем можно оценить собственные значения матрицы системы ДУ и соответствующие им постоянные времени. Для нелинейной системы исследуется

[1] Почему при $T = 0.75$? Потому что при $T = 0.5$ мы смогли найти решение, а при $T = 1$ — нет, хотя нам нужно именно решение при $T = 1$. Двигаясь от $T = 0.5$ к нашей цели ($T = 1$), естественно попробовать найти решение в середине этого интервала, т.е. при $T = 0.75$.

[2] Разумеется, в эти формулы вместо стационарных концентраций X и S следует теперь подставлять нестационарные x и s, соответственно.

[3] Это позволяет надеяться на то, что в ПоБиК нам не придется каждый раз «изобретать велосипед», а можно будет просто освоить тот, на котором давно «катаются» физики и химики.

[4] Форсайт и др. утверждают, что y уменьшится в $1/e$ раз, но «уменьшение в $1/e$» раз означает, что y ***возрастет в е раз***. Это, конечно, грубая ошибка (впрочем, мы давно уже привыкли, что для буржуазных ученых ошибки вполне естественны).

Таблица 6. Программы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Название	Код*	Язык	Метод	Литературный источник
0611	MUп3	Аналитик	Нумерова	[Дрючина и Геец, 1973, с. 161–164]
		Алгол-60		[Дрючина и Геец, 1973, с. 161, 163–165]
0610	MUп2		Милна с разгоном по методу Рунге-Кутта	[Дрючина, 1973g, с. 153–154, 157–160]
		Аналитик		[Дрючина, 1973g, с. 153–158]
MLNRK4		Фортран-IV		[Белявский и др., 1979, с. 372–374]
MIRK2S	MSп2			[Белявский и др., 1979, с. 372–377]
Euler	MUп1	Алгол	Эйлера	[Гутер и Резниковский, 1971, с. 260]
YmE			Уточненный метод Эйлера	[Гутер и Резниковский, 1971, с. 261]
0602		Аналитик	Эйлера-Коши с итерациями	[Дрючина, 1973, с. 72–75]
		Алгол-60		[Дрючина, 1973, с. 72, 76–77]
RK		Алгол	Рунге-Кутта 4-го порядка	[Гутер и Резниковский, 1971, с. 262]
0608		Алгол-60	Адамса	[Дрючина, 1973e, с. 133–134, 137–139]
		Аналитик		[Дрючина, 1973e, с. 133–138]
PRECOR		Фортран-10	Прогноза и коррекции	[Johnson, 1980, p. 359–363]
EULER	MUa1		Эйлера	[Johnson, 1980, p. 348–352]
0601		Аналитик	Эйлера-Коши с итерациями	[Дрючина и Левченко, 1973, с. 65–69]
		Алгол-60		[Дрючина и Левченко, 1973, с. 65, 69–71]
0604			Рунге-Кутта 4-го порядка	[Дрючина, 1973a, с. 88, 92–95]
		Аналитик		[Дрючина, 1973a, с. 88–92]
RUNKUT		Фортран-10		[Johnson, 1980, p. 353–358]
0606		Аналитик	Кутта-Мерсона	[Дрючина, 1973c, с. 109–113]
		Алгол-60		[Дрючина, 1973c, с. 109–110, 113–116]
РУКУ	MSп1**		Рунге-Кутта 4-го порядка	[Емельянов, 1983, с. 72–74]
0609	MSп1		Адамса	[Дрючина, 1973f, с. 140–141, 147–152]
		Аналитик		[Дрючина, 1973f, с. 140–148]
0603	MSa1	Алгол-60	Эйлера-Коши с итерациями	[Левченко и Дрючина, 1973, с. 78, 83–87]
		Аналитик		[Левченко и Дрючина, 1973, с. 78–84]
0605			Рунге-Кутта 4-го порядка	[Дрючина, 1973b, с. 96–105]
		Алгол-60		[Дрючина, 1973b, с. 96–97, 104–108]
RUNGE		Фортран-10		[Johnson, 1980, p. 367–373]
P502		Алгол		[Кафаров и др., 1972, с. 375–379]
Runge				[Агеев и др., 1975, с. 23–29]
0607		Алгол-60	Кутта-Мерсона	[Дрючина, 1973d, с. 117–119, 125–132]
		Аналитик		[Дрючина, 1973d, с. 109–127]
RKF45		ANSI Standard Fortran	Рунге-Кутта-Фельберга	[Forsythe et al., 1977]
STIFFC	ЖSa1	Фортран	Гира	[Полак и др., 1984, с. 237–252]

Примечания.
*Используются следующие значения кодов: «U» или «S» — программа предназначена для решения одного уравнения или системы; «a» или «п» — шаг интегрирования автоматический или постоянный; «1» или «2», а ткже «3» — соответственно, уравнения 1-го или 2-го порядка, разрешенные относительно старшей производной, а также уравнение специального вида $d^2y/dx^2 = f(x)\cdot y$; «Ж» или «М» — программа, соответственно, предназначена или не предназначена для интегрирования жестких уравнений.
**Для этой программы три легко реализуемых алгоритма выбора шага приведены в [Емельянов, 1983, с. 81–82].

матрица Якоби на каждом шаге интегрирования [Бененсон и др., 1981, с. 121], т.е. получается, что в нелинейном случае «постоянные времени» могут изменяться с течением времени. Очевидно, что для нелинейной системы ДУ определение «постоянных времени» уже не слишком просто. Но, вероятно, грубая их оценка[1] может базироваться всего лишь на анализе значений коэфициентов уравнений. Для рассматриваемого нами примера из табл. 3 мы имеем 4 константы с размерностью «1/час»: $a = 0.0012$, $E_m = 0.065$, $m_m = 1.3$ и $\mu_m = 0.14$. Соответственно, $\tau_{max} \sim 1/a \approx 833.3$ часа, а $\tau_{min} \sim 1/m_m \approx 0.8$ часа. Это означает, что самый медленный переходный процесс (отмирание хищников) имеет характерное время порядка многих сотен часов (и, следовательно, чтобы увидеть все возможные переходные процессы в нашей модели, требуется интегрировать ее на интервале многих сотен часов (а, учитывая приближенность нашего подхода к оценке постоянных времени, лучше закладываться на тысячу часов или даже более).

Системы дифференциальных уравнений, описывающие поведение как быстрой, так и медленной подсистемы, называются жесткими. Трудности решения жестких задач состоят в том, что шаг интегрирования согласуется с характерным временем быстрого процесса, в то время как характерное время медленного процесса много больше и необходимое число шагов интегрирования будет сравнимо с [Полак и др., 1984, с. 130–131] τ_{max}/τ_{min}.

Большинство стандартных методов не приспособлено для решения жестких уравнений. К счастью, были изобретены специальные методы, оказавшиеся весьма эффективными [Forsythe et al., 1977]. Для того, чтобы выбор шага определялся лишь соображениями точности, при решении жестких задач Коши используются так называемые А-устойчивые методы [Полак и др., 1984, с. 131].

К сожалению, требованию А-устойчивости отвечают далеко не все методы и это требование накладывает серьезные ограничения на схему интегрирования. Далквистом было показано, что явный линейный многошаговый метод не может быть А-устойчивым, а порядок неявного А-устойчивого метода не превышает 2 [Полак и др., 1984, с. 132]. Как известно, неявные методы интегрирования в общем случае требуют на каждом шаге решить нелинейную систему уравнений, т.е. являются обычно более трудоемкими при релизации, чем традиционные явные методы интегрирования [Бененсон и др., 1981, с. 122]. Однако на практике чаще используются неявные разностные методы, ибо они в большей степени обладают свойством устойчивости, что позволяет выбирать больший по сравнению с явными схемами шаг интегрирования [Полак и др., 1984, с. 135]. Порождаемые неявными разностными методами системы нелинейных агебраических или трансцендентных уравнений легко решаются программами типа NEWRAF (приведенной в табл. П2 Приложения). Простота использования таких программ и их высокая эффективность могут ввести неопытного вычислителя в искушение самостоятельно запрограммировать какой-либо несложный неявный метод дискретизации дифференциальных уравнений.

Вероятно, простейшим из них является так называемый *обратный метод Эйлера*, выражаемый формулой $y_{n+1} = y_n + h \cdot f(y_{n+1}, t_{n+1})$ [Forsythe et al., 1977] для решения уравнения $dy/dt = f(y, t)$ (здесь y_{n+1} — искомое значение решения при значении независимой переменной t_{n+1}; y_n — известное значение решения при значении независимой переменной t_n; h — шаг интегрирования: $h = t_{n+1} - t_n$). Но поскольку кроме относительно легко решаемой задачи поиска корней системы нелинейных уравнений, в теории численного решения систем ДУ есть еще много различных «подводных камней», то лучше использовать разработанное профессионалами программное обеспечение (тем более, что оно легко доступно).

В последние годы наблюдается особый интерес к так называемым А(α)-устойчивым неявным методам интегрирования, у которых максимальное значение допустимого шага так же определяется не наименьшей постоянной времени, а степенью гладкости процессов и значениями некоторых параметров метода интегрирования (порядком метода, точностью и т.п.) [Бененсон и др., 1981, с. 122]. O.B. Widlund показал, что можно сконструировать неявные многошаговые методы 3-го и 4-го порядков, обладающие свойствами А(α)-устойчивости. Однако может возникнуть ситуация, когда в решении появляются резко растущие компоненты. В задачах химической кинетики такая ситуация не редкость — она встречается при описании взрывных процессов [Полак и др., 1984, с. 132]. А для ПоБиК эта ситуация вообще совершенно обычна — достаточно вспомнить об экспоненциальном росте микробов.

[1] Считаю нужным еще раз подчеркнуть, что это — очень грубое приближение. Л.С. Полак и др. [1984] справедливо указывают (для случая химической кинетики), что константа скорости сама по себе не является оценкой характерного времени би- и тримолекулярных процессов. Т.е., если говорить более обще: кинетические параметры ДУ не являются оценками характерных времен каких-либо процессов, если эти параметры стоят при нелинейных членах уравнений.

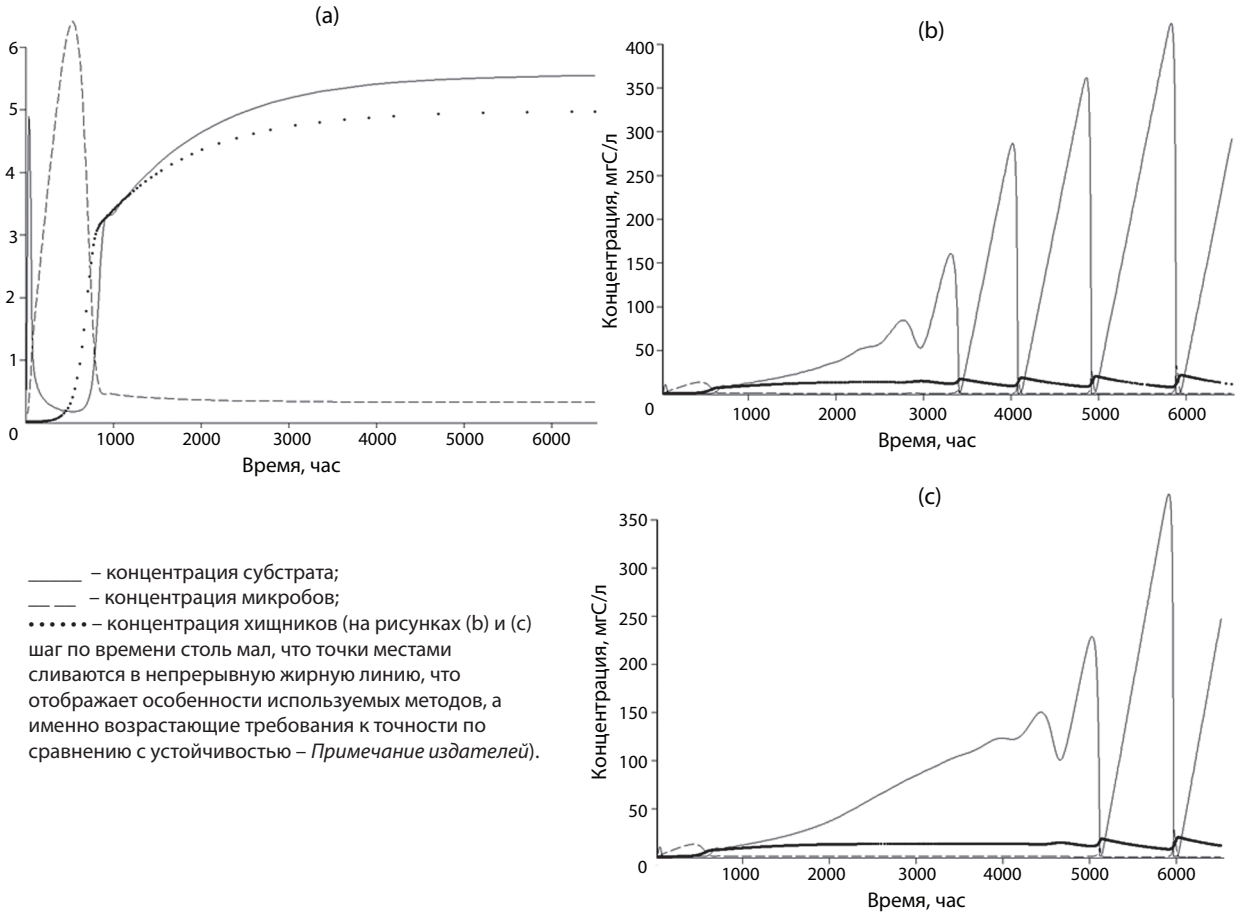


Рис. 2. Нестационарная однородная модель ризосферы: решение уравнений (1)–(3). (a) — $r_G = 0.2$ мгС/л/час; (b) — $r_G = 0.5$ мгС/л/час, интегрирование методом Гира; (c) — $r_G = 0.5$ мгС/л/час, интегрирование обратным методом Эйлера при тех же требованиях к точности, что в (b)

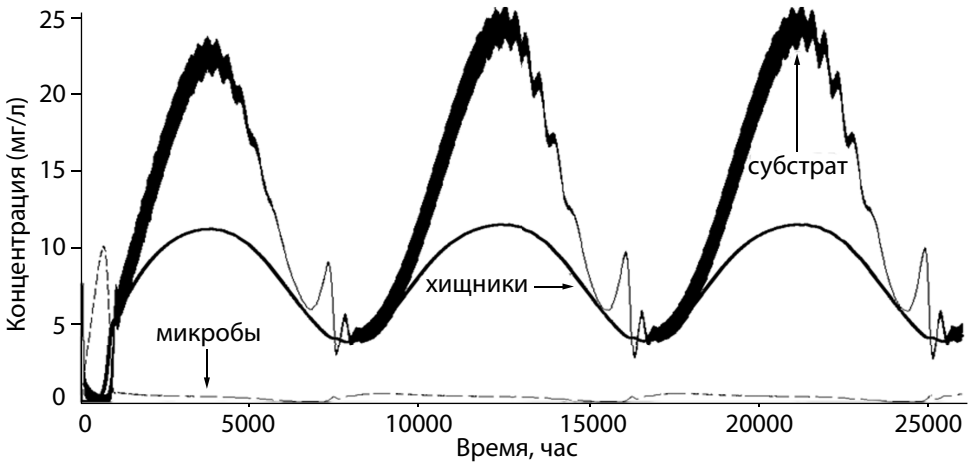


Рис. 3. Нестационарная однородная модель ризосферы при периодическом воздействии. В уравнениях (1)–(3) теперь принято: $r_G = 0.02 \cdot T \cdot [\sin(t \cdot 0.2618 - 2) + 1]$, $a = 0.0012 \cdot \text{fac}$, $E_m = 0.065 \cdot \text{fac}$, $m_m = 1.3 \cdot \text{fac}$, $\mu_m = 0.14 \cdot \text{fac}$, где температура $T = 10 \cdot [\sin(t \cdot 7.1726 \cdot 10^{-4} + 1]$ и (согласно, [Вавилин и Васильев, 1979, с. 16]) $\text{fac} = 1.047^{T-20}$

В таких случаях сама задача Коши уже перестает быть устойчивой, поэтому нельзя требовать и устойчивости численного метода. Для преодоления этих трудностей Гир ввел требование жесткой устойчивости. Это дополнительное к абсолютной устойчивости требование обеспечивает точность аппроксимации растущего решения [Полак и др., 1984, с. 132]. Предложенный Гиром алгоритм численного интегрирования жестких систем ДУ, получил широкое распространение. Этот алгоритм основан на использовании линейных многошаговых методов, удовлетворяющих требованиям жесткой устойчивости. При решении задачи Коши методом Гира в каждой точке выбирается оптимальный порядок метода, обеспечивающий наибольший возможный шаг интегрирования [Полак и др., 1984, с. 136]. На рис. 2 приведены результаты интегрирования методом Гира системы (1)–(3) в случае, когда $r_G = 0.2$ мгС/л/час (рис. 2, a) и $r_G = 0.5$ мгС/л/час (рис. 2b). В первом случае $r_G < 0.492$ мгС/л/час, следовательно, должно достигаться стационарное состояние и оно действительно достигается при тех значениях x, p и s, которые уже были определены выше (в разд. «Численно-аналитический...» и «Способ Ньютона-Рафсона...») из решения системы алгебраических и трансцендентных уравнений, соответствующей стационарному случаю. Для решения данной (не очень жесткой) задачи метод Гира затрачивает лишь на 27% меньше времени, чем метод Рунге-Кутта 4-го порядка. Однако это не значит, что метод Гира будет выигрывать всегда. На рис. 3 приведен результат интегрирования той же системы (1)–(3), но при более реалистичных условиях, приведенных в подписи к рис. Синусоида в T учитывает влияние сезонного изменения температуры на скорости процессов, а для r_G при помощи короткопериодичной синусоиды учитывается еще и влияние суточного цикла на поступление субстрата в ризосферу. Вследствие этого τ_{min} определяется теперь уже не внутренними кинетическими параметрами системы, а внешним воздействием (с периодом в 1 сутки). Поскольку этим воздействием система все время выводится из стационарного состояния, то размер шага практически везде определяется точностью, а не устойчивостью, следовательно, явный метод получает преимущество над неявным. В результате, для расчета рис. 3 метод Гира требует в 8 раз больше времени, чем метод Рунге-Кутта 4-го порядка.

В заключение обратим внимание на результаты расчета при $r_G > 0.492$ мгС/л/час. Как видим (рис. 2, b), стационарное состояние не имеет места — система переходит в колебательный режим. То, что стационарного состояния при $r_G > 0.492$ мгС/л/час в данной системе нет, было понятно уже из анализа стационарной системы, так что полученный теперь результат не удивителен. Однако, интегрируя ту же самую задачу обратным методом Эйлера, мы получаем несколько иное решение (рис. 2c). Подобное расхождение в результатах, полученных разными методами, может свидетельствовать о серьезных вычислительных проблемах и всегда нуждается в тщательном анализе. К сожалению, в данном кратком докладе провести такой анализ не представляется возможным и, приводя рис. 2, c, я лишь хотел обратить внимание на то, что ***численные методы не следует вопринимать как некое вошебное средство, автоматически решающее любые проблемы***. Нет! Тем кто хочет применять их в ПоБиК придется изрядно потрудиться, прежде чем они научатся сходу обходить все «подводные камни».

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает благодарность А. Строчкову, любезно разрешившему самостоятельно и практически неограниченно проводить расчеты на ЭВМ МИР-2[1] факультета почвоведения МГУ, и С.В. Мамихину, предоставившему возможность ограниченной работы на БЭСМ-6. Особая благодарность — выдающемуся советскому ученому Николаю Сергеевичу Паникову, подавшему саму идею написания данного доклада.

[1] У автора некоторые компьютерные программы были приведены в четырех версиях — на языках Аналитик (для ЭВМ МИР-2), ЯМК34, BASIC и FORTRAN. Из них первые два к настоящему времени практически совсем утратили какое-либо значение, а BASIC мало применяется в серьезных научных расчетах, поэтому мы оставили только FORTRAN-варианты программ (см. Приложение ниже). — *Примечание издателей.*

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1. Программа решения нелинейного уравнения, к которому сводится модель ризосферы

Основная программа и функция, задающая уравнение

```
      PROGRAM  ZEROIN1
C  СТАЦИОНАРНАЯ  МОДЕЛЬ  РИЗОСФЕРЫ
C  РЕШАЕТСЯ  (ОТНОСИТЕЛЬНО  P,  S,  X)  СИСТЕМА
C  УРАВНЕНИЙ
C                    X*YPX*EM/(X+KX)  -  AL  =  0
C     RG-MUM*(1-EXP(-K*S))-MM*S*X/(S+KM)  =  0
C          MUM*(1-EXP(-K*S))-P*EM/(X+KX)  =  0
C
C  МЕТОД  РЕШЕНИЯ.
C  1-ОЕ  УРАВНЕНИЕ  РЕШЕНО  АНАЛИТИЧЕСКИ
C  ОТНОСИТЕЛЬНО  X,
C  2-ОЕ  УРАВНЕНИЕ  РЕШАЕТСЯ  ЧИСЛЕННО
C  ОТНОСИТЕЛЬНО  S  (ПРИ  X,  НАЙДЕННОМ  ИЗ  1-ГО
C  УРАВНЕНИЯ),
C  3-Е  УРАВНЕНИЕ  РЕШЕНО  АНАЛИТИЧЕСКИ
C  ОТНОСИТЕЛЬНО  P  (ПРИ  X  И  S  НАЙДЕННЫХ  ИЗ  1-ГО
C  И  2-ГО  УРАВНЕНИЙ).

      EXTERNAL  F
      REAL  A,  B,  Z,  TOL,  ZEROIN
      REAL  AL,EM,K,KM,KX,MM
      REAL  MUM,P,RG,X,Y,YPX
      COMMON  /CONSTANTS/  K,KM,MM,MUM,RG,X,Y
C  КИНЕТИЧЕСКИЕ  КОНСТАНТЫ  -  ПАРАМЕТРЫ  МОДЕЛИ..
C
C  AL  (1/ЧАС)            -  УДЕЛЬНАЯ  СКОРОСТЬ
C                         ОТМИРАНИЯ  ХИЩНИКА
C  EM  (1/ЧАС)            -  МАКСИМАЛЬНЫЙ  МЕТАБОЛИ-
C                         ЧЕСКИЙ  КОЭФФИЦИЕНТ  ХИЩНИКА
C  K  (Л/МГ  C)           -  ПАРАМЕТР  ЗАВИСИМОСТИ
C                            ТИСЬЕ  M=MM*(1-EXP(-K*S))
C  KM  (МГ  C/Л)          -  КОНСТАНТА  МИХАЭЛИСА  ДЛЯ
C                         ПОДДЕРЖАНИЯ
C  KX  (МГ  C/Л)          -  КОНСТАНТА  ПОЛУНАСЫЩЕНИЯ
C                         ХИЩНИКА
C  MM  (1/ЧАС)            -  МАКСИМАЛЬНАЯ  УДЕЛЬНАЯ
C                         СКОРОСТЬ  ПОДДЕРЖАНИЯ
C  MUM  (1/ЧАС)           -  МАКСИМАЛЬНАЯ  УДЕЛЬНАЯ
C                         СКОРОСТЬ  РОСТА  МИКРОБОВ
C  RG  (МГ  C/Л/ЧАС)      -  ИНТЕНСИВНОСТЬ  ЭКЗООСМОСА
C  Y                      -  ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  КОЭФФИЦИЕНТ
C                         РОСТА  МИКРОБОВ
C  YPX                    -  ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  КОЭФФИЦИЕНТ
C                         РОСТА  ХИЩНИКА
      DATA  AL,EM,K,KM/.0012,.065,.087,8.0/
      DATA  KX,MM,MUM,RG/5.7,1.3,.14,.2/
      DATA  Y,YPX,A/0.69,0.34,0.0/
C
      X=AL*KX/(YPX*EM-AL)
      B=RG*KM/(MM*X-RG)
      TOL=1.0E-5
      Z=ZEROIN(A,B,F,TOL)
      P=MUM*(1-EXP(-K*Z))*(X+KX)/EM
      PRINT  2,RG,X
2     FORMAT(4X,'RG=',E12.5,4X,'X=',E12.5)
      PRINT  4,Z,P
4     FORMAT(4X,'S=',E12.5,4X,'P=',E12.5)
      STOP
      END
```

```
      REAL  FUNCTION  F(S)
      REAL  S
      REAL  K,KM,MM,MUM,RG,X,Y
      COMMON  /CONSTANTS/  K,KM,MM,MUM,RG,X,Y
      F=MUM*(1-EXP(-K*S))*X/Y+MM*S*X/(S+KM)
      F=RG-F
      RETURN
      END
```

Функция ZEROIN, решающая уравнение методом Брента

```
      REAL  FUNCTION  ZEROIN(AX,BX,F,TOL)
      REAL  AX,BX,F,TOL
C  НУЛЬ  ФУНКЦИИ  F(X)  ВЫЧИСЛЯЕТСЯ  В  ИНТЕРВАЛЕ  AX,  BX
C  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ..
C  AX,  BX  - ЛЕВЫЙ  И  ПРАВЫЙ  КОНЦЫ  ИСХОДНОГО  ИНТЕРВАЛА
C  F        - ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ,  КОТОРАЯ  ВЫЧИСЛЯЕТ  F(X)
C           ДЛЯ  ЛЮБОГО  X  В  ИНТЕРВАЛЕ  AX,  BX
C  TOL      - ЖЕЛАЕМАЯ  ДЛИНА  ИНТЕРВАЛА  НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
C             КОНЕЧНОГО  РЕЗУЛЬТАТА
C  ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ..
C  ZEROIN  -  КОРЕНЬ  ФУНКЦИИ  F  В  ИНТЕРВАЛЕ  AX,  BX
C   БЕЗ  ПРОВЕРКИ  ПРЕДПОЛАГАЕТСЯ,  ЧТО  F(AX)  И  F(BX)  ИМЕЮТ
C  ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ  ЗНАКИ,  ZEROIN  ВЫЧИСЛЯЕТ  НУЛЬ  X  В  ЗАДАННОМ
C  ИТЕРВАЛЕ  AX,  BX  В  ПРЕДЕЛАХ  ДОПУСКА  НА  ОШИБКУ
C  4*EPS*ABS(X)+TOL,  ГДЕ  EPS  -  МАШИННАЯ  ТОЧНОСТЬ.
C       ЭТА  ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ  ПРИВЕДЕНА  В  КНИГЕ
C  ФОРСАЙТ  И  ДР.,  1980,  C.  180-183.
      REAL  A,B,C,D,E,EPS,FA,FB,FC,TOL1,XM,P,Q,R,S
C  ВЫЧИСЛИТЬ  EPS  -  МАШИННУЮ  ТОЧНОСТЬ
      EPS=1.0
10    EPS=EPS/2.0
      TOL1=1.0+EPS
      IF(TOL1  .GT.  1.0)  GO  TO  10
      ZEROIN=F(BX)*EPS
C  ПРИСВОЕНИЕ  НАЧАЛЬНЫХ  ЗНАЧЕНИЙ
      A=AX
      B=BX
      FA=F(A)
      FB=F(B)
C  НАЧАТЬ  ШАГ
20    C=A
      FC=FA
      D=B-A
      E=D
30    IF(ABS(FC)  .GE.  ABS(FB))  GO  TO  40
      A=B
      B=C
      C=A
      FA=FB
      FB=FC
      FC=FA
C  ПРОВЕРКА  СХОДИМОСТИ
40    TOL1=2.0*EPS*ABS(B)+0.5*TOL
      XM=.5*(C-B)
      IF(ABS(XM)  .LE.  TOL1)  GO  TO  90
      IF(FB  .EQ.  0.0)  GO  TO  90
C  НЕОБХОДИМА  ЛИ  БИСЕКЦИЯ
      IF(ABS(E)  .LT.  TOL1)  GO  TO  70
      IF(ABS(FA)  .LE.  ABS(FB))  GO  TO  70
C  ВОЗМОЖНА  ЛИ  КВАДРАТИЧНАЯ  ИНТЕРПОЛЯЦИЯ
      IF(A  .NE.  C)  GO  TO  50
C  ЛИНЕЙНАЯ  ИНТЕРПОЛЯЦИЯ
      S=FB/FA
      P=2.0*XM*S
      Q=1.0-S
      GO  TO  60
C  ОБРАТНАЯ  КВАДРАТИЧНАЯ  ИНТЕРПОЛЯЦИЯ
50    Q=FA/FC
      R=FB/FC
      S=FB/FA
      P=S*(2.0*XM*Q*(Q-R)-(B-A)*(R-1.0))
      Q=(Q-1.0)*(R-1.0)*(S-1.0)
C  ВЫБРАТЬ  ЗНАКИ
60    IF(P  .GT.  0.0)  Q=-Q
      P=ABS(P)
C  ПРИЕМЛЕМА  ЛИ  ИНТЕРПОЛЯЦИЯ
      IF((2.0*P)  .GE.  (3.0*XM*Q-ABS(TOL1*Q)))  GO  TO  70
      IF(P  .GE.  ABS(0.5*E*Q))  GO  TO  70
      E=D
      D=P/Q
      GO  TO  80
C  БИСЕКЦИЯ
70    D=XM
      E=D
C  ЗАВЕРШИТЬ  ШАГ
80    A=B
      FA=FB
      IF(ABS(D)  .GT.  TOL1)  B=B+D
      IF(ABS(D)  .LE.  TOL1)  B=B+SIGN(TOL1,XM)
      FB=F(B)
      IF((FB*(FC/ABS(FC)))  .GT.  0.0)  GO  TO  20
      GO  TO  30
C  КОНЧЕНО
90    ZEROIN=B
      RETURN
      END
```

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

Таблица П2. Программа решения системы нелинейных уравнений стационарной модели ризосферы

Основная программа, вспомогательные подпрограммы и функция, задающая уравнения системы	Подпрограмма, решающая систему уравнений методом Ньютона-Рафсона

```
      PROGRAM  NERA
      EXTERNAL  F
      REAL  EPS1,X(10)
      INTEGER  N,NDIM
C  ******************************************
C  СЛЕДУЮЩИЕ  ДАННЫЕ  ЗАДАЮТСЯ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ..
      DATA  EPS1,IFLP,N,NDIM/0.00001,1,3,10/
      X(1)=0.0
      X(2)=0.327
      X(3)=0.0
C  КОНЕЦ  БЛОКА  ДАННЫХ,  ЗАДАВАЕМЫХ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ
C  ******************************************
      CALL  NEWRAF(EPS1,F,IFLP,N,NDIM,X)
      PRINT  14,  IFLP,  X(1),  X(2),  X(3)
14    FORMAT(4X,I4,E12.5,1H,E12.5,1H,E12.5)
      END
```

```
      REAL  FUNCTION  F(I,NDIM,X)
C  ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ,  В  КОТОРОЙ  ЗАДАНЫ
C  ЛЕВЫЕ  ЧАСТИ  УРАВНЕНИЙ  СИСТЕМЫ
      DIMENSION  X(NDIM)
C  ******************************************
C  СЛЕДУЮЩИЕ  ДАННЫЕ  ЗАДАЮТСЯ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ.
      REAL  AL,EM,K,KM,KX,MM,MUM,RG,Y,YPX
      DATA  AL,  EM,  K  /.0012,  .065,  .087/
      DATA  KM,  KX,  MM  /8.,5.7,  1.3/
      DATA  MUM,RG,Y,YPX/.14,.2,0.69,0.34/
      GO  TO  (300,  310,  320)  I
300   F=MUM*(1-EXP(-K*X(1)))*X(2)/Y
      F=RG-F-MM*X(1)*X(2)/(X(1)+KM)
      GO  TO  330
310   F=MUM*(1-EXP(-K*X(1)))
      F=F-EM*X(3)/(X(2)+KX)
      GO  TO  330
320   F=YPX*X(2)*EM/(X(2)+KX)-AL
C  КОНЕЦ  БЛОКА  ДАННЫХ,  ЗАДАВАЕМЫХ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ
C  ******************************************
330   RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE  MACHEP(EPS)
C  ВЫЧИСЛЕНИЕ  МАШИННОЙ  ТОЧНОСТИ  (EPS)
      REAL  EPS,  TOL1
      EPS=1.0
1000  EPS=EPS/2.0
      TOL1=1.0+EPS
      IF(TOL1  .GT.  1.0)  GO  TO  1000
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE  FD(I,NDIM,X,F,HF)
C  АВТОМАТИЧЕСКОЕ  ОЦЕНИВАНИЕ  КОНЕЧНО-
C  РАЗНОСТНОГО  ИНТЕРВАЛА  (HF)  ДЛЯ
C  АППРОКСИМАЦИИ  1-ОЙ  ПРОИЗВОДНОЙ
C
C  ПОДПРОГРАММА  РЕАЛИЗУЕТ  ФОРМУЛУ  (8.47)  ИЗ
C  КНИГИ  ГИЛЛ  И  ДР.,  1985,  С.  457

      DIMENSION  X(NDIM)
      REAL  F,HF
      REAL  EA,NU,W
      CALL  MACHEP(EA)
      NU=1.0
      W=1.0
      HF=20*(NU+ABS(X(I)))
      HF=HF*SQRT(EA/(W+ABS(F(I,NDIM,X))))
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE  NEWRAF(EPS1,F,IFLP,N,NDIM,X)
C  РЕШЕНИЕ  СИСТЕМ  НЕЛИНЕЙНЫХ  УРАВНЕНИЙ  МЕТОДОМ
C  НЬЮТОНА-РАФСОНА
C  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ..
C  EPS1  -ДОПУСТИМАЯ  СУММА  КВАДРАТОВ  ПОГРЕШНОСТЕЙ
C         (НЕРАВЕНСТВА  ПРАВЫХ  ЧАСТЕЙ  УРАВНЕНИЙ  0).
C  IFLP  -ФЛАГ  ВЫВОДА  РЕЗУЛЬТАТОВ  ПРОМЕЖУТОЧНЫХ
C         ИТЕРАЦИЙ  НА  ПЕЧАТЬ  (ЕСЛИ  IFLP=1).  НА
C         ВЫХОДЕ  ИЗ  NEWRAF  В  IFLP  ЗАПИСЫВАЕТСЯ
C         КОЛИЧЕСТВО  ОСУЩЕСТВЛЕННЫХ  ИТЕРАЦИЙ.
C  N      - КОЛИЧЕСТВО  УРАВНЕНИЙ  В
C         СИСТЕМЕ  (=  КОЛИЧЕСТВУ  НЕИЗВЕСТНЫХ).
C  NDIM  -МАКСИМАЛЬНАЯ  ДЛИНА  ВЕКТОРА  (НЕ  МЕНЕЕ  2*N)
C  X      - ВЕКТОР,  В  ПЕРВЫЕ  N  КОМПОНЕНТОВ  КОТОРОГО
C         ЗАПИСЫВАЮТ  НАЧАЛЬНЫЕ  ПРИБЛИЖЕНИЯ  К
C         СООТВЕТСТВУЮЩИМ  НЕИЗВЕСТНЫМ.
      EXTERNAL  F
      DIMENSION  A(NDIM,NDIM),B(NDIM),FX(NDIM),H(NDIM)
      DIMENSION  IPVT(NDIM),X(NDIM),X1(NDIM)
      REAL  ABSSUM,  FMH,  FPH,  HF
      INTEGER  I,  IFLAG,  ITER,  J,  K
      IFLAG=1
      K=20
      ITER=0
16    IF(ITER.LT.K)  GO  TO  30
      IF(IFLP.EQ.1)  PRINT  20,K
20    FORMAT(3X,'MAX.  ITERATIONS',I4,'ARE  EXCEEDED')
      GOTO  250
30    ITER=ITER+1
      ABSSUM=0.0
      DO  50  I=1,N
      FX(I)=F(I,NDIM,X)
      ABSSUM=ABSSUM+FX(I)*FX(I)
50    CONTINUE
      IF(ABSSUM.GE.EPS1)  GO  TO  63
      IFLAG=0
      GO  TO  94
63    DO  75  I=1,N
      CALL  FD(I,NDIM,X,F,HF)
      X1(I)=X(I)
75    H(I)=HF
C  КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ  ЯКОБИАН  A(I,J)=DFI/DXJ
      DO  88  I=1,N
      DO  82  J=1,N
      X1(J)=X(J)+H(J)
      FPH=F(I,NDIM,X1)
      X1(J)=X(J)-H(J)
      FMH=F(I,NDIM,X1)
      A(I,J)=0.5*(FPH-FMH)/H(J)
      X1(J)=X(J)
82    CONTINUE
C  ФОРМИРУЕМ  ВЕКТОР  ПРАВЫХ  ЧАСТЕЙ  СЛАУ
      B(I)=-F(I,NDIM,X)
88    CONTINUE
      CALL  MATDEC(N,NDIM,A,IPVT)
      CALL  MATSOL(N,NDIM,A,IPVT,B,X)
      DO  91  I=1,N
91    X(I)=X1(I)+X(I)
94    IF(IFLP.NE.1)  GO  TO  238
      PRINT  97,  ITER,  ABSSUM
97    FORMAT(2X,'ITERATION  =',I3,  '   SSR  =',  E12.5)
      PRINT  98
98    FORMAT(6X,'ROOT        LEFT  SIDE  OF  EQUATION')
      DO  100  I=1,N
      PRINT  200,  X(I),  FX(I)
100   CONTINUE
200   FORMAT(4X,  E12.5,  1H,  E12.5)
      PRINT  225
225   FORMAT(2X,'  ')
238   IF(IFLAG.EQ.1)  GO  TO  16
250   IFLP=ITER
      RETURN
      END
```

Таблица П3. Вспомогательные подпрограммы линейной алгебры

Подпрограмма, осуществляющая LU-разложение матрицы A	Подпрограмма, решающая систему линейных алгебраических уравнений с матрицей A, обработанной MATDEC

SUBROUTINE MATDEC(N,NDIM,A,IROW)
C ЭТА ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ ПРИВЕДЕНА В КНИГЕ С ПОЛАК И ДР., 1984, С. 251-252.
INTEGER NDIM, N
REAL A(NDIM,N),BIG,FACT,PIVOT,SIZE
INTEGER I,I11,IPIV,IR,IROW(N)
INTEGER J,JR,K,L,N11,NR
IF(N.GT.1) GO TO 1
A(1,1)=1.0/A(1,1)
IROW(1)=1
RETURN
1 DO 2 I=1,N
2 IROW(I)=I
N11=N-1
DO 7 I=1,N11
BIG=0.0
DO 3 J=I,N
JR=IROW(J)
SIZE=ABS(A(JR,I))
IF(SIZE.LE.BIG) GO TO 3
BIG=SIZE
IPIV=J
3 CONTINUE
IF(IPIV.EQ.I) GO TO 4
L=IROW(I)
IROW(I)=IROW(IPIV)
IROW(IPIV)=L
4 IR=IROW(I)
PIVOT=1.0/A(IR,I)
A(IR,I)=PIVOT
I11=I+1
DO 6 J=I11,N
JR=IROW(J)
FACT=PIVOT*A(JR,I)
A(JR,I)=FACT
DO 5 K=I11,N
5 A(JR,K)=A(JR,K)-FACT*A(IR,K)
6 CONTINUE
7 CONTINUE
NR=IROW(N)
A(NR,N)=1.0/A(NR,N)
RETURN
END
	SUBROUTINE MATSOL(N,NDIM,A,IROW,Y,X)
	C ВХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ..
	C N - КОЛИЧЕСТВО УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ
	C NDIM - МАКСИМАЛЬНАЯ ДЛИНА ВЕКТОРА (НЕ МЕНЕЕ 2*N)
	C A - МАТРИЦА СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОБРАБОТАННАЯ
	C ПОДПРОГРАММОЙ MATDEC (Т.Е. НА ВХОД
	C MATSOL ПОДАЕТСЯ A В ТОМ ВИДЕ, В КОТОРОМ
	C ЕЕ ВЫДАЕТ MATSOL)
	C IROW - ВЕКТОР ПЕРЕСТАНОВОК, ВЫДАВАЕМЫЙ MATSOL
	C Y - ВЕКТОР ПРАВЫХ ЧАСТЕЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
	C
	C ВЫХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ..
	C X - ВЕКТОР РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
	C
	C ЭТА ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ ПРИВЕДЕНА В КНИГЕ
	C ПОЛАК И ДР., 1984, С. 251-252.
	INTEGER N,NDIM
	INTEGER I,I10,IR,IROW(N),J,J11,JR,K
	REAL A(NDIM,N),S,X(N),Y(N)
	IF(N.GT.1) GO TO 8
	X(1)=(1)*A(1,1)
	RETURN
	8 IR=IROW(1)
	X(1)=Y(IR)
	DO 10 I=2,N
	IR=IROW(I)
	S=Y(IR)
	I10=I-1
	DO 9 K=1,I10
	9 S=S-A(IR,K)*X(K)
	10 X(I)=S
	X(N)=X(N)*A(IR,N)
	DO 12 I=2,N
	J=N-I+1
	JR=IROW(J)
	S=X(J)
	J11=J+1
	DO 11 K=J11,N
	11 S=S-A(JR,K)*X(K)
	12 X(J)=S*A(JR,J)
	RETURN
	END

Примечание издателей: у автора в приведенном выше литстинге в строках комментариев русские слова были написаны английскими буквами; для удобства читателей мы дали комментарии по-русски.

ЛИТЕРАТУРА[1]

1. Агеев М.И., Алик В.П., Галис Р.М., Марков Ю.И. 1975. Библиотека алгоритмов 1б-50б. М.: Сов. радио. 176 с. [Ageev M.I., Alik V.P., Galis R.M., Markov Yu.I. 1975. Biblioteka algoritmov 1b-50b. M.: Sov. radio. P. 176 (In Russian)]
2. Агеев М.И., Алик В.П., Марков Ю.И. 1981. Библиотека алгоритмов 151б-200б. М.: Радио и связь. 184 с. [Ageev M.I., Alik V.P., Markov Yu.I. 1981. Biblioteka algoritmov 151b-200b. M.: Radio i svyaz'. P. 184 (In Russian)]
3. Белявский А.А., Гордин М.П., Лоскутов В.С. 1979. Подпрограммы для УВК М-4030 по реализации методов решения систем дифференциальных уравнений и управления печатью // Вопросы математического моделирования / Под ред. Крапивин В.Ф. М.: ИРЭ АН СССР. С. 369-380. [Belyavskii A.A., Gordin M.P., Loskutov V.S. 1979. Podprogrammy dlya UVK M-4030 po realizatsii metodov resheniya sistem differentsial'nykh uravnenii i upravleniya pechat'yu // Voprosy matematicheskogo modelirovaniya / Ed. Krapivin V.F. M.: IRE OF THE USSR Academy OF Sciences. P. 369-380. (In Russian)]
4. Бененсон З.М., Елистратов М.Р., Ильин Л.К., Кравченко С.В., Сухов Д.М., Удлер М.А. 1981. Моделирование и оптимизация на ЭВМ радиоэлектронных устройств. М.: Радио и связь. 272 с. [Benenson Z.M., Elistratov M.R., Il'in L.K., Kravchenko S.V., Sukhov D.M., Udler M.A. 1981. Modelirovanie i optimizatsiya na EVM radioelektronnykh ustroistv. M.: Radio i svyaz'. P. 272 (In Russian)]
5. Вавилин В.А., Васильев В.Б. 1979. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. М.: Наука. 119 с. [Vavilin V.A., Vasil'ev V.B. 1979. Matematicheskoe modelirovanie protsessov biologicheskoi ochistki stochnykh vod aktivnym ilom. Moscow: Nauka. P. 119 (In Russian)]
6. Годунов С.К. 1979. Уравнения математической физики. М: Наука. 392 с. [Godunov S.K. 1979. Uravneniya matematicheskoi fiziki. Moscow: Nauka. P. 392 (In Russian)]
7. Гутер Р.С., Резниковский П.Т. 1971. Программирование и вычислительная математика. М.: Наука. Вып. 2. Вычислительная математика. Программная реализация вычислительных методов. 264 с. [Guter R.S., Reznikovskii P.T. 1971. Programmirovanie i vychislitel'naya matematika. Moscow: Nauka. Issue. 2. Vychislitel'naya matematika. Programmnaya realizatsiya vychislitel'nykh metodov. P. 264 (In Russian)]

[1] Мы дополнили авторский список литературы публикациями [Орлов и др., 1987; Шалашилин и Кузнецов, 1999; Glagolev, 2021]. — *Примечание издателей.*

8. Дрючина М.А. 1973. Основная программа № 0602: Метод Эйлера-Коши с итерациями для решения обыкновенного дифференциального уравнения // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 72-77. [Dryuchina M.A. 1973. Osnovnaya programma № 0602: Metod Eilera-Koshi s iteratsiyami dlya resheniya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 72-77. (In Russian)]
9. Дрючина М.А. 1973a. Основная программа № 0604: Метод Рунге-Кутта для решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 88-95. [Dryuchina M.A. 1973a. Osnovnaya programma № 0604: Metod Runge-Kutta dlya resheniya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya pervogo poryadka // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 88-95. (In Russian)]
10. Дрючина М.А. 1973b. Основная программа № 0605: Метод Рунге-Кутта для решения системы с автоматическим выбором шага // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 96-108. [Dryuchina M.A. 1973b. Osnovnaya programma № 0605: Metod Runge-Kutta dlya resheniya sistemy s avtomaticheskim vyborom shaga // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 96-108. (In Russian)]
11. Дрючина М.А. 1973c. Основная программа № 0606: Метод Кутта-Мерсона для решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 109-116. [Dryuchina M.A. 1973s. Osnovnaya programma № 0606: Metod Kutta-Mersona dlya resheniya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya pervogo poryadka // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 109-116. (In Russian)]
12. Дрючина М.А. 1973d. Основная программа № 0607: Метод Кутта-Мерсона для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 117-132. [Dryuchina M.A. 1973d. Osnovnaya programma № 0607: Metod Kutta-Mersona dlya resheniya sistemy obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 117-132 (In Russian)]
13. Дрючина М.А. 1973e. Основная программа № 0608: Метод Адамса для решения обыкновенного дифференциального уравнения // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 133-139. [Dryuchina M.A. 1973e. Osnovnaya programma № 0608: Metod Adamsa dlya resheniya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 133-139. (In Russian)]
14. Дрючина М.А. 1973f. Основная программа № 0609: Метод Адамса для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 140–152. [Dryuchina M.A. 1973f. Osnovnaya programma № 0609: Metod Adamsa dlya resheniya sistemy obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 140–152. (In Russian)]
15. Дрючина М.А. 1973g. Основная программа № 0610: Метод Милна для решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 153-160. [Dryuchina M.A. 1973g. Osnovnaya programma № 0610: Metod Milna dlya resheniya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya vtorogo poryadka // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 153-160. (In Russian)]
16. Дрючина М.А., Геец Е.Г. 1973. Основная программа № 0611: Метод Нумерова для дифференциального уравнения вида $y'' = f(x)y$ // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 161-165. [Dryuchina M.A., Geets E.G. 1973. Osnovnaya programma № 0611: Metod Numerova dlya differentsial'nogo uravneniya vida $y'' = f(x)y$ // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 161-165. (In Russian)]
17. Дрючина М.А., Левченко И.С. 1973. Основная программа № 0601: Метод Эйлера-Коши с итерациями для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 65-71. [Dryuchina M.A., Levchenko I.S. 1973. Osnovnaya programma № 0601: Metod Eilera-Koshi s iteratsiyami dlya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya pervogo poryadka // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 65-71. (In Russian)]
18. Емельянов Н.В. 1983. Методы составления алгоритмов и программ в задачах небесной механики. М.: Наука. 128 с. [Emel'yanov N.V. 1983. Metody sostavleniya algoritmov i programm v zadachakh nebesnoi mekhaniki. Moscow: Nauka. P. 128 (In Russian)]
19. Кафаров В.В., Ветохин В.Н., Бояринов А.И. 1972. Программирование и вычислительные методы в химии и химической технологии. М.: Наука. [Kafarov V.V., Vetokhin V.N., Boyarinov A.I. 1972. Programmirovanie i vychislitel'nye metody v khimii i khimicheskoi tekhnologii. Moscow: Nauka. (In Russian)]
20. Киперман С.Л. 1979. Основы химической кинетики в гетерогенном катализе. М.: Химия. 352 с. [Kiperman S.L. 1979. Osnovy khimicheskoi kinetiki v geterogennom katalize. Moscow: Khimiya. P. 352 (In Russian)]

21. Кокова В.Е., Лисовский Г.М. 1976. Непропорционально-проточная культура простейших. Новосибирск: Наука. [Kokova V.E., Lisovskii G.M. 1976. Neproportsional'no-protochnaya kul'tura prosteishikh. Novosibirsk: Nauka. (In Russian)]
22. Кукебаев А.И. 1979. Стандартные программы решения систем нелинейных уравнений методом градиента // Вопросы математического моделирования / Под ред. Крапивин В.Ф. М.: ИРЭ АН СССР. С. 319-322. [Kukebaev A.I. 1979. Standartnye programmy resheniya sistem nelineinykh uravnenii metodom gradienta // Voprosy matematicheskogo modelirovaniya / Pod red. Krapivin V.F. M.: IRE OF THE USSR Academy OF Sciences. P. 319-322. (In Russian)]
23. Курский М.Д., Костерин С.А., Рыбальченко В.К. 1977. Биохимическая кинетика. Киев: Издат. объединение «Вища шк.». 264 с. [Kurskii M.D., Kosterin S.A., Rybal'chenko V.K. 1977. Biokhimicheskaya kinetika. Kiev: Izdat. ob»edinenie «Vishcha shk.». P. 264 (In Russian)]
24. Левченко И.С., Дрючина М.А. 1973. Основная программа № 0603: Метод Эйлера-Коши с итерациями для решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Наукова думка. Т. 2. Кн. 3. С. 78-87. [Levchenko I.S., Dryuchina M.A. 1973. Osnovnaya programma № 0603: Metod Eilera-Koshi s iteratsiyami dlya resheniya sistemy obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: Naukova dumka. V. 2. N. 3. P. 78-87. (In Russian)]
25. Маергойз М.Д. 1973. Основная программа № 0312: Вычислительная схема решения систем нелинейных уравнений методом Монте-Карло // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 71-88. [Maergoiz M.D. 1973. Osnovnaya programma № 0312: Vychislitel'naya skhema resheniya sistem nelineinykh uravnenii metodom Monte-Karlo // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences OF THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 71-88. (In Russian)]
26. Маергойз М.Д., Реутова А.К. 1973. Основная программа № 0301: Метод половинного деления для вычисления изолированного корня уравнения F(x)=0 на отрезке [A,B] // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 5-8. [Maergoiz M.D., Reutova A.K. 1973. Osnovnaya programma № 0301: Metod polovinnogo deleniya dlya vychisleniya izolirovannogo kornya uravneniya F(x)=0 na otrezke [A,V] // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences of THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 5-8. (In Russian)]
27. Маергойз М.Д., Реутова А.К. 1973a. Основная программа № 0302: Метод пропорциональных частей для вычисления изолированного корня уравнения F(x)=0 на отрезке [A,B] // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 9-12. [Maergoiz M.D., Reutova A.K. 1973a. Osnovnaya programma № 0302: Metod proportsional'nykh chastei dlya vychisleniya izolirovannogo kornya uravneniya F(x)=0 na otrezke [A,V] // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences of THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 9-12. (In Russian)]
28. Маергойз М.Д., Реутова А.К. 1973b. Основная программа № 0303: Метод М.Л. Рыбакова для вычисления всех действительных корней уравнения F(x)=0 на отрезке [A,B] // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 13-16. [Maergoiz M.D., Reutova A.K. 1973b. Osnovnaya programma № 0303: Metod M.L. Rybakova dlya vychisleniya vsekh deistvitel'nykh kornei uravneniya F(x)=0 na otrezke [A,V] // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences of THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 13-16. (In Russian)]
29. Маергойз М.Д., Реутова А.К. 1973c. Основная программа № 0304: Итерационный процесс Эйткина-Стеффенсена с ускоренной сходимостью для решения уравнения F(x)=0 // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 17-20. [Maergoiz M.D., Reutova A.K. 1973s. Osnovnaya programma № 0304: Iteratsionnyi protsess Eitkina-Steffensena s uskorennoi skhodimost'yu dlya resheniya uravneniya F(x)=0 // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences of THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 17-20. (In Russian)]
30. Маергойз М.Д., Реутова А.К. 1973d. Основная программа № 0311: Метод простой итерации для решения систем нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Киев: Ин-т кибернетики АН УССР. Т. 2. Кн. 2. С. 66-70. [Maergoiz M.D., Reutova A.K. 1973d. Osnovnaya programma № 0311: Metod prostoi iteratsii dlya resheniya sistem nelineinykh algebraicheskikh i transtsendentnykh uravnenii // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». Kiev: In-t kibernetiki Academy of Sciences of THE UKRAINIAN SSR. V. 2. N. 2. P. 66-70. (In Russian)]
31. Мешалкина Т.А. 1980. Методическое пособие по программированию на ЭВМ Мир-2. М.: Изд-во МГУ. [Meshalkina T.A. 1980. Metodicheskoe posobie po programmirovaniyu na EVM Mir-2. M.: Publishing house MSU. (In Russian)]
32. Орлов Д.С., Минько О.И., Аммосова Я.М., Каспаров С.В., Глаголев М.В. 1987. Методы исследования газовой функции почвы // Современные физические и химические методы исследования почв. М.: Изд-во МГУ. С. 118-156. [Orlov D.S., Min'ko O.I., Ammosova Ya.M., Kasparov S.V., Glagolev M.V. 1987. Metody issledovaniya gazovoi funktsii pochvy // Sovremennye fizicheskie i khimicheskie metody issledovaniya pochv. Moscow: Publishing house MSU. P. 118-156. (In Russian)]
33. Орловский Н.В. 1980. Алексей Григорьевич Дояренко (1874-1958). М.: Наука. [Orlovskii N.V. 1980. Aleksei Grigor'evich Doyarenko (1874-1958). Moscow: Nauka. (In Russian)]

34. Паников Н.С. 1984. Использование кинетического подхода при изучении роста микроорганизмов в биогеоценозах // Микроорганизмы как компонент биогеоценоза / Под ред. акад. Е.Н. Мишустина. М.: Наука. С. 75-83. [Panikov N.S. 1984. Ispol'zovanie kineticheskogo podkhoda pri izuchenii rosta mikroorganizmov v biogeotsenozakh // Mikroorganizmy kak komponent biogeotsenoza / Ed. akad. E.N. Mishustina. Moscow: Nauka. P. 75-83. (In Russian)]
35. Полак Л.С., Гольденберг М.Я., Левицкий А.А. 1984. Вычислительные методы в химической кинетике. М.: Наука. 280 с. [Polak L.S., Gol'denberg M.Ya., Levitskii A.A. 1984. Vychislitel'nye metody v khimicheskoi kinetike. Moscow: Nauka. P. 280 (In Russian)]
36. Полуэктов Р.А., Пых Ю.А., Швытов И.А. 1980. Динамические модели экологических систем. Л.: Гидрометеоиздат. [Poluektov R.A., Pyh Yu.A., Shvytov I.A. 1980. Dynamical Models of Ecological Systems. Leningrad: Gidrometeoizdat. (In Russian with English Abstract)]
37. Прохоров А.М. (ред.) 1983. Советский энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия. 1600 с. [Prokhorov A.M. (Ed.) 1983. Sovetskii entsiklopedicheskii slovar'. Moscow: Sov. entsiklopediya. P. 1600 (In Russian)]
38. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. 1999. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация (в прикладной математике и механике). М.: Эдиториал УРСС. 224 с. [Shalashilin V.I., Kuznetsov E.B. 1999. Metod prodolzheniya resheniya po parametru i nailuchshaya parametrizatsiya (v prikladnoi matematike i mekhanike). Moscow: Editorial URSS. 224 s. (In Russian)]
39. Эмануэль Н.М. 1979. О биологической кинетике // Методологические и теоретические проблемы биофизики / Под ред. Г.Р. Иваницкого. М.: Наука. С. 162-177. [Emanuel' N.M. 1979. O biologicheskoi kinetike // Metodologicheskie i teoreticheskie problemy biofiziki / Ed. G.R. Ivanitskogo. Moscow: Nauka. P. 162-177. (In Russian)]
40. Эмануэль Н.М., Березин И.В., Варфоломеев С.Д. (ред.). 1983. Химическая и биологическая кинетика. М.: Изд-во МГУ. 296 с. [Emanuel' N.M., Berezin I.V., Varfolomeev S.D. (ed.). 1983. Khimicheskaya i biologicheskaya kinetika. M.: Publishing house MSU. P.296 (In Russian)]
41. Эмануэль Н.М., Кнорре Д.Г. 1984. Курс химической кинетики. М.: Высшая шк. 463 с. [Emanuel' N.M., Knorre D.G. 1984. Kurs khimicheskoi kinetiki. M.: Vysshaya shk. P. 463 (In Russian)]
42. Bray H.G., White K. 1957. Kinetics and Thermodynamics in Biochemistry. London: J. &. A. Churchill Ltd.
43. Forsythe G.E., Malcolm M.A., Moler C.B. 1977. Computer Methods for Mathematical Computations. - Englewood Cliffs, N.J.: PRENTICE-HALL, Inc.
44. Garfinkel D. 1965. Theoretical and Mathematical Biology. Chapter 6 / Ed. by T.H. Waterman, H.J. Morowitz. New York *etc*.: BLAISDELL PUBLISHING Co.
45. Gill P.E., Murray W., Wright M.H. 1981. Practical Optimization. London *etc*.: Academic Press.
46. Glagolev M.V. 2021. Mathematical modeling of microorganism growth (analytical approach) // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 107-122.
47. Johnson K.J. 1980. Numerical methods in chemistry. New York, Basel: Marcel Dekker, INC. 503 p.
48. Moshnyakova S.A., Karavaiko G.I. 1979. The effectof pH and temperature on the kinetics of Fe^{2+} oxidation by *Thiobacillus ferrooxidans* // Microbiology. V. XLVIII. No. 1. P. 49-52.
49. Panikov N.S., Afremova V.D., Aseyeva I.V. 1981. The growth kinetics of *Mucor plumbeus* and *Mortierella ramanniana* colonies on solid media containing glucose // Microbiology. V. 50. No. 1. P. 55-61.
50. Panikov N.S., Aseyeva I.V., Chistyakova I.K. 1980. Kinetics of continuous growth of the yeast *Debaryomyces formicarius* in chemostat and in continuous-flow columns with a solid phase // Microbiology. V. XLIX. No. 5. P. 794-803.
51. Pirt S.J. 1975. Principles of Microbe and Cell Cultivation. Oxford *etc*.: Blackwell Scientific Publications.
52. Shoup T.E. 1979. A Practical Guide to Computer Methods for Engineers. Englewood Cliffs, N.J.: PRENTICE-HALL, Inc.

Received: 15.09.2021
Revised: 25.11.2021
Accepted: 15.12.2021

УДК 57.087
DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc90124

INVERSE PROBLEMS OF SOIL BIOKINETICS

M.V. Glagolev
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Corresponding author: M.V. Glagolev, m_glagolev@mail.ru

Цитирование: Glagolev M.V. 2021. Inverse problems of soil biokinetics // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. N. 2. P. 145-166. DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc90124

This work represents the materials of the report prepared at the suggestion of N.S. Panikov in 1985–1986, when the author was a third-year student at the Faculty of Soil Science, M.V. Lomonosov Moscow State University.

The report contains definitions of direct and inverse problems. A classification of inverse problems and several examples of such problems encountered in soil science and biological kinetics are given. The question of the ill-posed inverse problems is touched, and the main methods of their solution are briefly listed. The problem of identifying a gas source in a soil column by the layer-by-layer mass balance method (based on measurements of the dynamics of the concentration field) is considered in detail. This task is shown as a computer program, and for others, useful links to programs published in the literature are given.

Keywords: inverse problems, soil biokinetics, ill-posed problems.

Данная работа представляет собой материалы доклада[1], подготовленные по предложению Н. С. Паникова в 1985–1986 гг. в бытность автора студентом 3-го курса факультета почвоведения2 МГУ им. М.В. Ломоносова.

В докладе приводятся определения прямой и обратной задачи. Дана классификация обратных задач и несколько примеров таких задач, встречавшихся в почвоведении и биологической кинетике. Затронут вопрос о некорректности обратных задач и кратко перечислены основные методы их решения. Подробно рассмотрена задача идентификации источника газа в почвенной колонке послойно-балансовым методом (по измерениям динамики концентрационного поля). Эта задача доведена до компьютерной программы, а для других даны полезные ссылки на программы, опубликованные в литературе.

Ключевые слова: обратные задачи, почвенная биокинетика, некорректные задачи.

[1] Данный доклада был подготовлен для выступления на 2-й Выездной зимней школе факультета почвоведения МГУ (Пущино, 1986 г.), но по имеющейся у нас информации автор там не выступал. Публикуемый ныне текст восстановлен нами по сохранившимся наброскам и черновикам (здесь же заметим, что в связи с этим одному из издателей пришлось, во-первых, собственоручно переделать рис. 2, используя современные технические средства, ибо в «рукописи» он был выполнен наскоро от руки и, во-вторых — в тесном контакте с автором — во многих литературных ссылках было добавлено указание на конкретные страницы, поскольку автором номера страниц в большинстве случаев указаны не были). Кроме того, нами были сокращены чрезвычайно подробные описания ряда методов, которые все равно лучше описаны в специальной математической литературе, а ссылки на литературу были оформлены по правилам данного журнала. При этом объем статьи стал почти таким, который соответствует правилам журнала для раздела «Обзоры и лекции» (мы посчитали, что доклад на студенческой Школе ближе всего к лекции, и поэтому он должен быть опубликован именно в этом разделе). Поскольку не удалось найти оригинальную распечатку первоначальной компьютерной программы, мы привели версию, созданную двумя годами позднее. Отличие этой версии от исходной состоит в более совершенной процедуре минимизации POISK-4, взятой из [Крутько и др., 1988, с. 272–275] (насколько известно, в первоначальной версии вместо нее использовался метод Хука-Дживса, работавший не слишком хорошо, из-за чего автор от него быстро отказался и в конце 80-х — начале 90-х годов для решения оптимизационных задач использовал POISK-4, а в дальнейшем — метод Нелдера-Мида). — *Примечание издателей (к.б.н. Д.В. Ильясова и М.В. Янина).*

[2] Параллельно М.В. Глаголев обучался по индивидуальному учебному плану на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова. — *Примечание издателей.*

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc90124

При виде лис во мраке
привиделись вам раки.

Бонифаций и Герман Лукомников[1]

ВВЕДЕНИЕ

Понятие обратной задачи

Опираясь на диалектический материализм, почвоведение, как самостоятельная наука, разработало свои собственные, характерные только для этой отрасли знания методы и приемы исследования. Однако также почвоведение широко пользуется новейшими методами, заимствованными из основных смежных дисциплин — физики, химии, биологии и др. В частности, в последние годы в почвоведении разрабатываются методы электронно-математического моделирования процессов. Поскольку почвы рассматриваются советским почвоведением как образования, находящиеся в непрерывном развитии [Ковда, 1973], то в первую очередь речь идет о математических моделях физической, химической и биологической кинетики.

Имеется большое число работ, посвященных построению систем кинетических уравнений[2] конкретных микробиологических и почвенных процессов [Фишман и др., 1969; Мироненко и Пачепский, 1980; Бондаренко и др., 1981; Гончар-Зайкин и др., 1981; Паников, 1984; Бирюков и Кантере, 1985]. Но для одной и той же математической модели может быть поставлено две принципиально различных задачи: прямая и обратная.

Как известно, деление задач на прямые и обратные опирается на то, как они ориентированы по отношению к направлению причинно-следственной связи: по ходу последней или против хода [Преображенский и Пикалов, 1982]. Иначе говоря, ***если по причине нам нужно рассчитать следствие, то это — прямая задача***. Но ***если по следствию нам нужно «рассчитать причину», то это — обратная задача.***

Например, прямой задачей будет являться расчет динамики потребления крахмала почвенными микроорганизмами, исходя из известных кинетических параметров микробов. Действительно, ***причиной*** наблюдаемой динамики потребления крахмала являются свойства микроорганизмов, количественным выражением которых являются соответствующие кинетические константы. А динамика потребления крахмала — ***следствие*** того, что микроорганизмы имеют именно такие кинетические параметры. В частности, если бы максимальная удельная скорость роста была больше или экономический коэффициент был бы меньше, то потребление питательного субстрата происходило бы быстрее. Наблюдаемая в эксперименте динамика потребления крахмала является следствием того, что кинетические константы именно таковы. И раз мы по причине (т.е. по значениям кинетических констант) рассчитываем следствие (динамику концентрации крахмала), значит, мы решаем ***прямую задачу***.

Но можно поставить задачу и наоборот: пусть необходимо по известной динамике потребления крахмала найти такие значения кинетических констант, которые бы ей соответствовали (соответствовать будут далеко не любые значения, например, слишком большая удельная скорость роста привела бы к тому, что крахмал потребился бы быстрее, чем это наблюдалось в реальном эксперименте). В этом случае задача поставлена так, что по следствию (динамике концентрации крахмала) мы пытаемся рассчитать причину (значения кинетических параметров микробов), т.е. решаем ***обратную задачу***.

Будем использовать компактную и обладающую общностью запись в виде операторного уравнения 1-го рода

$$A(y) = f, \quad y \in Y, \quad f \in F, \tag{1}$$

где y и f — искомая и известная функции; Y и F — некоторые гильбертовы пространства; A — непрерывное отображение Y в F [Верлань и Сизиков, 1978, с. 136–137]. В этой записи y соответствует характеристике причины, а f — характеристике следствия (поэтому для краткости y будем называть «причиной», а f — «следствием»; отображение A позволяет для любой «причины» y рассчитать «следствие» f. В общем случае y и f могут быть функциями совершенно разных аргументов, поэтому формально запишем: $y = y(s)$, $f = f(x)$, где $a \le s \le b$, $c \le x \le d$.

[1] Поскольку из набросков доклада было видно, что ему предполагалось предпослать некий эпиграф, но самого эпиграфа мы не обнаружили (и даже автор не мог его вспомнить), мы выбрали из списка любимых эпиграфов Михаила Владимировича тот, который, на наш взгляд, отражает (хотя и никчемными — поэтическими —– средствами) специфику некорректных обратных задач интерпретации и идентификации. Впрочем, именно этот эпиграф никак не мог быть в реальности предпослан докладу, ибо появился, по всей вероятности, позднее 1986 г. (выдающийся российский поэт Бонифаций-Лукомников начал выступать лишь с конца 1980-х гг.). — *Примечание издателей*.

[2] Такие уравнения связывают скорость процесса с параметрами, от которых она зависит, т.е. с концентрацией, температурой и др. [Безденежных, 1973, с. 8].

DOI: https://doi.org/10.17816/edgcc90124

Типы обратных задач

В современной литературе термин «обратные задачи» используется для различных типов задач. В Марчук [1980, с. 333] рассматривается два типа:

1) «Обратные эволюционные задачи» — задачи определения состояния некоторого процесса в предыдущие моменты времени.

2) Задачи, в которых требуется восстановить оператор с известной структурой, но с неизвестными коэффициентами, подлежащими определению на основе информации о функционалах от решений (сюда относятся очень широко распространенные задачи определения численных значений коэффициентов математических моделей в том случае, когда вид уравнений модели задан).

К этим типам задач можно добавить, как минимум, еще три:

3) Несколько усложняя задачу 2-го типа, можно потребовать восстановить оператор с известной структурой, но с неизвестными функциями. Среди широко распространенных задач этого типа упомяну решение интегральных уравнений 1-го рода (ИнУПеР).

4) Обобщая задачу 2-го типа, придем к еще более сложной постановке: на основе информации о функционалах от решений требуется восстановить оператор с неизвестной структурой (т.е., фактически, речь идет о построении уравнений математической модели для адекватного описания экспериментальных данных).

5) Задача управления.

Логично предположить, что разные типы обратных задач потребуют для своего решения различных методов. Действительно, в задачах 1-го и 3-го типов нам необходимо найти ***функцию***, в задачах 2-го типа — ***набор чисел*** (параметров уравнений), а в задачах 4-го типа — ***систему уравнений***. К сожалению, в кратком докладе невозможно подробно осветить все столь разнородные задачи, поэтому ниже я лишь приведу отдельные примеры задач, перечислю (только перечислю!) некоторые методы их решения, а основное внимание уделю одной частной задаче, поставленной С. В. Каспаровым и выдающимся советским почвоведом О. И. Минько.

Используемые сокращения

б/н — без названия;
ИнУПеР — интегральные уравнения 1-го рода;
ПоБаС — послойно-балансовый способ;
СКО — сумма квадратов отклонений;
СЛАУ — система линейных алгебраических уравнений;
НеЗ — некорректная задача;
НеП — неустранимая погрешность;
ОЗ — обратная задача;
ЦВМ — цифровая вычислительная машина.

ПРИМЕРЫ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В ПОЧВОВЕДЕНИИ И БИОКИНЕТИКЕ

Тип 1: эволюционные обратные задачи

Типичным примером эволюционной ОЗ может служить задача об определении начального распределения температуры в почве, если известно температурное поле к данному моменту времени (а также известны теплофизические характеристики почвы и граничные условия). Здесь под «начальным» моментом времени я подразумеваю некоторый заданный момент времени, ***предшествующий*** тому, когда проводятся измерения.

Совершенно аналогично обратная задача такого типа может быть поставлена и для других полей, например, для поля концентраций какого-либо газа: определить начальное распределение газа в почве, если известно поле концентраций этого газа к данному моменту времени (а также известны граничные условия и, так сказать, «газофизические» характеристики почвы — воздухопроницаемость, коэффициент диффузии и др.).

Тип 2. Косвенная идентификация параметров по экспериментальным данным

Пожалуй, на сегодня эта задача встречается в практике кинетических исследований чаще всего. Именно по этой причине я коснусь ее очень кратко, ибо задача эта изучена «вдоль и поперек» в чрезвычайно обширной литературе — см., например, [Безденежных, 1973, с. 115–249; Полак и др., 1984, с. 159–172; Rosenbrock and Storey, 1966, chapter 8].

Коэффициенты системы уравнений находятся из экспериментальных данных. Задача нахождения коэффициентов, наилучшим образом приближающих модель к экспериментальным данным реального процесса довольно сложна. Наиболее целесообразно свести ее к задаче минимизации суммы квадратов отклонений измеряемых значений и рассчитанных по модели, а для нахождения минимума применить градиентные методы нелинейного программирования с использованием ЦВМ [Фишман и др., 1969, с. 225]. Техника наименьших квадратов (и ее обобщение — метод среднеквадратичного приближения) разработана достаточно хорошо [Березин и Жидков, 1966, с. 310–360; Кафаров и др., 1972, с. 319–346; Безденежных, 1973, с. 150–

158, 164–171; Калиткин, 1978, с. 51–65; Shoup, 1979, chapter 8 (8.3); Huber, 1981, chapter 7]. Однако поскольку чебышевская норма сильнее нормы L_p, то принято считать, что равномерная аппроксимация лучше аппроксимации в среднем, поэтому поиску равномерных (и особенно *наилучших равномерных*) приближений посвящено много работ [Микеладзе, 1953, гл. 5; Collatz, 1964, §26; Березин и Жидков, 1966, с. 270–309; Ляшко и др., 1977, с. 73–78; Калиткин, 1978, с. 66–69; Глушков и др., 1983, с. 189–192]. Впрочем, кроме суммы квадратов разностей между экспериментальными и модельными данными (в методе наименьших квадратов) и чебышевской нормы (в методе равномерного приближения), при решении обратной кинетической задачи используются и другие функционалы, примеры которых см. в [Микеладзе, 1953, с. 148–149, 242–243; Rosenbrock and Storey, 1 966, chapter 8: eq. (11); Кафаров и др., 1972, с. 297–299, 315; Безденежных, 1973, с. 234–239; Данилина и др., 1976, с. 247; Cornish-Bowden, 1976, chapter 10 (10.3); Кафаров и др., 1979, с. 72–73; Блохина и Угодчиков, 1980, с. 144; Димитров, 1982, с. 196–202; Глушков и др., 1983, с. 197; Полак и др., 1984, с. 161–162].

К сожалению, т.к. в реальном случае эксперимент проводится в течение ограниченного времени, то, с одной стороны, это время может оказаться недостаточно большим, чтобы определить константы скорости медленных процессов, а с другой — временн***о***е разрешение экспериментальных измерений может оказаться недостаточным для определения констант скорости быстрых процессов; может также возникнуть ситуация, когда имеют место оба этих случая одновременно [Полак и др., 1984, с. 160]. Вряд ли тут что-то можно сделать чисто математическими средствами — необходима постановка хорошо продуманных экспериментов, позволяющих надежно вычислить каждый параметр модели (для уменьшения числа потребных опытов целесообразно использовать при исследовании процесса специальные методы планирования эксперимента [Фишман и др., 1969, с. 225; Безденежных, 1973, с. 215–234]).

Тип 3. Интегральные уравнения 1-го рода

К таким уравнениям относится довольно много естественно-научных моделей, на которых я останавливаться не буду, поскольку, во-первых, им посвящена богатая литература — см., например, [Верлань и Сизиков, 1978, с. 138–142; Воскобойников и др., 1984, с. 15–30], а, во-вторых, в почвенной биокинетике мне такие модели не известны и, смею предположить, если они там существуют, то не имеют широкого распространения.

Тип 4: общая обратная задача кинетики

Кинетическая ОЗ, о которой речь шла выше в разд. «Тип 2. Косвенная идентификация параметров по экспериментальным данным», состоящая в том, чтобы по экспериментальным данным найти численные значения параметров заданной математической модели, может быть названа «частной обратной кинетической задачей» или «обратной кинетической задачей идентификации ***параметров***».

Решение общей кинетичексой ОЗ состоит в построении модели, описывающей имеющийся экспериментальный материал. Математически выбор такой модели означает построение и запись правой части системы дифференциальных уравнений. Следовательно, необходимо сформулировать предположения о наборе компонент, участвующих в процессе и о типе кинетического закона [Полак и др., 1984, с. 159]. Но мне кажется, что обычно в естественных науках на задачи 4-го типа не обращают особого внимания, записывая математические модели, исходя из фундаментальных физических законов, как правило — законов сохранения. Эти законы, безусловно, применимы и для построения моделей почвенной биокинетики.

Для микробиологических процессов около 300 кинетических законов собрано в только что вышедшей прекрасной книге [Бирюков и Кантере, 1985, табл. 22–29]. Однако существует известный произвол в подробности описания, и где тут следует остановиться — каждый исследователь решает для себя сам. К сожалению, обычно это решение принимается весьма произвольно. Печальный опыт показывает, что часто модели оказываются существенно «сложнее» той экспериментальной информации, которая используется для их проверки. Можно пояснить это на следующем несколько утрированном примере: микробиолог, знающий, что изучаемые им бактерии покрыты жгутиками, пытается в модель потребления субстрата «засунуть» и этот факт, подробно выписывая члены активного движения биомассы бактерий в соответствующем уравнении неразрывности. Формально — все правильно. Но имеющиеся у него куцые экспериментальные данные по убыли питательного субстрата никоим образом не позволяют отличить эту ситуацию от гораздо более простой — той, в которой микроорганизмы к собственному активному движению в среде не способны.

Одной из главных проблем при решении обратной кинетической задачи является определение набора параметров, значения которых могут быть найдены для данной кинетической схемы на основе имеющейся эксперименталь-

ной информации. Если при решении кинетической ОЗ закладывается сложный механизм, состоящий из большого числа стадий, то, как правило, могут быть определены некоторые ***комбинации*** неизвестных констант, а не сами эти константы [Полак и др., 1984, с. 160]. По сути дела, такая ситуация говорит о необходимости упрощения уравнений модели. И, собственно говоря, тогда именно в этом и будет состоять решение общей обратной кинетической задачи: найти такую структуру математической модели (такие уравнения), чтобы они адекватно описывали экспериментальные данные, но не были бы «сложнее» этих данных, т.е. чтобы все члены уравнений модели надежно идентифицировались при помощи имеющихся экспериментальных данных. Некоторые общие подходы к решению задач с точки зрения поиска максимально простой адекватной модели, в достаточной мере обеспеченной имеющейся экспериментальной информацией (при заданной точности этой информации), можно найти в [Марчук, 1980, с. 356–375].

Тип 5: задача управления

Такие задачи характерны для промышленной микробиологии — см., например, [Бирюков и Кантере, 1985, с. 197–270], однако и в почвенной биокинетике они могут встретиться, например, при разработке оптимальных биотехнологических процессов очистки почв от нежелательных компонентов, в частности, загрязнений. Впрочем, если отвлечься от основной темы доклада и посмотреть несколько шире, то следует отметить, что вообще в почвоведении и земледелии сфера приложения задач управления гораздо шире и не сводится к одной только биокинетике.

Так, например, Куртенер и Чудновский [1979, с. 85–96] рассмотрели задачи тепловой мелиорации, связанные с расчетом такого управления нагревательными устройствами, при котором разогрев почвы происходил бы как можно быстрее или за заданное время. Кроме того, успешно решаются общие задачи управления оросительными системами — оперативное водораспределение в комплексе с автоматизацией полива сельскохозяйственных культур. На осушительно-увлажнительных системах разработки автоматического регулирования значительно отстают (по сравнению с оросительными системами). Тем не менее в настоящее время разработана схема регулирования также и для осушительно-увлажнительных систем [Коваленко, 1983, с. 16–19]. Сиднева и Яковлева [1985] изучили управление известкованием почв. Есть перспективы и у решения задачи управления солепереносом: моделирование сезонной динамики солей с учетом структуры миграции позволит выявить возможности управления солевым режимом почв, в особенности богарных [Козловский, 1977].

Значительное число работ было посвящено задачам управления плодородием и запасами гумуса (как материального индикатора абстрактного «плодородия»). Так, Лисецкий и Швебс [1985] построили модель ресурсов плодородия почвы, которая позволила разработать процесс непрерывного управления состоянием почвенного ресурса, чтобы обеспечить поддержание плодородия на запланированном уровне. Журавлев и др. [1985] разработали классификатор типовых вариантов управления режимами воспроизводства гумуса в неоднородном почвенном покрове. Близкая задача выработки структуры управляющих воздействий, направленных на оптимизацию основных почвенных режимов и формирование окультуренных разновидностей почв с заданными свойствами и составом упомянута в [Носко и др., 1985].

ПРОБЛЕМА НЕКОРРЕКТНОСТИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Корректные, некорректные и условно корректные задачи

Понятие корректности было введено Адамаром: задача определения решения y по заданным входным данным f, связанным между собой некоторой функциональной зависимостью $y = R(f)$, называется *корректной (корректно поставленной)*, если:

- Всякому элементу $f \in F$ соответствует решение $y = R(f) \in Y$;
- Решение определено однозначно;
- Задача $y = R(f)$ устойчива, т.е. для любой точности ε можно указать такое $\delta(\varepsilon)$, что для $y_1 = R(f_1)$ и $y_2 = R(f_2)$ если $\rho_F(f_1, f_2) \le \delta(\varepsilon)$, то $\rho_Y(y_1, y_2) \le \varepsilon$ (где ρ_F и ρ_Y — расстояния соответственно в F и Y), или обратный оператор $A^{-1} \equiv R$ непрерывен на F. Другими словами, ***малым возмущениям входных данных соответствуют малые возмущения решения***.

Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, то задача называется *некорректной (некорректно поставленной)* [Верлань и Сизиков, 1978, с. 136–137].

Обратные задачи часто оказываются в классическом смысле поставленными некорректно. Малым изменениям в регистрируемых функционалах могут соответствовать большие изменения в решениях задач [Марчук, 1980, с. 333]. Для задач иден-

тификации параметров моделей биокинетики это означает, что небольшие изменения измеряемых величин (биомасс микроорганизмов, концентраций субстратов, активностей ферментов и др.) приводят к существенным изменениям параметров (таких как удельные скорость отмирания и максимальная скорость роста, константы полунасыщения, экономические коэффициенты и т.п.). Иначе говоря, ***разные наборы биокинетических параметров описывают примерно одинаковые биокинетические кривые*** («примерно одинаковые» здесь имеет тот смысл, что они, возможно, в действительности разные, но при той погрешности с который проводятся наши измерения, надежно различить их мы не в состоянии). Это можно легко понять на следующем несколько утрированном примере.

Предположим, в почве присутствуют некоторые организмы, способные потреблять некий субстрат. Пусть имеется математическая модель этого процесса, в которую входят два параметра: количество этих организмов и их активность (которая может меняться от 0 — для мертвых микробов — до какого-то предельного значения для максимально жизнеспособных микроорганизмов). Динамика потребления субстрата будет практически одинаковой при большом количестве неактивных организмов и малом количестве активных. Таким образом, однозначно идентифицировать численные значения этих двух параметров, имея только измерения концентарции субстрата, мы не сможем.

Долгое время некорректные задачи (НеЗ) считались неинтересными и исследовались мало. Их интенсивное изучение началось в связи с необходимостью интерпретации геофизических данных. Большой вклад в развитие теории и методов решения задач, не являющихся корректными в классическом смысле (по Адамару), внесли советские математики. Было показано, что решение НеЗ становится устойчивым по отношению к изменениям данных, если наложить на множество допустимых решений некоторые дополнительные ограничения. Задачи такого типа получили название *условно корректных* [Марчук, 1980, с. 333].

Кратко о методах решения некорректных задач

В связи с необходимостью построения приближенных решений условно корректных задач по приближенным данным было введено понятие регуляризующего семейства по Тихонову, суть которого состоит в следующем. Условно корректной задаче сопоставляется семейство классических корректных задач (регуляризующее семейство), зависящее от параметра («параметра регуляризации»)[1], причем при стремлении этого параметра к некоторому пределу последовательность решений классически корректных задач должна стремиться к решению интересующей нас условно корректной задачи [Марчук, 1980, с. 333–334]. Используются многочисленные ***методы регуляризации***: Тихонова (0-го порядка, или слабой регуляризации; 1-го порядка, или равномерной регуляризации; частичной регуляризации 1-го порядка; 2-го и более высоких порядков), Лаврентьева, модификация метода Тихонова на основе метода Лаврентьева [Верлань и Сизиков, 1978, с. 143] и ряд других способов, в частности, модификации метода собственных функций. Среди последних с методом регуляризации Тихонова коррелирует ***метод квазирешений Иванова***, а с методом регуляризации Лаврентьева — ***метод Бакушинского*** [Верлань и Сизиков, 1978, с. 217–219].

Замечу, что получившему наибольшие известность и распространение методу регуляризации А. Н. Тихонова предшествовал[2] ряд методов (в частности, ***методы Филлипса и Филлипса-Туоми***), которые по структуре алгоритма внешне были весьма близки к способу Тихонова [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 54–71]. Если ограничиться только рассмотрением минимизируемого функционала, то, на мой взгляд, методы Филлипса и Филлипса-Туоми это частные случаи регуляризации Тихонова (соответственно, 2-го и 3-го порядков). Однако выбор параметра регуляризации в этих методах осуществляется иначе, нежели у Тихонова. Вообще же, глядя с весьма общих позиций можно сказать, что в методе регуляризации и близкородственных ему методах вместо уравне-

[1] Наиболее сложным этапом в алгоритмах регуляризации Тихонова и Лаврентьева (как и в методах Филлипса, Иванова и статистических методах), является определение параметра регуляризации [Верлань и Сизиков, 1978, с. 171]. Однако к настоящему времени и этот этап уже довольно хорошо разобран в специальной литературе — см., например, [Верлань и Сизиков, 1978, с. 171–191; Калиткин, 1978, с. 468; Преображенский и Пикалов, 1982, с. 73–76, 90; Воскобойников и др., 1984, с. 155–168; Гончарский и др., 1985, с. 21–23].

[2] Следует подчеркнуть, что относящиеся сюда публикации появлялись необязательно до 1963 г., когда вышли из печати основополагающие работы А.Н. Тихонова. Развитие более ранних направлений исследования некорректных задач продолжалось и в дальнейшем, причем под влиянием принципов тихоновской регуляризации первоначальные схемы методов заметно модифицировались, так что в настоящее время вряд ли возможно провести какую-то четкую грань, отделяющую одну группу методов от другой [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 54].

ния (1) решается некоторое другое уравнение, т.е. формально можно считать, что решается не исходное уравнение с оператором A, а уравнение с некоторым другим оператором, слегка измененным относительно A.

Это изменение должно отвечать требованиям, с одной стороны, малости создаваемых таким образом искажений, а с другой — внесения достаточной априорной информации, чтобы задача стала математически корректной. В литературе нет четкого разграничения классов методов, в основе которых лежит идея искусственного изменения оператора. Однако за их частью, относящейся в основном к более ранней стадии исследования неустойчивых задач, довольно прочно закрепилось название «***метод квазиобращения***»[1]. Существует, вообще говоря, бесконечно много реализаций данного метода, поскольку для одной и той же некорректной задачи можно строить различные операторы квазиобращения. В частности, «***метод введения единичного оператора***» подразумевает замену $A(y)$ на $A(y) + \alpha \cdot y$, где α — некоторый малый параметр регуляризации [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 42, 43, 47]. Латтес и Лионс [Lattès and Lions, 1967] сформулировали метод квазиобращения для решения обратных эволюционных уравнений. К уравнению добавляется регуляризующий оператор с малым параметром, являющийся произведением исходного оператора на его сопряженный (для эволюционных дифференциальных уравнений этот оператор оказывается дифференциальным, поэтому в отечественной литературе для данного варианта метода квазиобращения можно встретить название «***метод введения дифференциального оператора***» — см., например, [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 47–51]). Малый параметр выбирается на основе специальным образом разработанных оптимальных оценок в решении [Марчук, 1980, с. 491].

Г.И. Марчуком и С.А. Атанбаевым разработан метод решения условно корректных задач эволюционного типа на основе применения метода минимальных невязок для всей пространственно-временной области определения решения. Регуляризация в этом методе производится за счет выбора оптимального числа шагов итерационного процесса на основе априорной оценки погрешностей во входных данных [Марчук, 1980, с. 491]. Конечно, как и всякий весьма общий способ, ***метод итераций*** применим не только к задачам эволюционного типа — использование этого метода для решения ИнУПеР см. в [Верлань и Сизиков, 1978, с. 205–208]. Впрочем, для решения ИнУПеР применяются и специальные методы[2], например интегрирование по частям, а для частного случая уравнений типа свертки — метод разложения искомой функции в ряд (в принципе, он может применяться и для других уравнений, но тогда его формулы становятся слишком сложны) [Верлань и Сизиков, 1978, с. 208–217, 220–221].

Одним из интересных подходов к НеЗ является применение понятий и методов теории вероятности. В наиболее полной форме такие исследования были развиты М.М. Лаврентьевым и В.Г. Васильевым[3]. В работах этого направления конструируются оптимальные в определенном смысле алгоритмы решения различных классов задач при некоторых предположениях о вероятностных свойствах как множества искомых решений, так и погрешностей входных данных [Марчук, 1980, с. 491]. Среди многочисленных ***методов статистической регуляризации*** упомяну обобщение метода преобразования Фурье (решение в статистическом ансамбле гладких функций), статистическую модификацию метода Филлипса-Тихонова (метод наиболее вероятного ансамбля), метод корреляционной матрицы [Верлань и Сизиков, 1978, с. 191–202], методы максимума энтропии, поиск байесовских решений, хотя, конечно, статистическая регуляризация перечисленными алгоритмами далеко не ограничивается [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 95–121].

Методы решения некорректно поставленных задач, в которых современные принципы

[1] Преображенский и Пикалов [1982, с. 47] отмечают, что достоинством метода является то обстоятельство, что при выборе структуры оператора, а также числовых значений некоторых параметров задачи часто удается использовать физические соображения об искомом решении, а не только более или менее формальные условия чисто математического характера (правда авторы пишут об этом в разд. «Метод введения дифференциального оператора» своей книги, из чего можно заключить, что данное утверждение относится лишь к данной частной модификации метода квазиобращения). На мой взгляд, использование физических соображений о решении пронизывает почти всю теорию решения некорректных задач. В частности, это является основой метода дескриптивной регуляризации. И даже в кажущейся «менее физичной» регуляризации Тихонова мы ведь выбираем регуляризующий оператор именно исходя из некоторых физических соображений, например, из того, что решение не может иметь резких скачков.

[2] В [Верлань и Сизиков, 1978, с. 276–277] приведена крайне полезная таблица, в которой для каждого типа ИнУПеР приведен метод и ссылка на реализующую его компьютерную программу (на языке АЛГОЛ-60).

[3] О постановке некоторых некорректных задач математической физики // Сиб. матем. ж., 1960, **VII**, № 3. — Цит. по [Марчук, 1980, с. 491, 524].

регуляризации органически сочетаются с качественной априорной информацией о решении (такой, как знакоположительность, монотонность, выпуклость, наличие экстремумов и т.д.), объединяются термином «***дескриптивная регуляризация***» [Воскобойников и др., 1984, с. 146]. Отмечу два весьма положительных свойства этого типа регуляризации. Во-первых, алгоритмическая реализация данного метода часто оказывается относительно простой (дискретизация задач, как правило, приводит всего лишь к проблеме нелинейного программирования со специфическими ограничениями в виде неравенств [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 122]). Во-вторых, другие рассмотренные выше методы не гарантированы от, пусть небольших, но абсолютно нефизических осцилляций (например, при восстановлении негладких функций — прямоугольной, треугольной, трапецеидальной формы — часто встречающихся в приложениях, регуляризованные решения даже при малом уровне шума могут содержать отрицательные значения и плохо восстанавливают «тонкую» структуру решения [Воскобойников и др., 1984, с. 146]). Подобных осцилляций при дескриптивной регуляризации не будет просто по определению — ведь система «дескриптивных» неравенств как раз и будет содержать соответствующие условия, например условие неотрицательности восстанавливаемой функции.

Очень удобной во многих отношениях оказалась ***проекционная схема Танабы-Хуанга***. Поскольку этот метод допускает введение самой разнообразной информации о решении (ограниченности, неотрицательности, монотонности и т.п. [Преображенский и Пикалов, 1982, с. 40–42]), то, хотя при первом знакомстве с ним может показаться, что данный алгоритм стоит несколько особняком от перечисленных выше общеизвестных групп методов решения некорректных задач, тем не менее, по-видимому, его можно отнести к дескриптивной регуляризации.

Пример решения некорректной обратной задачи идентификации мощности источника

Некорректную обратную задачу (и ее решение) рассмотрим на примере восстановления распределений скоростей образования газов в профиле почвы по экспериментальным измерениям газовых профилей (в лабораторных условиях). В [Орлов и др., 1987, с. 150–154][1]

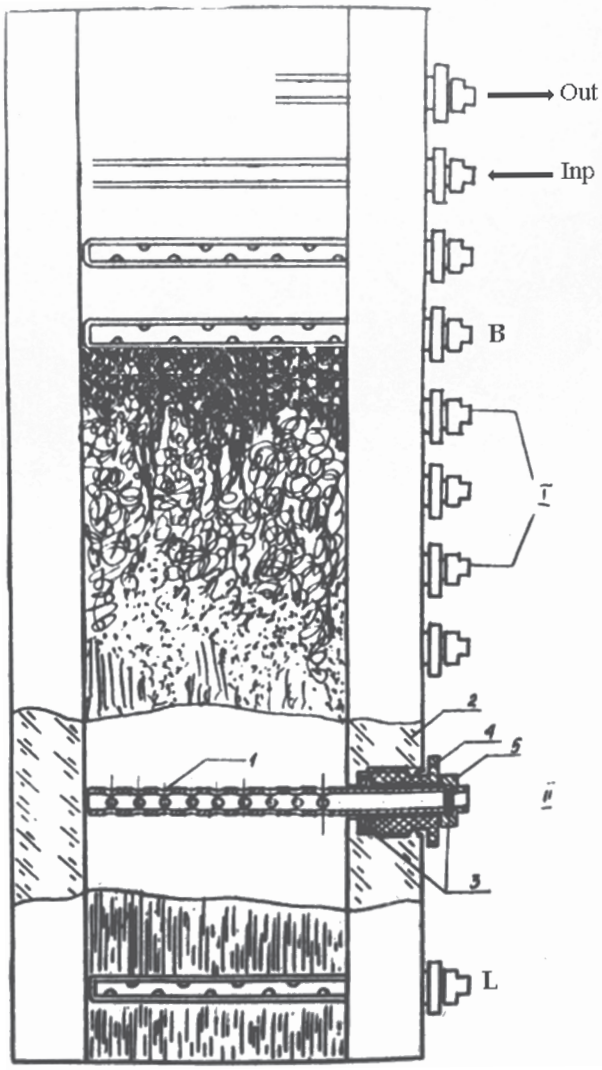


Рис. 1. Общий вид устройства, предназначенного для изучения в модельном эксперименте динамики газовых профилей почвы: I — Мембранные пробоотборники; II — схема крепления эффузатора мембранного пробоотборника в стенке сосуда: 1 — эффузатор (перфорированная трубка из хромированной стали), 2 — стенка сосуда, 3 — резиновая подкладка, 4 — тефлоновая герметизирующая гайка, 5 — стальная герметизирующая гайка.

эта задача решается при помощи «послойно-балансового способа» (ПоБаС). Для его реализации необходим специальный сосуд из оргстекла (с внутренними размерами 15 см × 15 см × 65 см). По всей высоте сосуда с шагом 5 см были установлены мембранные пробоотборники. В сосуд помещался насыпной монолит почвы высотой 35 см (таким образом верхние 5 пробоотборников находились выше слоя почвы, 6-й — на ее границе, а остальные оказались внутри монолита — см. рис. 1). Почву в сосуде затапливали, вносили источник углерода (глюкозу) и далее в динамике измеряли концентрации газов на разных глубинах, беря пробы из мембранных пробоотборников.

[1] В рукописи доклада ссылка на эту работу выглядела так: [Орлов и др., в печати]. Проконсультировавшись с автором, мы установили что это за работа и теперь даем правильную ссылку на нее. — ***Примечание издателей***.

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

Использовалась и другая модификация. Два самых верхних пробоотборника отсутствовали, а в отверстия для них вставлялись трубки: по одной из них в сосуд поступала газовая смесь, а по другой она выходила наружу. При исследовании аэробных процессов в качестве продувающей газовой смеси выступал атмосферный воздух. И, по-видимому, можно считать, что условия в таком сосуде ближе к природным, поскольку в воздухе над почвой не создается сверхвысоких концентраций продуктов почвенного дыхания. Но при исследовании анаэробных процессов продувку осуществляли инертным газом (аргоном или гелием), иногда содержащим примесь CO_2 (но не кислорода!). Далее будем рассматривать именно такую модификацию.

Рассмотрим конкретный пример. «Экспериментальные» данные[1] измерений концентрации CO_2 приведены на рис. 2 и в табл. 1. В [Орлов и др., 1987, с. 150] предполагается, что газообмен в монолите возможен только за счет диффузии. Поэтому уравнение динамики концентрации газа (f) в монолите будет таким:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = y + D \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}, \qquad (2)$$

где D — эффективный коэффициент диффузии газа в почве; y — кажущаяся скорость образования газа, равная разности между реальными скоростями его образования и поглощения единицей объема почвы. Заменим пространственную производную в правой части уравнения ее конечно-разностным аналогом. Ограничимся простейшим приближением: рассмотрим систему трех последовательно расположенных одинаковых по мощности слоев почвы, которые обозначим номерами $i-1$, i и $i+1$. Пусть в них концентрации интересующего нас газа в момент времени t равны соответственно f_{i-1}, f_i и f_{i+1}.

Аппроксимация производной 2-го порядка на этих трех *пространственных* слоях [Калиткин, 1978, с. 71] даст приближенное уравнение динамики концентрации газа в i-ом слое:

$$\frac{df_i}{dt} \approx y_i + \frac{D}{h^2} \cdot (f_{i-1} - f_i) + \frac{D}{h^2} \cdot (f_{i+1} - f_i),$$

где h — мощность слоев; y_i — кажущаяся скорость образования газа в i-ом слое. Теперь сделаем следующий аналогичный шаг — аппрок-

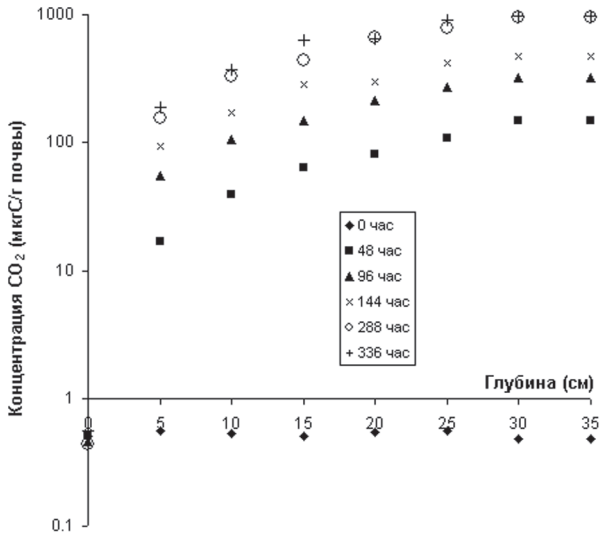


Рис. 2. Эволюция профиля концентраций CO_2 в почве течение 2 недель после внесения глюкозы (5 мг/г почвы). Поверхности почвы (т.е. глубине 0 см) соответствует пробоотборник «B» на рис. 1. Последний пробоотборник («L») соответствует глубине 30 см. На глубине 35 см (дно сосуда) пробоотборника не было и, исходя из условия непроницаемости границы, принималось равенство концентраций на глубинах 30 и 35 см. Вместо пробоотборников «Inp», «Out» вставлялись трубки, по которым, соответственно, в систему поступал и отводился воздух.

---

[1] При ***разработке*** метода решения обратной задачи идентификации какой-либо величины y по f данные каких-либо ***реальных измерений*** f обычно использовать нельзя. Действительно, для них точное решение задачи не известно и мы не будем знать насколько хорошее или плохое решение для y получилось при помощи разработанного нами метода. Поэтому следует ***сгенерировать*** *псевдоэкспериментальные* данные: вычислить f, решив прямую задачу для какого-либо наперед заданного y_T, а потом на полученные f наложить случайный шум, смоделировав, тем самым, неизбежную зашумленность реальных экспериментальных данных. Вот по этим-то зашумленным данным следует идентифицировать y, решая обратную задачу. Качество полученного решения легко оценить, поскольку в идеале мы должны получить y_T.

В данном конкретном случае разработки алгоритма идентификации источника послойно-балансовым методом, я получил псевдоэкспериментальные данные следующим образом. Для функции $y_T(z,t) = (z/35) \cdot \exp(-0.00003 \cdot t_2 + 0.0087 \cdot t + 0.957)$ решалось уравнение (2) с $D = 0.02$ см^2/час, начальным условием $f(z,0) = 0.5$ мкг/см^3 и краевыми условиями $f(0,t) = 0.5$ мкг/см^3, $\partial f/\partial z|_{z = 35\text{ см}} = 0$. Решение строилось конечно-разностным методом по программе № 0812 [Кошлак, 1973] на ЭВМ МИР-2 (для более точного решения задачи шаг дискретизации по z составлял 2.5 см, но на печать выводились только значения решения при $z = 0$, 5, 10, 15, 20, 25, 30 см, т.е. лишь те, которые мог получить экспериментатор при реальных измерениях, т.к. пробоотборники были размещены с шагом 5 см). Для получения псевдоэкспериментальных данных $f_{PE}(z,t)$ на полученное решение накладывался Гауссов шум по следующему правилу: $f_{PE}(z,t) = f(z,t) \cdot (1 + r \cdot a)$, где r — случайные числа из [Соболь, 1973, с. 296], a — средняя относительная погрешность измерений (я принимал $a = 0.1$).

симируем конечными разностями производную по времени. Для этого нам кроме $f_i = f_i(t)$ теперь понадобится $f_i(t - \Delta t)$ — концентрация газа в i-ом слое в предыдущий момент времени, отстоящий от t на Δt.

Тогда аппроксимация производной 1-го порядка на двух *временн***ых** слоях [Калиткин, 1978, с. 71] даст приближенное конечно-разностное уравнение динамики концентрации газа в i-ом слое:

$$\frac{f_i - f_i(t-\Delta t)}{\Delta t} \approx y_i + \frac{D}{h^2}\cdot(f_{i-1} - f_i) + \frac{D}{h^2}\cdot(f_{i+1} - f_i).$$

Отсюда легко выразить y_i:

$$y_i \approx \frac{f_i - f_i(t-\Delta t)}{\Delta t} - \frac{D}{h^2}\cdot(f_{i-1} - f_i) - \frac{D}{h^2}\cdot(f_{i+1} - f_i) \quad (3)$$

и задачу восстановления распределений скоростей образования газов в профиле почвы по экспериментальным измерениям концентраций газов формально можно считать решенной. Однако, подчеркну, лишь ***формально***. Полученное решение — плохое!

К сожалению, из-за необъяснимой поспешности подачи работы [Орлов и др., 1987] в печать, математическое оформление ПоБаС в этой статье не было нами «доведено до ума». Очевидно, что из-за операций дифференцирования экспериментальных (отягощенных погрешностями) данных, метод расчета в виде (3)[1] представляет собой типичную некорректную задачу. Для простоты рассмотрим сейчас только конечно-разностную аппроксимацию первой производной

$$df_i/dt \approx \quad [f_i(t) - f_i(t - \Delta t)]/\Delta t. \quad (4)$$

На равномерной сетке для априорной оценки точности формул часто применяют способ разложения по формуле Тейлора-Маклорена [Калиткин, 1978, с. 74]. Применим этот метод к (4):

$$f_i(t - \Delta t) = f_i(t) - \Delta t \cdot df_i/dt + 0.5 \cdot \Delta t^2 \cdot d^2f_i/dt^2|_{t=\eta}, \quad (5)$$

где η — некоторая точка интервала $(t - \Delta t,\ t)$. Отсюда получаем

$$df_i/dt = [f_i(t) - f_i(t - \Delta t)]/\Delta t + 0.5 \cdot \Delta t \cdot d^2f_i/dt^2|_{t=\eta},$$

следовательно, погрешность приближенного выражения производной (4) составляет

$$\delta_1 = 0.5 \cdot \Delta t \cdot d^2f_i/dt^2|_{t=\eta}. \quad (6)$$

Как видим, эта погрешность уменьшается при уменьшении Δt. Однако все эти рассуждения верны лишь для точных значений $f_i(t)$ и $f_i(t - \Delta t)$. Но точных значений мы не знаем. И принципиально (!!!) не можем узнать.

Вообще, при численном дифференцировании таблично заданной функции возникают погрешности двух типов: во-первых, погрешность, которая вызывается заменой функции интерполяционным многочленом, и, во-вторых, погрешность, которая вызывается неточным заданием исходных значений [Копченова и Марон, 1972]. Калиткин [1978, с. 81–82] называет их, соответственно, *погрешностью метода* и *неустранимой погрешностью*. Из (5) и (6) очевидно, что δ_1 — погрешность метода. Неустранимую погрешность (НеП) я буду далее обозначать через δ_2.

Понятно, что провести вычисления по (4) невозможно, ибо, как уже было сказано выше, мы не знаем (и никогда не сможем узнать) точные значения $f_i(t)$ и $f_i(t - \Delta t)$. Единственное, что нам известно — приближенные (экспериментально измеряемые) концентрации $c_i(t) = f_i(t) + \varepsilon_1$ и $c_i(t - \Delta t) = f_i(t - \Delta t) + \varepsilon_2$. Следовательно, на практике вместо (4) мы можем вычислить лишь аналогичное ему выражение

$$dc_i/dt \approx [c_i(t) - c_i(t - \Delta t)]/\Delta t =$$
$$= [f_i(t) + \varepsilon_1 - f_i(t - \Delta t) - \varepsilon_2]/\Delta t =$$
$$= [f_i(t) - f_i(t - \Delta t)]/\Delta t + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\Delta t. \quad (7)$$

К сожалению, значения ε_1 и ε_2 нам не известны, поэтому (для гарантии) приходится ориентироваться на самый худший случай. Очевидно, что если погрешность индивидуального измерения концентрации не превышает ε, то ***для погрешности разности концентраций*** в наихудшей ситуации будем иметь $2 \cdot \varepsilon$ — в том случае, когда, например, $c_i(t)$ отличается от точного значения $f_i(t)$ на $+\varepsilon$, а $c_i(t - \Delta t)$ от $f_i(t - \Delta t)$ — на $-\varepsilon$. Тогда, продолжая (7), получаем

$$dc_i/dt \approx [f_i(t) - f_i(t - \Delta t)]/\Delta t + 2 \cdot \varepsilon/\Delta t =$$
$$= df_i/dt + \delta_1 + 2 \cdot \varepsilon/\Delta t.$$

Как было показано выше — см. (6) — погрешность метода (δ_1) содержит шаг расчета (Δt) в положительной степени, поэтому при уменьшении Δt эта погрешность, как правило, уменьшается. Но НеП ($\delta_2 = 2 \cdot \varepsilon/\Delta t$), вызванная неточным заданием исходных значений [Копченова и Марон, 1972] концентраций, обратно пропорциональна Δt. Именно здесь мы

[1] В [Орлов и др., 1987, с. 150] использована более сложная конечно-разностная аппроксимация производной, поэтому результирующая формула для вычисления y_i там другая. Но, по большому счету, это ничего не меняет, поскольку дифференцирование экспериментальных данных все равно остается некорректным. Сейчас я использую более простые формулы лишь для того, чтобы более наглядно показать проблему и пути ее решения, не закопавшись в ненужных для сути дела выкладках.

сталкиваемся с некорректностью.

Действительно, ***при уменьшении шага Δt неустранимая погрешность увеличивается*** [Копченова и Марон, 1972]. Пока шаг достаточно велик, при его убывании НеП мала по сравнению с погрешностью метода; поэтому полная погрешность[1] убывает. При дальнейшем уменьшении шага неустранимая погрешность становится заметной, что проявляется в не вполне регулярной зависимости результатов вычислений от величины шага. Наконец, при достаточно малом шаге НеП становится преобладающей, и при дальнейшем уменьшении шага результат вычислений становится все менее достоверным [Калиткин, 1978, с. 82]. Отсюда следует, что можно найти некоторое оптимальное значение шага (как это сделать — см., например, в [Калиткин, 1978, с. 82]), при котором производная вычисляется с наибольшей точностью, принципиально возможной при данном значении ε. Однако в нашем случае это ничего не даст. Разумеется, мы можем отбирать пробы практически в любые моменты времени и обеспечить оптимальный шаг Δt для вычисления производной по времени. Но не стоит забывать, что (3) содержит еще конечно-разностную аппроксимацию производной (2-го порядка) по пространственной координате — ср. (3) и (2). А вот пространственный шаг h мы изменить не можем — он определяется расположением пробоотборников — см. рис. 1. Выход может быть найден с помощью построения регуляризованного решения[2].

Решение будем искать методом частичной регуляризации 1-го порядка. В этом методе вводится регуляризующий функционал

$$\Phi_\alpha = \int_c^d [A(y) - f(x)]^2 dx + \alpha \int_a^b \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 ds, \qquad (8)$$

где α — параметр регуляризации. Решение y ищется из условия минимума функционала. Такое решение, доставляющее функционалу минимум, обозначим y_α [Верлань и Сизиков, 1978, с. 143, 157], подчеркнув тем самым, что это решение соответствует некоторому определенному значению α.

Полученная выше формула (3) дает «обратную» зависимость $y = A^{-1}(f)$. Но, как видим, для построения функционала Φ_α нужна «прямая» зависимость $f = A(y)$. С первого взгляда может показаться, что ее очень просто получить, выразив f_i из (3). Но попытавшись это сделать, мы увидим, что, поскольку концентрация в i-ом слое связана уравнением с концентрациями в $(i-1)$-ом и в $(i+1)$-ом слоях:

$$-D \cdot \Delta t \cdot f_{i-1} + (h^2 + 2 \cdot D \cdot \Delta t) \cdot f_i - D \cdot \Delta t \cdot f_{i+1} \approx$$
$$\approx y_i \cdot \Delta t \cdot h_2 + \cdot f_i (t - \Delta t) \cdot h_2, \qquad (9)$$

то для получения значения концентрации в i-ом слое нам необходимо решить ***систему*** уравнений. Система эта будет состоять из однотипных уравнений (9) для всех слоев кроме первого и последнего (n-го), для которых уравнения будут гораздо проще, ибо записываются на основании граничных условий. В первом слое это будет какое-то конкретное значение (p), полученное из измерений:

$$f_1 = p, \qquad (10)$$

а для последнего слоя на основании условия непроницаемости нижней границы принимается:

$$f_n = f_{n-1}. \qquad (11)$$

Решить систему, конечно, несколько сложнее, нежели одно уравнение, но в этом есть и положительный момент — в результате мы получим не одно значение f_i, а концентрации сразу для всех слоев: $f_1, f_2, \ldots, f_n$. Проделаем это на примере.

В табл. 1 приведена часть «экспериментальных» данных, соответствующих измерениям на 7 глубинах через 192 и 240 час. после начала эксперимента. Итак, $h = 5$ см, $\Delta t = 240 - 192 = 48$ час., пусть, кроме того, известно, что коэффициент диффузии для CO_2 в изучаемой почве составляет 0.02 см²/час (следовательно, $h^2 = 5^2 = 25$ см², $\Delta t \cdot h^2 = 48 \cdot 25 = 1200$ час · с м², $D \cdot \Delta t = 0.02 \cdot 48 = 0.96$ см², $h^2 + 2 \cdot D \cdot \Delta t = 25 + 2 \cdot 0.02 \cdot 48 = 26.92$ см²). Запишем систему уравнений (9)–(11):

$$f_1 = 0.56,$$
$$-0.96 \cdot f_1 + 26.92 \cdot f_2 - 0.96 \cdot f_3 = 1200 \cdot y_2 + 25 \cdot 133.12,$$
$$-0.96 \cdot f_2 + 26.92 \cdot f_3 - 0.96 \cdot f_4 = 1200 \cdot y_3 + 25 \cdot 259.33,$$
$$-0.96 \cdot f_3 + 26.92 \cdot f_4 - 0.96 \cdot f_5 = 1200 \cdot y_4 + 25 \cdot 360.77,$$
$$-0.96 \cdot f_4 + 26.92 \cdot f_5 - 0.96 \cdot f_6 = 1200 \cdot y_5 + 25 \cdot 593.33,$$
$$-0.96 \cdot f_5 + 26.92 \cdot f_6 - 0.96 \cdot f_7 = 1200 \cdot y_6 + 25 \cdot 674.98,$$
$$-0.96 \cdot f_6 + 26.92 \cdot f_7 - 0.96 \cdot f_8 = 1200 \cdot y_7 + 25 \cdot 634.17,$$
$$f_7 = f_8.$$

Подставляя сюда набор конкретных значений скоростей образования CO_2 ($y_2, y_3, \ldots, y_7$) в слоях, можно (решив эту систему) получить концентрации $f_2, f_3, \ldots, f_8$, соответствующие дан-

[1] Полная погрешность мажорируется суммой $\delta_1 + \delta_2$ [Калиткин, 1978, с. 82].

[2] Кстати говоря, способ определения оптимального шага и запрещение вести расчет с шагом меньше оптимального тоже есть некоторый способ регуляризации дифференцирования, так называемая регуляризация по шагу. Этот способ давно применялся физиками [Калиткин, 1978, с. 83].

Таблица 1. Вычисление скорости образования газа в почве различными вариантами ПоБаС.

Глубина (см)	Концентрация CO_2 (f, мкг/см³) через		Скорость образования CO_2 (y, мкг/см³/ч) через 240 ч				
			истинная	рассчитанная ПоБаС			
				обычным	с регуляризацией		
					0-го порядка	частичной 1-го порядка	
	192 ч	240 ч				без ограничений	с ограничением $y \geqslant 0$
0	0.44	0.56	0		0	0.4747	0.2386
5	133.12	134.88	0.5332	0.0425	0.0237	0.4273	0.2237
10	259.33	261.91	1.0664	0.0287	0.0389	–0.1046	0.0655
15	360.77	420.28	1.5995	1.3231	0.6643	1.027	1.1181
20	593.33	474.57	2.1327	–2.6278	–1.3684	–0.7373	0.0000
25	674.98	720.93	2.6659	0.9664	0.5943	2.505	1.9762
30	634.17	955.93	3.1990	6.8913	4.5030	4.892	5.1531
35	634.17	955.93	3.7322		0	5.082	5.4419
Нормированная СКО* (мкг²/см⁶/ч²):				6.76	4.30	1.86	1.64

***Примечание**: сумма квадратов отклонений (скорости образования CO_2, вычисленной разными методами, от истинной скорости образования), деленная на количество пространственных узлов, в которых эти отклонения вычисляются; поскольку обычный ПоБаС не дает значения скорости в первом и последнем пространственных узлах, то получаемое в этом случае значение СКО делится на 6 (в остальных случаях делится на 8).

ным скоростям. Например, если y_i были рассчитаны в соответствии с обычным послойно-балансовым способом на основе формулы (3) по данным столбцов «Концентрация CO_2...» табл. 1 (эти y_i см. в столбце «Скорость образования CO_2...»)[1], то их подстановка в вышеприведенную СЛАУ даст те f_i, которые находятся в столбце «240 ч» табл. 1. Но эти значения y_i, скорее всего, не обеспечат минимум функционала (8). Так что теперь насущной задачей становится задача минимизации. Однако прежде нужно записать (8) в более конкретной форме — приспособленной для практических вычислений.

[1] На всякий случай, чтобы все было кристально ясно, доведу один расчет «до числа». Например, если мы хотим определить скорость образования CO_2 на глубине 5 см спустя 240 ч после начала эксперимента (при том, что предыдущее измерение концентрационного профиля было выполнено спустя 192 ч после начала), то, согласно табл. 1, параметры формулы (3) будут иметь следующие значения: $\Delta t = 240 - 192 = 48$ ч, $h = 5$ см, $f_i = 134.88$ мкг/см³, $f_{i-1} = 0.56$ мкг/см³, $f_{i+1} = 261.91$ мкг/см³, $f_{i(t-\Delta t)} = 133.12$ мкг/см³. Пусть коэффициент диффузии CO_2 в исследуемой почве в условиях данного эксперимента составил $D = 0.02$ см²/ч. Тогда по формуле (3) имеем:

$$y = (134.88 - 133.12)/48 - \\ - 0.02/5^2 \cdot (0.56 - 2 \cdot 134.88 + 261.91) \approx \\ \approx 0.04250 \text{ мкг} \cdot \text{час}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}.$$

Записывая такую формулу для Φ_α в приложении к рассматриваемой задачи, учтем два обстоятельства:

- и концентрации (f), и скорости образования газа (y), и, соответственно, градиент этой скорости (dy/dz) заданы в одной и той же области пространства — в толще почвы, наполняющей экспериментальный сосуд (рис. 1); поэтому области определения этих функций совпадают, и в (8) $x = s = z$, $a = c$, $b = d$, т.е. оба интеграла берутся по одной и той же области в одних и тех же пределах; пусть поверхность почвы соответствует 0, тогда $b = d$ — толщина слоя почвы в сосуде (конкретно в нашем эксперименте $b = 35$ см), следовательно,

$$\Phi_\alpha = \int_0^{35} \left\{ [A(y) - f(z)]^2 + \alpha \cdot \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right\} dz = \\ = \int_0^{35} \left[g(z) + \alpha \cdot \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right] dz,$$

- где для краткости введено обозначение $g(z) = [A(y) - f(z)]^2$, смысл которого состоит в том, что g — это квадрат разности двух концентраций для каждой глубины z: во-первых, концентрации, рассчитанной путем решения СЛАУ — это $A(y)$ — и, во-вторых,

реально измеренной в эксперименте, т.е. f);

- экспериментально измеряются значения f только в 7 точках 0, 5, 10, 15, 20, 25 и 30 см, кроме того, еще в 8-й точке (при z = 35 см) можно, исходя из условия непроницаемости сосуда, принять $f(35) = f(30)$; поэтому следует использовать дискретную аппроксимацию интеграла, в частности, можно использовать формулу трапеций (см., например, [Калиткин, 1978, с. 87]):

$$\Phi_\alpha = \int_0^{35}\left[g(z)+\alpha\cdot\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]dz \approx$$

$$\approx h\cdot\left\{\frac{g(0)+g(35)}{2}+\sum_{i=1}^{6}g(i\cdot h)+\alpha\cdot\left[\frac{\left(\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=0}\right)^2+\left(\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=35}\right)^2}{2}+\sum_{i=1}^{6}\left(\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=i\cdot h}\right)^2\right]\right\}, \quad (12)$$

где h = 5 см. Для производных тоже следует взять дискретные аппроксимации. Если ограничиться погрешностью аппроксимации $O(h^2)$, то в первой, последней и во всех промежуточных точках можно использовать, соответственно, следующие формулы (см., например, [Березин и Жидков, 1966, с. 162]):

$$\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=0} \approx \frac{-3\cdot y_1+4\cdot y_2-y_3}{2\cdot h},$$

$$\left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=35} \approx \frac{3\cdot y_8-4\cdot y_7+y_6}{2\cdot h}, \qquad \left.\frac{dy}{dz}\right|_{z=i\cdot h} \approx \frac{y_{i+2}-y_i}{2\cdot h},$$

Теперь очевидно, что полученное выражение (12) — это, по сути дела, всего лишь функция (а не функционал). Эта функция зависит от 8 переменных (y_1, y_2, ..., y_8) и нам надо подобрать такие значения эти переменных, при которых функция $\Phi_\alpha(y_1, y_2, ..., y_8)$ имела бы минимум. Однако, прежде чем решать задачу минимизации, есть смысл попытаться заменить Φ_α более простой функцией (обозначим ее ϕ_α), которая имела бы минимум там же, где и Φ_α. Понятно, что множитель h = 5 см никак на положение минимума вли-

Таблица 2. Программы для минимизации функций нескольких переменных*.

Название	Язык	Метод	Литературный источник
Минимизация без ограничений			
D3MINF	FORTRAN-IV	Спуска по координатам	[Белявский и др., 1979]
SIMPLEX	FORTRAN IV	Нелдера-Мида	[Himmelblau, 1972, Appendix B]
MINI	FORTRAN IV	Дэвидона-Флетчера-Пауэлла, проективного Ньютона, Ньютона, Бройдена, Пирсона 2, Пирсона 3, Голдштейна-Прайса, Флетчера-Ривса	[Himmelblau, 1972, Appendix B]
DIRECT	PL/1	Прямого поиска (или конфигураций)	[Агеев и др., 1981, с. 60–66, 162–163]
б/н	Алгол-60	Симплексный	[Кафаров и др., 1972, с. 387–388, 391–392]
б/н	Алгол-60	Сканирования	[Кафаров и др., 1972, с. 387, 389–390]
б/н	Алгол-60	Случайного спуска	[Кисляков, 1969]
б/н	Алгол-60	Случайных направлений с обратным шагом	[Кафаров и др., 1972, с. 388, 393–395]
б/н	АНАЛИТИК-71	Градиентный + Ньютона	[Гущина, 1979]
Минимизация с ограничениями			
FLEXIPLEX	FORTRAN IV	Скользящего допуска	[Himmelblau, 1972, Appendix B]
RNDMIN	FORTRAN-5	Случайного поиска	[Мироненко и Пачепский, 1980, с. 61–63]

***Примечание:** приведены только программы для функций общего вида (т.е., например, «за бортом» остались алгоритмы задач линейного программирования, оптимизации на графах и др.) и лишь на языках высокого уровня (т.е. не упоминаются программы на Ассемблере, ЯМК-21 и т.п.).

ять не будет, следовательно, его можно просто откинуть. Кроме того, легко заметить, что в силу условия (10), рассчитанное из решения СЛАУ значение f_1 всегда будет совпадать с измеренным значением концентрации в поверхностном слое почвы. Иначе говоря, $A(y)$ будет в точности совпадать с $f(0)$ при $z = 0$, поэтому $g(0) = 0$. Следовательно, вместо Φ_α можно минимизировать чуть более простую функцию:

$$\phi_\alpha \approx \frac{g(35)}{2} + \sum_{i=1}^{6} g(i \cdot h) + \alpha \times \times \left[\frac{(3 \cdot y_1 - 4 \cdot y_2 + y_3)^2 + (3 \cdot y_8 - 4 \cdot y_7 + y_6)^2}{8 \cdot h^2} + \sum_{i=1}^{6} \left(\frac{y_{i+2} - y_i}{2 \cdot h} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Эта функция (как и Φ_α) имеет одну особенность, которая немного усложняет работу с ней. Для каждого набора значений $y_1, y_2, ..., y_8$ мы не можем сразу вычислить $\phi_\alpha(y_1, y_2, ..., y_8)$ — необходимо сначала решить СЛАУ (9)–(11), на основании чего можно будет вычислить значения $g(i \cdot h)$. Впрочем, технически это все сделать не так уж и сложно — см. программу в Приложении. Для минимизации функций нескольких переменных предложено множество алгоритмов (см., например, [Rosenbrock and Storey, 1966, chapter 4; Бояринов и Кафаров, 1969; Безденежных, 1973, с. 158–190; Калиткин, 1978, с. 203–215; Bazaraa and Shetty, 1979; Shoup, 1979, chapter 7; Gill et al., 1981; Димитров, 1982, с. 214–231; Полак и др., 1984, с. 163–166, Бирюков и Кантере, 1985, с. 23–32]) для некоторых из которых в литературе можно найти программные реализации — табл. 2. Таким образом, задачу минимизации $\phi_\alpha(y_1, y_2, ..., y_8)$ можно было бы считать решенной, однако, эта функция зависит от параметра α, значение которого нам пока не известно.

Наиболее употребительный метод, согласно которому выбирается значение α — это «способ невязки»: значение α выбирается из условия

$$H = \left| \| Ay_\alpha - f \| - \Delta f - \zeta \right| \to \min,$$

где ζ — ошибка аппроксимации оператора (в ранних работах принималось, что $\zeta = 0$); Δf — ошибка задания $f(x)$:

$$\Delta f = \left\| f(x) - f_{PE}(x) \right\| = \sqrt{\int_c^d [f(x) - f_{PE}(x)]^2 dx}$$

здесь f, f_{PE} — соответственно, точная правая часть и ее практическое задание [Верлань и Сизиков, 1978, с. 143, 172, 179].

Таким образом, вычислительный процесс регуляризации ПоБаС можно организовать следующим образом. Прежде всего необходимо задаться положительной величиной ΔH — допустимой погрешностью выполнения равенства

$$\|Ay_\alpha - f\| = \Delta f + \zeta.$$

1) Полагаем $\alpha_L = 0$, и выбираем произвольное достаточно большое значение $\alpha_R > 0$, такое, что $\| Ay_\alpha(\alpha_R) - f\| > \zeta + \Delta f$ (понятно, что для нахождения $\| Ay_\alpha(\alpha_R) - f\|$ нам придется решить задачу минимизации ϕ_α).

2) Полагаем $\alpha = (\alpha_L + \alpha_R)/2$.

3) Решаем задачу минимизации $\phi_\alpha(y_1, y_2, ..., y_8)$, в результате чего получаем набор значений $y_1, y_2, ..., y_8$, обеспечивающих минимум ϕ_α. Используя эти значения, вычисляем $H_1 = \| Ay_\alpha - f\|$.

4) Если $|H_1 - \Delta f - \zeta| \le \Delta H$, то идем к п. 7.

5) Если $H_1 < \zeta + \Delta f$, то полагаем $\alpha_L = \alpha$ и идем к п. 2.

6) Полагаем $\alpha_R = \alpha$ и идем к п. 2.

7) КОНЕЦ.

В табл. 1 (столбец «без ограничений») приведены результаты, полученные по этому алгоритму. Поскольку истинное распределение источников CO_2 в почве в данном случае нам известно, можно сравнить получающиеся результаты с этим распределением и сделать вывод о точности метода. В качестве меры отклонения восстановленного распределения источников от истинного удобно использовать нормированную СКО — см. примечание к табл. 1. Прежде всего хочу обратить внимание на то, что для обычного ПоБаС (столбец «обычным») это отклонение оказалось весьма большим: 6.76 мкг^2/см^6/ч^2. Очевидно, что нормированная СКО может рассматриваться в качестве квадрата характерного значения отклонения измеренной мощности источника от истинной (т.е. квадрата абсолютной погрешности). Учитывая, что максимальное значение истинной мощности достигается на глубине 35 см и составляет ≈ 3.73 мкг/см^3/ч, получаем, что отклонение $(6.76)^{1/2} \approx 2.6$ мкг/см^3/ч даже в этом случае составляет $2.6 \cdot 100\%/3.73 \approx 70\%$, что уж говорить о других глубинах, где мощность источника меньше, следовательно ее относительная ошибка будет еще больше. Разобранный выше метод с частичной регуляризацией 1-го порядка дал гораздо более хороший результат: нормированная СКО составила 1.86 мкг^2/см^6/ч^2, что соответствует характерному значению абсолютной погрешности $(1.86)^{1/2} \approx 1.36$ мкг/см^3/ч. Существуют и другие методы регуляризации. Они могут давать как более, так и менее хорошие результаты, чем приведенный выше. Для сравнения решим ту же самую задачу методом регуляризации Тихонова 0-го порядка.

В этом методе решение y ищется из условия минимума следующего регуляризующего функционала

$$\Phi_\alpha = \int_c^d [Ay - f(x)]^2 dx + \alpha \int_a^b y(s)^2 ds$$

[Верлань и Сизиков, 1978, с. 144]. Проводя дискретизацию аналогично тому, как это было сделано выше, получаем

$$\Phi_\alpha = \int_0^{35} [g(z) + \alpha \cdot y(z)^2] dz \approx$$

$$h \cdot \left[\frac{g(0) + g(35)}{2} + \sum_{i=1}^{6} g(i \cdot h) + \alpha \cdot \left(\frac{y_1^2 + y_8^2}{2} + \sum_{i=1}^{6} y_{i+1}^2 \right) \right]. \quad (14)$$

Но, записывая для данного случая упрощенную функцию ϕ_α, кроме того, что было учтено при переходе от (12) к (13), следует учесть еще одно очевидное обстоятельство: поскольку в систему (9)–(11) y_1 и y_8 не входят, то f_i от них не зависят, или, иначе говоря, g не зависит от y_1 и y_8. Следовательно, как видно из (14), $\Phi_\alpha \sim y_1^2 + y_8^2$, т.е. минимальное значение Φ_α будет соответствовать значениям $y_1 = y_8 = 0$. Таким образом, значениям y_1 и y_8 мы уже нашли, а ϕ_α будет функцией не 8, а только 6 переменных (y_2, y_3, ... y_7):

$$\phi_\alpha \approx \frac{g(35)}{2} + \sum_{i=1}^{6} [g(i \cdot h) + \alpha \cdot y_{i+1}^2].$$

Результаты расчетов описываемым методом приведены в табл. 1 (столбец «0-го порядка»). Нормированная СКО не слишком хороша — она составила 4.30 мкг^2/см^6/ч^2, что соответствует характерному значению абсолютной погрешности $(4.3)^{1/2} \approx 2.07$ мкг/см^3/ч. Более того, хочу обратить внимание на то, что на глубине 20 см имеем $y \approx -1.4$ мкг/см^3/ч < 0, что по физическому смыслу соответствует ***потреблению*** CO_2. Кстати, отрицательные значения y выявлялись и при работе методом частичной регуляризации 1-го порядка (правда, тогда они были существенно меньше). Может ли быть существенное поглощение CO_2 на глубине 20 см? Впрочем, в данном случае, это вопрос совершенно не существенный. Ведь мы знаем, каковы истинные скорости продукции CO_2 (см. столбец «истинная» табл. 1) и, таким образом, нам точно известно, что отрицательные значения — артефакт.

Конечно, в условиях реальных измерений точное значение продукции нам не известно, но предположим, что какие-то биологические соображения позволяют нам считать, что возможна лишь продукция, а не потребление CO_2. Тогда для решения задачи идентификации мощности источника можно применить дескриптивную регуляризацию. В данном случае это выразится в том, что на обычную регуляризацию следует наложить условия неотрицательности y:

$$y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0, \quad y_3 \geq 0, \quad y_4 \geq 0,$$
$$y_5 \geq 0, \quad y_6 \geq 0, \quad {}_7 \geq 0, \quad y_8 \geq 0. \quad (15)$$

В частности, можно минимизировать (13) при условиях (15). Результат решения такой задачи представлен в табл. 1 (столбец «с ограничением $y \geq 0$»). Нормированная СКО оказалась наименьшей среди всех рассмотренных нами методов: она составила 1.64 мкг^2/см^6/ч^2, что соответствует характерному значению абсолютной погрешности $(1.64)^{1/2} \approx 1.28$ мкг/см^3/ч.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает благодарность выдающемуся советскому микробиологу Николаю Сергеевичу Паникову, предложившему подготовить доклад на данную тему и убедившему его, что это может оказаться полезным для современных почвоведов и микробиологов. Особая благодарность талантливому почвоведу Олегу Игоревичу Минько, консультировавшему автора по техническим деталям послойно-балансового метода (несколько полезных консультаций по этому же вопросу было получено и от хроматографиста С.В. Каспарова).

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

ПРИЛОЖЕНИЕ[1]

```
PROGRAM  MINKO1
C  ПРИМЕР  ИСПОЛЬЗОВАНИЯ  УКОРОЧЕННОЙ  ВЕРСИИ  ПОДПРОГРАММЫ  POISK4
C  (ТОЛЬКО  ДЛЯ  МНОГОМЕРНОЙ  -  НЕ  ОДНОМЕРНОЙ  -  МИНИМИЗАЦИИ)
C  ******************************************************************
C  СЛЕДУЮЩИЕ  ДАННЫЕ  ЗАДАЮТСЯ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ
C  ALPHA                -  ПАРАМЕТР  РЕГУЛЯРИЗАЦИИ
C  D  (КВ.СМ/ЧАС)       -  КОЭФФИЦИЕНТ  ДИФФУЗИИ  ГАЗА  В  ПОЧВЕ
C  DT  (ЧАС)            -  ВРЕМЯ,  ПРОШЕДШЕЕ  ОТ  ПРЕДЫДУЩЕГО  ИЗМЕРЕНИЯ  ДО  ТЕКУЩЕГО
C  H   (СМ)             -  РАССТОЯНИЕ  МЕЖДУ  ПРОБООТБОРНИКАМИ  (ПО  ГЛУБИНЕ)
C  T0(МКГ/КУБ.СМ)-ИЗМЕРЕННЫЕ  КОНЦЕНТРАЦИИ  ГАЗОВ  В  ПРЕДЫДУЩИЙ  МОМЕНТ  ВРЕМЕНИ
C  T1(МКГ/КУБ.СМ)-ИЗМЕРЕННЫЕ  КОНЦЕНТРАЦИИ  ГАЗОВ  В  ТЕКУЩИЙ  МОМЕНТ  ВРЕМЕНИ
C  ОПИСАНИЕ  X,N,DX,EPS,FM,NFE,FUN,OUT  СМ.  В  ОПИСАНИИ  SUBROUTINE  POISK4.
C
C  ПРИ  РЕШЕНИИ  КОНКРЕТНОЙ  ЗАДАЧИ  ТАКЖЕ  НУЖНО  ИЗМЕНИТЬ  РАЗМЕРНОСТИ
C  МАССИВОВ  (КАК  В  ГОЛОВНОЙ  ПРОГРАММЕ,  ТАК  И  В  SUBROUTINE  POISK4)
C
C  РЕШЕНИЕМ  ЯВЛЯЕТСЯ  ВЕКТОР  X  ЭЛЕМЕНТЫ  КОТОРОГО  (МКГ/КУБ.СМ/ЧАС)  -  РЕГУЛЯ-
C  РИЗОВАННЫЕ  ЗНАЧЕНИЯ  СКОРОСТИ  ОБРАЗОВАНИЯ  ГАЗА  ПО  ГЛУБИНЕ  С  ШАГОМ  H
C  ******************************************************************
    DIMENSION  DX(8),T0(8),T1(8),X(8)
    EXTERNAL  FUN,OUT
    DATA  ALPHA/69000.0/,  N/8/,  EPS/1.E-5/,  FM/0./,  NFE/500/
    DATA  D,  DT,  H  /0.02,  48.0,  5.0/
    DATA  T0/.44,  133.12,  259.33,  360.77,  593.33,  674.98,634.17,634.17/
    DATA  T1/.56,  134.88,  261.91,  420.28,  474.57,  720.93,955.93,955.93/
C  КОНЕЦ  БЛОКА  ДАННЫХ,  ЗАДАВАЕМЫХ  ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ
    COMMON  /COBLO0/  T0,  COMMON  /COBLO1/  T1,  COMMON  /COBLO2/  ALPHA,D,DT,H,N
C
C  НАЧАЛЬНОЕ  ПРИБЛИЖЕНИЕ,  ВЫЧИСЛЕННОЕ  ПОСЛОЙНО-БАЛАНСОВЫМ  МЕТОДОМ
    X(1)=0.0
    DO  407  I=2,N-1
    X(I)=(T1(I)-T0(I))/DT-(T1(I-1)-2*T1(I)+T1(I+1))*D/H/H
407 DX(I)=0.1*X(I)
    X(N)=X(N-1)
    DX(N)=0.1*X(N-1)
    DX(1)=DX(N)
    PRINT  410,  X(1),  X(2),  X(3),  X(4)
410 FORMAT(4X,  E12.5,  1H,  E12.5,  1H,  E12.5,  1H,  E12.5)
    PRINT  411,  X(5),  X(6),  X(7),  X(8)
411 FORMAT(4X,  E12.5,  1H,  E12.5,  1H,  E12.5,  1H,  E12.5)
C
C  МИНИМИЗАЦИЯ  ТИХОНОВСКОГО  ФУНКЦИОНАЛА
    CALL  POISK4(X,FX,N,DX,EPS,FM,NFE,FUN,OUT,1)
    STOP
    END

    SUBROUTINE  FIALPH(ALPHA,D,DT,H,NDIM,NY,T0,T1,Y,FA)
C  ФУНКЦИОНАЛ  ТИХОНОВА  ДЛЯ  РЕГУЛЯРИЗАЦИИ  ПОСЛОЙНО-БАЛАНСОВОГО  МЕТОДА
C  ******************************************************************
C  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ
C  NY                              -  ДЛИНА  ВЕКТОРА  Y
C  NDIM                            =  2*NY
C  Y   (МКГ/КУБ.СМ/ЧАС)  -  СКОРОСТЬ  ОБРАЗОВАНИЯ  ГАЗА
C  ОПИСАНИЕ  ALPHA,D,DT,H,T0,T1  СМ.  В  ГОЛОВНОЙ  ПРОГРАММЕ  MINKO1
C
C  ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ
C  FA  -  ЗНАЧЕНИЕ  ФУНКЦИОНАЛА  ТИХОНОВА
```

[1] У автора в приведенном ниже литстинге в строках комментариев русские слова были написаны английскими буквами; для удобства читателей мы переписали их по-русски. Кроме того, для экономии места не приведены SUBROUTINE MATDEC и MATSOL. Их можно найти в [Glagolev, 2021] или в первоисточнике [Полак и др., 1984, с. 251–252]. — *Примечание издателей*.

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

```
C  ******************************************************************
     DIMENSION  A(NDIM,NDIM)
     DIMENSION  B(NDIM),IPVT(NDIM),F(NDIM),T0(NY),T1(NY),Y(NY)
     INTEGER  I,J
     REAL  DDT,FF,H2,H2DDT
     DO  510  I=1,NY
     DO  510  J=1,NY
510  A(I,J)=0.0
     DDT=-D*DT
     H2=H*H
     H2DDT=H2-2*DDT
     DO  521  I=2,NY-1
     A(I,I+1)=DDT
     A(I,I)=H2DDT
     A(I,I-1)=DDT
521  B(I)=(Y(I)*DT+T0(I))*H2
     A(1,1)=1.0
     B(1)=T1(1)
     A(NY,NY-1)=1.0
     A(NY,NY)=-1.0
     B(NY)=0.0
     CALL  MATDEC(NY,NDIM,A,IPVT)
     CALL  MATSOL(NY,NDIM,A,IPVT,B,F)
     FA=0.0
     FF=0.0
     DO  530  I=1,NY-2
     FA=FA+(Y(I+2)-Y(I))**2
530  FF=FF+(T1(I+1)-F(I+1))**2
     FA=((3.*Y(1)-4.*Y(2)+Y(3))**2+(3.*Y(8)-4.*Y(7)+Y(6))**2)/8.+FA/4.
     FA=FA/H2
     FA=FF+0.5*(T1(NY)-F(NY))**2+ALPHA*FA
     RETURN
     END

C  ПОДПРОГРАММА  ВЫЧИСЛЕНИЯ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ
     SUBROUTINE  FUN(X,Y)
C  ******************************************************************
C  ВХОДНАЯ  И  ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ  -  СМ.  В  ОПИСАНИИ  SUBROUTINE  POISK4
C  ******************************************************************
     DIMENSION  X(1)
     COMMON  /COBLO0/  T0,  COMMON  /COBLO1/  T1,  COMMON  /COBLO2/  ALPHA,D,DT,H,N
     NDIM=2*N
     CALL  FIALPH(ALPHA,D,DT,H,NDIM,N,T0,T1,X,Y)
     RETURN
     END

C  ПОДПРОГРАММА,  ОРГАНИЗУЮЩАЯ  ВЫВОД  ПРОМЕЖУТОЧНЫХ  РЕЗУЛЬТАТОВ
     SUBROUTINE  OUT(X,FX,N,NFE)
C  ******************************************************************
C  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ  -  СМ.  В  ОПИСАНИИ  SUBROUTINE  POISK4
C  ******************************************************************
     DIMENSION  X(1)
     PRINT  10,NFE,FX
10   FORMAT(7X,'NFE=',I9,3X,'FUNCTION=',E12.4)
     DO  20  I=1,N
20   PRINT  30,X(I)
30   FORMAT(4X,E12.4)
     RETURN
     END
```

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

```
      SUBROUTINE  POISK4(X,FX,N,DX,EPS,FM,NFEMAX,FUN,OUT,IOUT)
C  ******************************************************************
C  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ
C  DX         -  ВЕКТОР  НАЧАЛЬНЫХ  ПРИРАЩЕНИЙ  ПО  ПАРАМЕТРАМ.
C  EPS       -  ОТНОСИТЕЛЬНАЯ  ПОГРЕШНОСТЬ  НАХОЖДЕНИЯ  ОПТИМАЛЬНОЙ  ТОЧКИ
C            (РЕКОМЕНДУЕТСЯ  ЗАДАВАТЬ  В  ДИАПАЗОНЕ  0.00001-0.001).
C  FM         -  ЗНАЧЕНИЕ,  ДО  КОТОРОГО  НУЖНО  МИНИМИЗИРОВАТЬ  ЦЕЛЕВУЮ  ФУНКЦИЮ
C            (ПРИ  FX.LE.FM  ПОИСК  ПРЕКРАЩАЕТСЯ).
C  FUN       -  ИМЯ  ПОДПРОГРАММЫ  ВЫЧИСЛЕНИЯ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ.
C  N          -  КОЛИЧЕСТВО  ПЕРЕМЕННЫХ.
C  NFEMAX  -  МАКСИМАЛЬНОЕ  ЧИСЛО  ВЫЧИСЛЕНИЙ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ.
C
C  ВХОДНО-ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ
C  X  -  НАЧАЛЬНОЕ  ЗНАЧЕНИЕ  ВЕКТОРА  НЕЗАВИСИМЫХ  ПЕРЕМЕННЫХ  (НА  ВХОДЕ),
C        ПОЛУЧЕННОЕ  ЗНАЧЕНИЕ  ВЕКТОРА  НЕЗАВИСИМЫХ  ПЕРЕМЕННЫХ,  МИНИМИЗИРУЮЩЕЕ
C   ЦЕЛЕВУЮ  ФУНКЦИЮ  (НА  ВЫХОДЕ).
C
C  ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ
C  FX  -  ЗНАЧЕНИЕ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ  ПРИ  ПОЛУЧЕННОМ  ЗНАЧЕНИИ  ВЕКТОРА  X.
C  ******************************************************************
C  ТРЕБУЕМЫЕ  ПОДПРОГРАММЫ
C  FUN  -  ПОДПРОГРАММА  ВЫЧИСЛЕНИЯ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ.
C            ЕЕ  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ  -  X  (ВЕКТОР  ЗНАЧЕНИЙ  ПЕРЕМЕННЫХ).
C            ЕЕ  ВЫХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ  -  Y  (ЗНАЧЕНИЕ  ФУНКЦИИ  ДЛЯ  ВЕКТОРА  X).
C  OUT  -  ПОДПРОГРАММА,  ОРГАНИЗУЮЩАЯ  ВЫВОД  ПРОМЕЖУТОЧНЫХ  РЕЗУЛЬТАТОВ.
C       ЕЕ  ВХОДНАЯ  ИНФОРМАЦИЯ  -  X  (ВЕКТОР  ЗНАЧЕНИЙ  ПЕРЕМЕННЫХ),
C            FX  (ЗНАЧЕНИЕ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ  В  ТОЧКЕ  X),  N  (РАЗМЕРНОСТЬ  ВЕКТОРА
C            X),  NFE  (ЧИСЛО  ВЫЧИСЛЕНИЙ  ЦЕЛЕВОЙ  ФУНКЦИИ).
C  ******************************************************************
C       ЭТА  ПОДПРОГРАММА  ПРИВЕДЕНА  В  КНИГЕ  КРУТЬКО  И  ДР.,  1988,  С.  272-275
      DIMENSION  X(N),DX(N),Y(10),Z(10),S(10,10),S1(10,10)
C    Y,Z  -  РАБОЧИЕ  МАССИВЫ  РАЗМЕРОМ  НЕ  МЕНЕЕ  N
C    S,S1  -  РАБОЧИЕ  МАССИВЫ  РАЗМЕРОМ  НЕ  МЕНЕЕ  (N,N)
      CALL  FUN(X,FX)
      NFE=1
      IF(IOUT.NE.0)  CALL  OUT(X,FX,N,NFE)
      IF(N.GT.1)  GO  TO  25
      PRINT  3
3     FORMAT('UNIDIMENSIONAL  SEARCH  IS  NECESSARY')
C    ОДНОМЕРНЫЙ  ПОИСК  В  ДАННОЙ  ВЕРСИИ  ПРОГРАММЫ  НЕ  РЕАЛИЗОВАН
      GO  TO  200
C    МНОГОМЕРНЫЙ  ПОИСК
25    DO  35  I=1,N
      DO  30  J=1,N
30    S(I,J)=0.
35    S(I,I)=DX(I)
      ALFA=1.
C    ЦИКЛ  ПО  НАПРАВЛЕНИЯМ  ПОИСКА
40    DO  95  I=1,N
      E=0.
      A=0.
      B=1.
      DO  45  J=1,N
      Y(J)=X(J)+ALFA*S(J,I)
45    E=E+ABS(Y(J)-X(J))/(ABS(X(J)+1.E-10))
C    ПРОВЕРКА  УСЛОВИЙ  ОКОНЧАНИЯ  ПОИСКА
      IF(E.LE.EPS.OR.FX.LE.FM.OR.NFE.GE.NFEMAX)  GO  TO  125
      CALL  FUN(Y,FY)
      NFE=NFE+1
      IF(FX.LE.FY)  GO  TO  55
      DO  50  J=1,N
      G=X(J)
      X(J)=Y(J)
```

DOI: doi.org/10.17816/edgcc90123

```
50  Y(J)=G
    G=FX
    FX=FY
    FY=G
    G=A
    A=B
    B=G
55  DO  60  J=1,N
60  Z(J)=X(J)+(X(J)-Y(J))
    C=A+(A-B)
    CALL  FUN(Z,FZ)
    NFE=NFE+1
    IF(FX.LE.FZ.OR.FX.LE.FM.OR.NFE.GE.NFEMAX)  GO  TO  70
    DO  65  J=1,N
65  X(J)=Z(J)
    FX=FZ
    A=C
    GO  TO  55
C    КВАДРАТИЧНАЯ  ИНТЕРПОЛЯЦИЯ  ПО  ТОЧКАМ  Y,  X,  Z
70  D=(FY-FX)+(FZ-FX)
    IF(D.LE.0)  GO  TO  90
    GAMA=(FY-FZ)/(2.*D)
    DO  75  J=1,N
75  Y(J)=X(J)+GAMA*(X(J)-Y(J))
    CALL  FUN(Y,FY)
    NFE=NFE+1
    B=A+GAMA*(A-B)
    ALAM=ALFA*ABS(A-C)/SQRT(D)
    IF(ALAM.LT.0.25)  ALAM=0.25
    IF(ALAM.GT.4.)  ALAM=4.
    IF(B.LT.0.)  ALAM=-ALAM
    DO  80  J=1,N
80  S(J,I)=ALAM*S(J,I)
    IF(FX.LE.FY)  GO  TO  90
    DO  85  J=1,N
85  X(J)=Y(J)
    FX=FY
    A=B
90  IF(ABS(A).GT.ABS(ALAM))  ALFA=2.*ALFA
    IF(ABS(A).LT.0.25*ABS(ALAM))  ALFA=0.5*ALFA
    IF(A.NE.0..AND.IOUT.EQ.1)  CALL  OUT(X,FX,N,NFE)
95  CONTINUE
C    ПРЕОБРАЗОВАНИЕ  МАТРИЦЫ  НАПРАВЛЕНИЙ
    G=1./SQRT(FLOAT(N))
    DO  115  I=1,N
    IF(I.EQ.1)  GO  TO  100
    G=1./SQRT(FLOAT((N-I+2)*(N-I+1)))
    G1=FLOAT(N-I+1)*G
100 DO  110  J=1,N
    A=0.
    DO  105  K=1,N
105 A=A+S(J,K)
    A=G*A
    IF(I.NE.1)  A=G1*S(J,I-1)-A
110 S1(J,I)=A
115 CONTINUE
    DO  120  I=1,N
    DO  120  J=1,N
120 S(I,J)=S1(I,J)
    GO  TO  40
125 IF(IOUT.NE.0)  CALL  OUT(X,FX,N,NFE)
200 RETURN
    END
```

ЛИТЕРАТУРА

1. Агеев М.И., Алик В.П., Марков Ю.И. 1981. Библиотека алгоритмов 151б-200б. М.: Радио и связь. 184 с. [Ageev M.I., Alik V.P., Markov Yu.I. 1981. Biblioteka algoritmov 151b-200b. Moscow: Radio i svyaz'. P. 184 (In Russian)]
2. Безденежных А.А. 1973. Инженерные методы составления уравнений скоростей реакций и расчета кинетических констант. Л.: Химия. 256 с. [Bezdenezhnykh A.A. 1973. Inzhenernye metody sostavleniya uravnenii skorostei reaktsii i rascheta kineticheskikh konstant. Leningrad: Khimiya. P. 256 (In Russian)]
3. Белявский А.А., Белявский Б.А., Соловьев А.Н. 1979. Расчет оптимальной модели электронно-оптической системы одного класса СВЧ-приборов // Вопросы математического моделирования / Под ред. В.Ф. Крапивина. М.: ИРЭ АН СССР. С. 179–184. [Belyavskii A.A., Belyavskii B.A., Solov'ev A.N. 1979. Raschet optimal'noi modeli elektronno-opticheskoi sistemy odnogo klassa SVCh-priborov // Voprosy matematicheskogo modelirovaniya / Ed. V.F. Krapivina. Moscow: IRE Academy of Sciences of the USSR. P. 179–184 (In Russian)]
4. Березин И.С., Жидков Н.П. 1966. Методы вычислений. Т. 1. М.: Наука. 632 с. [Berezin I.S., Zhidkov N.P. 1966. Metody vychislenii. T. 1. Moscow: Nauka. P. 632 (In Russian)]
5. Бирюков В.В., Кантере В.М. 1985. Оптимизация периодических процессов микробиологического синтеза. М.: Наука. 296 с. [Biryukov V.V., Kantere V.M. 1985. Optimizatsiya periodicheskikh protsessov mikrobiologicheskogo sinteza. Moscow: Nauka. P. 296. (In Russian)]
6. Блохина И.Н., Угодчиков Г.А. 1980. Исследование динамики микробных популяций (системный подход). Горький: Волго-Вятское кн. изд-во. 168 с. [Blokhina I.N., Ugodchikov G.A. 1980. Issledovanie dinamiki mikrobnykh populyatsii (sistemnyi podkhod). Gor'kii: Publishing house Volgo-Vyatskoe kn. P. 168 (In Russian)]
7. Бондаренко Н.Ф., Журавлев О.С., Швытов И.А. 1981. Моделирование трансформаций органических веществ в почвах // Моделирование биогеоценотических процессов / Под ред. В.В. Галицкого. М.: Наука. С. 136–141. [Bondarenko N.F., Zhuravlev O.S., Shvytov I.A. 1981. Modelirovanie transformatsii organicheskikh veshchestv v pochvakh // Modelirovanie biogeotsenoticheskikh protsessov / Ed. V.V. Galitskogo. Moscow: Nauka. P. 136–141 (In Russian)]
8. Бояринов А.И., Кафаров В.В. 1969. Методы оптимизации в химической технологии. М.: «Химия». 564 с. [Boyarinov A.I., Kafarov V.V. 1969. Metody optimizatsii v khimicheskoi tekhnologii. Moscow: «Khimiya». P. 564 (In Russian)]
9. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. 1978. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка. 292 с. [Verlan' A.F., Sizikov V.S. 1978. Metody resheniya integral'nykh uravnenii s programmami dlya EVM. Kiev: Naukova dumka. P. 292 (In Russian)]
10. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. 1984. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука. [Voskoboinikov Yu.E., Preobrazhenskii N.G., Sedel'nikov A.I. 1984. Matematicheskaya obrabotka eksperimenta v molekulyarnoi gazodinamike. Novosibirsk: Nauka (In Russian)]
11. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. 1983. Моделирование развивающихся систем. М.: Наука. [Glushkov V.M., Ivanov V.V., Yanenko V.M. 1983. Modelirovanie razvivayushchikhsya sistem. Moscow: Nauka (In Russian)]
12. Гончар-Зайкин П.П., Дынкин Л.Д., Дынкин С.Д., Журавлев О.С. 1981. Модель газообмена в системе «микроорганизмы-почва-атмосфера» // Моделирование биогеоценотических процессов / Под ред. В.В. Галицкого. М.: Наука. С. 142–148 [Gonchar-Zaikin P.P., Dynkin L.D., Dynkin S.D., Zhuravlev O.S. 1981. Model' gazoobmena v sisteme «mikroorganizmy-pochva-atmosfera» // Modelirovanie biogeotsenoticheskikh protsessov / Ed. V.V. Galitskogo. Moscow: Nauka. P. 142–148 (In Russian)]
13. Гончарский А.В., Черепащук А.М., Ягола А.Г. 1985. Некорректные задачи астрофизики. М.: Наука. 352 с. [Goncharskii A.V., Cherepashchuk A.M., Yagola A.G. 1985. Nekorrektnye zadachi astrofiziki. Moscow: Nauka. P. 352 (In Russian)]
14. Гущина И.Я. 1979. Программа поиска точки минимума неотрицательной функции многих переменных, имеющей две производные по всем направлениям // Вопросы математического моделирования / Под ред. В.Ф. Крапивина. М.: ИРЭ АН СССР. С. 284–286. [Gushchina I.Ya. 1979. Programma poiska tochki minimuma neotritsatel'noi funktsii mnogikh peremennykh, imeyushchei dve proizvodnye po vsem napravleniyam // Voprosy matematicheskogo modelirovaniya / Ed. V.F. Krapivina. Moscow: IRE Academy of Sciences of the USSR. P. 284–286 (In Russian)]
15. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. 1976. Численные методы. М.: Высш. шк. 368 с. [Danilina N.I., Dubrovskaya N.S., Kvasha O.P., Smirnov G.L., Feklisov G.I. 1976. Chislennye metody. Moscow: Vyssh. shk. P. 368 (In Russian)]
16. Димитров В.И. 1982. Простая кинетика. Новосибирск: Наука. [Dimitrov V.I. 1982. Prostaya kinetika. Novosibirsk: Nauka (In Russian)]
17. Журавлев О.С., Гончар-Зайкин П.П., Коновалов Н.Ю. 1985. Классификатор типовых вариантов управления режимами воспроизводства гумуса в неоднородном почвенном покрове // Тезисы докладов VII делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (9-13 сентября 1985 г., г. Ташкент). Ч. 3. Ташкент: Институт почвоведения и агрохимии АН УзССР. С. 23. [Zhuravlev O.S., Gonchar-Zaikin P.P., Konovalov N.Yu. 1985. Klassifikator tipovykh variantov upravleniya rezhimami vosproizvodstva gumusa v neodnorodnom pochvennom pokrove // Tezisy dokladov VII delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (9-13 sentyabrya 1985 g., g. Tashkent). Ch. 3. Tashkent: Institut pochvovedeniya i agrokhimii Academy of Sciences of the USSR. P. 23 (In Russian)]
18. Калиткин Н.Н. 1978. Численные методы. М.: Наука. 512 с. [Kalitkin N.N. 1978. Chislennye metody. Moscow: Nauka. P. 512 (In Russian)]
19. Кафаров В.В., Ветохин В.Н., Бояринов А.И. 1972. Программирование и вычислительные методы в химии и химической технологии. М.: Наука. [Kafarov V.V.,

Vetokhin V.N., Boyarinov A.I. 1972. Programmirovanie i vychislitel'nye metody v khimii i khimicheskoi tekhnologii. Moscow: Nauka (In Russian)]

20. Кафаров В.В., Винаров А.Ю., Гордеев Л.С. 1979. Моделирование биохимических реакторов. М.: Лесная пром-сть. 344 с. [Kafarov V.V., Vinarov A.J., Gordeev L.S. 1979. Modelling Biochemical Reactors. Moscow: Lesnaya Promyshlennost. P. 344 (In Russian)]
21. Кисляков Ю.Я. 1969. Алгоритм случайного спуска на АЛГОЛ-60 // Алгоритмы и программы случайного поиска / Под ред. Л.А. Растригина. Рига: Зинатне. С. 43–45. [Kislyakov Yu.Ya. 1969. Algoritm sluchainogo spuska na ALGOL-60 // Algoritmy i programmy sluchainogo poiska / Ed. L.A. Rastrigina. Riga: Zinatne. P. 43–45 (In Russian)]
22. Коваленко П.И. 1983. Автоматизация мелиоративных систем. М.: Колос. 304 с. [Kovalenko P.I. 1983. Avtomatizatsiya meliorativnykh sistem. Moscow: Kolos. P. 304 (In Russian)]
23. Ковда В.А. 1973. Основы учения о почвах. Общая теория почвообразовательного процесса. Кн. первая. М.: Наука. С. 33–34. [Kovda V.A. 1973. The principles of pedology. General theory of soil formation. First book. Moscow: Publishing house "Nauka". P. 33–34 (In Russian)]
24. Козловский Ф.И. 1977. О структуре миграции солевых растворов в почвах и ее значении при математическом моделировании солепереноса // Тезисы докладов V делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (11-15 июля 1977 г., г. Минск). Вып. VIII. Минск: Белорусский научно-исследовательский нститут почвоведения и агрохимии. С. 124–126. [Kozlovskii F.I. 1977. O strukture migratsii solevykh rastvorov v pochvakh i ee znachenii pri matematicheskom modelirovanii soleperenosa // Abstracts V delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., g. Minsk). Issue VIII. Minsk: Belorusskii nauchno-issledovatel'skii nstitut pochvovedeniya i agrokhimii. P. 124–126 (In Russian)]
25. Копченова Н.В., Марон И.А. 1972. Вычислительная математика в примерах и задачах. М.: Наука. [Kopchenova N.V., Maron I.A. 1972. Vychislitel'naya matematika v primerakh i zadachakh. Moscow: Nauka (In Russian)]
26. Кошлак Г.Я. 1973. Основная программа № 0812: Неявный метод решения одномерного дифференциального уравнения в частных производных параболического типа // Набор программ для малой электронной цифровой вычислительной машины «Мир». Т. 2, Кн. 5. Киев: Наукова думка. С. 3–13. [Koshlak G.Ya. 1973. Osnovnaya programma № 0812: Neyavnyi metod resheniya odnomernogo differentsial'nogo uravneniya v chastnykh proizvodnykh parabolicheskogo tipa // Nabor programm dlya maloi elektronnoi tsifrovoi vychislitel'noi mashiny «Mir». T. 2, Book 5. Kiev: Naukova dumka. P. 3–13 (In Russian)]
27. Крутько П.Д., Максимов А.И., Скворцов Л.М. 1988. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем. М.: Радио и связь. 306 с. [Krut'ko P.D., Maksimov A.I., Skvortsov L.M. 1988. Algoritmy i programmy proektirovaniya avtomaticheskikh sistem. Moscow: Radio i svyaz'. P. 306 (In Russian)]
28. Куртенер Д.А., Чудновский А.Ф. 1979. Агрометеорологические основы тепловой мелиорации почв. Л.: Гидрометеоиздат. [Kurtener D.A., Chudnovskii A.F. 1979. Agrometeorologicheskie osnovy teplovoi melioratsii pochv. Leningrad: Gidrometeoizdat (In Russian)]
29. Лисецкий Ф.Н., Швебс Г.И. 1985. Обоснование и раскрытие составляющих модели оптимизации использования почвенных ресурсов // Тезисы докладов VII делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (9-13 сентября 1985 г., г. Ташкент). Ч. 1. Ташкент: Институт почвоведения и агрохимии АН УзССР. С. 127. [Lisetskii F.N., Shvebs G.I. 1985. Obosnovanie i raskrytie sostavlyayushchikh modeli optimizatsii ispol'zovaniya pochvennykh resursov // Tezisy dokladov VII delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (9-13 sentyabrya 1985 g., g. Tashkent). Ch. 1. Tashkent: Institut pochvovedeniya i agrokhimii Academy of Sciences of the UzSSR. P. 127 (In Russian)]
30. Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. 1977. Методы вычислений. (Численный анализ. Методы решения задач математической физики). Киев: Вища шк. 408 с. [Lyashko I.I., Makarov V.L., Skorobogat'ko A.A. 1977. Metody vychislenii. (Chislennyi analiz. Metody resheniya zadach matematicheskoi fiziki). Kiev: Vishcha shk. P. 408 (In Russian)]
31. Марчук Г.И. 1980. Методы вычислительной математики. М.: Наука. 536 с. [Marchuk G.I. 1980. Metody vychislitel'noi matematiki. Moscow: Nauka. P. 536 (In Russian)]
32. Мироненко Е.В., Пачепский Я.А. 1980. Водная миграция ионов и химических соединений в почвах. Линейные модели. Материалы по математическому обеспечению ЭВМ. Пущино. [Mironenko E.V., Pachepskii Ya.A. 1980. Vodnaya migratsiya ionov i khimicheskikh soedinenii v pochvakh. Lineinye modeli. Materialy po matematicheskomu obespecheniyu EVM. Pushchino (In Russian)]
33. Микеладзе Ш.Е. 1953. Численные методы математического анализа. М.: Гос. издат. тех.-теор. лит-ры. [Mikeladze Sh.E. 1953. Chislennye metody matematicheskogo analiza. Moscow: Publishing house tekh.-teor. lit-ry (In Russian)]
34. Носко Б.С., Чесняк Г.Я., Дуда Г.Г., Трускавецкий Р.С. 1985. Диагностика, моделирование и оптимизация плодородия основных типов почв УССР в интенсивных системах земледелия // Тезисы докладов VII делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (9-13 сентября 1985 г., г. Ташкент). Ч. 3. Ташкент: Институт почвоведения и агрохимии АН УзССР. С. 3–6. [Nosko B.S., Chesnyak G.Ya., Duda G.G., Truskavetskii R.S. 1985. Diagnostika, modelirovanie i optimizatsiya plodorodiya osnovnykh tipov pochv USSR v intensivnykh sistemakh zemledeliya // Abstracts VII delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (9-13 sentyabrya 1985 g., g. Tashkent). Ch. 3. Tashkent: Institut pochvovedeniya i agrokhimii Academy of Sciences of the UzSSR. P. 3–6 (In Russian)]
35. Орлов Д.С., Минько О.И., Аммосова Я.М., Каспаров С.В., Глаголев М.В. 1987. Методы исследования газовой функции почвы // Современные физические и химические методы исследования почв. М.: Изд-во МГУ. С. 118–156. [Orlov D.S., Min'ko O.I., Ammosova Ya.M., Kasparov S.V., Glagolev M.V. 1987. Metody issledovaniya

gazovoi funktsii pochvy // Sovremennye fizicheskie i khimicheskie metody issledovaniya pochv. Moscow: Publishing house MGU. P. 118–156 (In Russian)]

36. Паников Н.С. 1984. Использование кинетического подхода при изучении роста микроорганизмов в биогеоценозах // Микроорганизмы как компонент биогеоценоза / Под ред. акад. Е.Н. Мишустина. М.: Наука. С. 75–83. [Panikov N.S. 1984. Ispol'zovanie kineticheskogo podkhoda pri izuchenii rosta mikroorganizmov v biogeotsenozakh // Mikroorganizmy kak komponent biogeotsenoza / Ed. akad. E.N. Mishustina. Moscow: Nauka. P. 75–83 (In Russian)]
37. Полак Л.С., Гольденберг М.Я., Левицкий А.А. 1984. Вычислительные методы в химической кинетике. М.: Наука. 280 с. [Polak L.S., Gol'denberg M.Ya., Levitskii A.A. 1984. Vychislitel'nye metody v khimicheskoi kinetike. Moscow: Nauka. P. 280 (In Russian)]
38. Преображенский Н.Г., Пикалов В.В. 1982. Неустойчивые задачи диагностики плазмы. Новосибирск: Наука. С. 9. [Preobrazhenskii N.G., Pikalov V.V. 1982. Neustoichivye zadachi diagnostiki plazmy. Novosibirsk: Nauka. P. 9 (In Russian)]
39. Сиднева В.П., Яковлева М.Е. 1985. Вопросы математического моделирования по управлению известкованием почв // Тезисы докладов VII делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (9-13 сентября 1985 г., Ташкент). Ч. 1. Ташкент: Институт почвоведения и агрохимии АН УзССР. С. 133. [Sidneva V.P., Yakovleva M.E. 1985. Voprosy matematicheskogo modelirovaniya po upravleniyu izvestkovaniem pochv // Abstracts VII delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (9-13 sentyabrya 1985 g.,Tashkent). Ch. 1. Tashkent: Institut pochvovedeniya i agrokhimii Academy of Sciences of the UzSSR. P. 133 (In Russian)]
40. Соболь И.М. 1973. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука. 312 с. [Sobol' I.M. 1973. Chislennye metody Monte-Karlo. Moscow: Nauka. P. 312 (In Russian)]
41. Фишман В.М., Бирюков В.В., Марьяш Б.З. 1969. Принципы математического описания промышленных микробиологических процессов // Инженерные проблемы микробиологического синтеза (Материалы всесоюзной конференции по проблемам биоинженерии) / Под ред. Е.С. Былинкиной и В.В. Бирюкова. М.: ВНИИ Антибиотиков. С. 219–226. [Fishman V.M., Biryukov V.V., Mar'yash B.Z. 1969. Printsipy matematicheskogo opisaniya promyshlennykh mikrobiologicheskikh protsessov // Inzhenernye problemy mikrobiologicheskogo sinteza (Materialy vsesoyuznoi konferentsii po problemam bioinzhenerii) / Ed. E.S. Bylinkinoi i V.V. Biryukova. Moscow: VNII Antibiotikov. P. 219–226. (In Russian)]
42. Bazaraa M.S., Shetty C.M. 1979. Nonlinear Programming Theory and Algorithms. New York *etc*.: John Wiley and Sons.
43. Collatz L. 1964. Funktionalanalysis und numerische mathematik. Berlin *etc*.: Springer-Verlag.
44. Cornish-Bowden A. 1976. Principles of Enzyme Kinetics. London *etc*.: Butterworth & Co.
45. Gill P.E., Murray W., Wright M.H. 1981. Practical Optimization. London *etc*.: Academic Press.
46. Glagolev M.V. 2021. Mathematical modeling in soil biokinetics // Environmental Dynamics and Global Climate Change. Vol. 12. No. 2. P. 123–144.
47. Himmelblau D.M. 1972. Applied Nonlinear Programming. – McGraw-Hill Book Company.
48. Huber P.J. 1981. Robust Statistics. New York *etc*.: John Wiley and Sons.
49. Lattes R., Lions J.-L. 1967. Methode de quasi-reversibilite et applications. Paris: Dunod.
50. Rosenbrock H.H., Storey C. 1966. Computational Techniques for Chemical Engineers. Oxford *etc*.: PERGAMON PRESS.
51. Shoup T.E. 1979. A Practical Guide to Computer Methods for Engineers. Englewood Cliffs, N.J.: PRENTICE-HALL, Inc.

Received: 09.09.2021
Revised: 20.11.2021
Accepted: 20.12.2021

УДК 577.4
DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

KOSTYCHEV-ORLOV EQUATION AND FIRST MATHEMATICAL MODELS OF HUMUS DYNAMICS

M.V. Glagolev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

Corresponding author: M.V. Glagolev, m_glagolev@mail.ru

Цитирование: Glagolev M.V. 2021. Kostychev-Orlov equation and first mathematical models of humus dynamics // Environmental Dynamics and Global Climate Change. V. 12. No. 2. P. 167–187. DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

This work is a report written at the suggestion of the talented Soviet scientist V.V. Zelenev in 1986–1987, when the author was a 4th year student at the Faculty of Soil Science, M.V. Lomonosov Moscow State University.

The report analyzes the equation proposed at the dawn of soil science by P.A. Kostychev for the maximum level of humus accumulation (and later modified by D.S. Orlov). It is shown that from the point of view of mathematics, the Kostychev equation is meaningless and has no solution at all. Improved by Orlov, it already has solution, but it seems that it still cannot be effectively used. In this regard, various types of those mathematical models of humus dynamics are considered, which were used by specialists in soil science and ecology.

Keywords: humus accumulation, mathematical modeling, partial differential equation, ordinary differential equation.

Данная работа представляет собой материалы доклада[1], подготовленные по предложению талантливого советского ученого В.В. Зеленева в 1986–1987 гг. в бытность автора студентом 4-го курса факультета почвоведения[2] МГУ им. М.В. Ломоносова.

В докладе приводится анализ уравнения, предложенного на заре почвоведения П.А. Костычевым для максимального уровня накопления гумуса (и в дальнейшем модифицированного Д.С. Орловым). Показано, что с точки зрения математики уравнение Костычева лишено смысла и вообще не имеет решения. Усовершенствованное Орловым, оно уже имеет решения, однако эффективно использоваться, по-видимому, все равно не может. В связи с этим рассматриваются различные типы тех математических моделей динамики гумуса, которые реально использовались специалистами в почвоведении и экологии.

Ключевые слова: накопление гумуса, математическое моделирование, распределенные модели, сосредоточенные модели.

[1] Данный доклад под названием «Об уравнении Костычева-Орлова и современных математических моделях гумусонакопления» был подготовлен для выступления на 3-ей Выездной (Пущинской) зимней школе факультета почвоведения МГУ, прошедшей в 1987 г., но по очевидным причинам выступление автора с таким докладом было невозможно. Публикуемый ныне текст восстановлен нами по сохранившимся наброскам и черновикам. При этом ***ссылки и список литературы были оформлена нами*** по правилам данного журнала, в частности, одному из издателей пришлось — в тесном контакте с автором — в ряде литературных ссылок добавить конкретные страницы, поскольку в рукописи номера страниц в большинстве случаев указаны не были. Кроме того, рисунки были перерисованы с использованием современных средств, поскольку в «рукописи» были представлены невразумительными набросками от руки на клочках бумаги. — *Примечание издателей (к.б.н. Д.В. Ильясова и М.В. Янина).*

[2] Параллельно М.В. Глаголев обучался по индивидуальному учебному плану на факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова. – *Примечание издателей.*

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

Я пошел по их стопам..., но они мне показались убогими и лишенными реального значения.

N. Wiener, 1958

Таким образом, гипотеза... оказалась несостоятельной со всех точек зрения, хотя она и пользовалась почти всеобщим признанием на протяжении 20 лет. (Последнее можно объяснить огромным авторитетом автора и отсутствием... чего-либо лучшего.)

Б.А. Воронцов-Вельяминов, 1985

ВВЕДЕНИЕ

Пионеры математического моделирования динамики органического вещества почв

Детищем нового времени явилось довольно широкое проникновение математических методов в почвоведение [Крупеников, 1981, с. 286]. Причем сложность объекта исследования, многочисленность и разнообразие протекающих в почве процессов делают математическое моделирование (МаМ)[1] одним из важнейших методов исследования в почвоведении. Наиболее разработаны два подхода МаМ в почвоведении: детерминированный и стохастический. Первый ставит целью выяснение и математическое описание физической сущности явлений, например модели различных аспектов переноса в почвах. Второй подход учитывает вероятностный характер изучаемых явлений. При этом не вскрывается их сущность, а отражаются наблюдаемые результаты или строятся прогнозирующие модели по принципу «черного ящика» [Галицкий и др., 1977; Павлова и др., 1977; Куртенер и Чудновский, 1979; Мироненко и Пачепский, 1980; Гончар-Зайкин и др., 1981; Орлов и др., 1987, с. 147–149][2]. Особое место среди почвенных приложений математики занимает моделирование динамики органического вещества (в частности, гумуса), которому посвящено чрезвычайно много работ — см., например, [Довнар, 1977; Hunt, 1977; Гильманов, 1978; Бондаренко и др., 1981; Bosatta and Ågren, 1985]. И это вполне понятно.

Поскольку гумус является важным фактором почвенного плодородия, количественное описание процессов гумификации растительных остатков и органических удобрений, минерализации гумуса и его динамики в почвах составляет важную задачу современного почвоведения. Один из перспективных методов решения этой задачи — математическое моделирование. Оно позволяет оценить интенсивность разложения в почве органической массы, образования гумуса и его минерализации, основываясь на различного рода косвенных данных; непосредственное экспериментальное определение этих характеристик трудоемко и методически чрезвычайно сложно [Мамихин и Тихомиров, 1984]. Но когда возник интерес к данному вопросу? Кто же был первым? Пожалуй, прежде всего в памяти всплывает имя Владимира Александровича Костицына.

В.А. Костицын активно участвовал в революционных событиях. В 1905 г. вынужден был уехать в эмиграцию, где долгое время жил в Женеве в те годы, когда там жил В.И. Ленин. В этот период В.А. Костицын был близок к большевикам [Моисеев, 1984, с. 4]. Конечно, как каждый честный советский человек, Владимир Александрович не мог оставаться вдали от Родины в годину суровых испытаний. И происходившее ранее общение с передовыми людьми той эпохи (а, возможно, и с самим Владимиром Ильичом) не могло не способствовать необыкновенному интеллектуальному (и, соответственно, карьерному) взлету Костицына, произошедшему в этот период.

В.А. Костицын вернулся в Россию не позднее 1914 г. и уже в 1917 г. был назначен политкомиссаром полка, а в начале 20-х гг. избирается профессором математики химического факультета МГУ. Одновременно он работает в Главнауке Наркомпроса РСФСР, тесно сотрудничает с В.И. Вернадским (не только в области геофизики и геохимии, но и помогает в решении административных вопросов по управлению Радиевым институтом). С конца 20-х гг. начинается плодотворная и многолетняя работа В.А. Костицына с В. Вольтерра. Постепенно (под влиянием последнего) интересы В.А. Костицына все в большей степени сосредоточиваются на проблемах экологии. В результате он стал первым профессиональным математиком, целиком посвятившим себя развитию математических моделей процессов в биосфере [Моисеев, 1984, с. 4–5, 7]. И, в частности, в [Kostitzin, 1935] им была построена глобальная модель, содержащая 5 переменных: x — массу свободного атмосферного кислорода; y — общую массу CO_2 в атмосфере и в океане; s — общую массу O и C в рассеяных в земной коре мертвых остатках живых существ; v и u — общую массу этих элементов в живущих ныне, соответственно, растениях и животных. Для переменной s Костицын предложил дифференциальное уравнение

$$ds/dt = \alpha_{35} \cdot u + \alpha_{45} \cdot v. \quad (1)$$

[1] Галицкий и др. [1977] кроме математического отдельно рассматривают программное моделирование и аналоговое. Это конечно, неправильно – см. «ПРИЛОЖЕНИЕ: Об одной ошибочной классификации типов моделирования».

[2] В рукописи доклада последняя ссылка выглядела так: «Орлов и др., принята к публикации». Проконсультировавшись с автором, мы установили что это за работа и теперь даем правильную ссылку на нее, поставив конкретные страницы для удобства читателя. – *Примечание издателей*.

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

Очевидно, что переменная s в значительной мере соответствует массе органического вещества почвы (о чем пишет и сам Костицын, например, определяя член $\alpha_{35} \cdot u$ как «обогащение почвы в результате разложения трупов животных»; аналогично, член $\alpha_{45} \cdot u$ описывает поступление в почву O и C в составе отмирающих частей растений). К сожалению, эта модель «повисла в воздухе».

Действительно, в почвоведении цели моделирования (выступающего как метод научного исследования) состоят в том, чтобы, во-первых, разработать модели, дающие хорошее описание реальных процессов и, во-вторых, по отработанным моделям произвести расчет количественных характеристик, т.е. решить задачу прогноза. Ценность всякой модели определяется степенью ее адекватности реальной действительности и возможностью ее использования для прогнозов и генерации новых идей [Галицкий и др., 1977]. Но в [Kostitzin, 1935] читаем: «Что касается коэффициентов в уравнении... ошибки могли бы оказаться существенными, если бы нас интересовали численные результаты. Однако при низкой точности данных, которыми мы можем располагать, доводить изучение проблемы до численных оценок было бы самообманом». В результате, Костицын не решился дать никаких численных оценок коэффициентов модели, а потому не смог достигнуть ни первой, ни второй цели моделирования — не доказал, что его модель обеспечивает хорошее описание реальных процессов и не решил задачу прогноза. Это в значительной степени обесценивает его модель. Но, более того, даже если бы численные значения параметров были определены, все равно использовать предложенное Костицыным уравнение было бы нельзя, поскольку оно — неверное[1].

[1] В связи с этим я не буду рассматривать остальные уравнения модели Костицына – раз уж самое для нас основное уравнение никуда не годится. Вообще, может показаться странным, что Костицын сделал такую ошибку — забыл о возможности разложения органики. Однако, если посмотреть с, так сказать, общественно-политической точки зрения, ничего удивительного тут нет. К сожалению, я не смог найти подробную биографию Костицына, но из тех скупых сведений, которые сообщает Н.Н. Моисеев [1984, с. 5] («Начало второй мировой войны застало В.А. Костицына в Париже... Умер В.А. Костицын в Париже в 1963 г.») можно с большой вероятностью сделать вывод, что в какой-то момент он эмигрировал, фактически, предал Родину. Естественно, лишенный животворящих корней, любой эмигрант зачахнет и увянет, что для бывшего ученого неизбежно должно выразиться в утере интеллектуального потенциала.

В почве протекают процессы распада и новообразования гумуса [Довнар, 1977]. Понятно, что если в уравнении для скорости суммарного изменения концентрации органики слагаемое, соответствующее образованию гумуса, будет положительным, то распад гумуса должен описываться членом с противоположным знаком. Однако, как видим, уравнение Костицына подразумевает возможность только накопления (образования) органического вещества почвы, но не его разложения — в это уравнение входят слагаемые только одного и того же знака. К счастью, пионерская работа советского ученого была удачно дополнена другими исследователями.

Многое в этом отношении сделал Г. Иенни [Крупеников, 1981, с. 286], уделявший существенное внимание именно описанию разложения органики. Но, оказывается, это все были последователи, а вот первооткрыватель жил и творил намного раньше...

Орлов [1985] высказывает предположение о том, что впервые количественно решал вопрос о максимальных уровнях накопления гумуса в различных почвах П.А. Костычев. И сожалеет по поводу того, что «...почти через 100 лет после работ П.А. Костычева появляются в печати публикации, посвященные математическому моделированию гумусонакопления, в которых даже не упоминаются приоритетные идеи и расчеты П.А. Костычева». Однако, склоняя голову перед первопроходцем, мы не можем не захотеть разобраться: есть ли в математических идеях Костычева что-нибудь замечательное кроме их седой древности.

Поэтому, во-первых, целью моего доклада будет анализ (с чисто математической точки зрения) этих «приоритетных идей и расчетов», призванный ответить на простой вопрос: есть ли в них что-либо разумное или же они не упоминаются современными специалистами просто потому, что представляют собой очевидную ерунду. Забегая вперед, скажу, что поскольку так и оказалось, то, разумеется, было бы нелепо привлекать ваше внимание лишь к этой чепухе, поэтому, во-вторых, я счел необходимым дать краткий обзор современных математических моделей в этой области.

Уравнение Костычева

Поставив задачу оценить предельный уровень накопления органического вещества в почвах, П.А. Костычев пришел к простому выводу о том, что прироста гумуса не будет, если поступление органического вещества равно его разложению; но более важен, по его мнению, другой случай, когда разлагается органического вещества в почве меньше, чем его поступает с

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

растительными остатками, но и при этом накопление гумуса не может продолжаться бесконечно. По мнению П.А. Костычева, прирост органического вещества прекратится тогда, когда будет соблюдаться равенство[1]:

$$0.5A + (0.5)^2A + ... + (0.5)^{n-1}A = A,$$

где A — ежегодный прирост органического вещества на той же площади (взят условно), n — число лет наблюдения [Орлов, 1985].

К сожалению, мне не довелось познакомиться с этим уравнением непосредственно в первоисточнике, так что остается только поверить, что Орлов воспроизвел это довольно странное уравнение верно. Итак, в дальнейшем будет проанализировано данное уравнение, а также его обобщение, предложенное химиком почв Орловым [1985].

Используемые сокращения

АМУ — аналоговые моделирующие устройства;

МаМ — математическое моделирование;

ОДУ — обыкновенное дифференциальное уравнение;

УЧП — уравнение в частных производных;

ЭВМ — электронная вычислительная машина;

ЭЦВМ — электронно-цифровая вычислительная машина.

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ КОСТЫЧЕВА-ОРЛОВА

Анализ уравнения Костычева

Орлов [1985] считает, что одно из частных следствий этого закона заключается в возможности определения возраста почвы, начиная с ее образования и до момента установления равновесия. С математической точки зрения задача заключается в том, чтобы решить уравнение относительно n. Очевидно, что правую и левую части уравнения Костычева мы можем поделить на A. Тогда:

$$0.5 + (0.5)^2 + ... + (0.5)^{n-1} = 1. \qquad (2)$$

Как известно сумма ряда, стоящего в левой части формулы, может быть найдена аналитически. В общем виде (см., например, [Hamming, 1962, §3.2]):

$$\sum_0^m k^x = \frac{k^{m+1}-1}{k-1}.$$

Однако нам нужен ряд, начинающийся не с k^0, а с k^1. Поскольку $k^0 = 1$, то

$$\sum_0^m k^x = k^0 + \sum_1^m k^x = 1 + \sum_1^m k^x = \frac{k^{m+1}-1}{k-1}.$$

Таким образом,

$$\sum_1^m k^x = \frac{k^{m+1}-1}{k-1} - 1 = \frac{k^{m+1}-1-(k-1)}{k-1} = \frac{k^{m+1}-k}{k-1}.$$

Если $k < 1$, то удобнее записать формулу в следующем виде:

$$\sum_1^m k^x = \frac{k-k^{m+1}}{1-k}. \qquad (3)$$

В частном случае уравнения Костычева имеем $k = 0.5$, $m = n - 1$. Следовательно

$$\sum_1^m k^x = \sum_1^{n-1} k^x = \frac{k-k^n}{1-k} = \frac{0.5-0.5^n}{1-0.5} = \frac{0.5-0.5^n}{0.5} = 1-0.5^{n-1}.$$

Проверим полученную формулу на нескольких примерах. Пусть $n = 2$, тогда весь ряд состоит лишь из 1 члена (0.5) и, естественно, сумма ряда равна этому члену. И по выведенной выше формуле имеем: $1 - 0.5^{2-1} = 1 - 0.5 = 0.5$. Пусть теперь $n = 3$, тогда ряд содержит 2 члена и их сумма $0.5 + 0.5^2 = 0.5 + 0.25 = 0.75$. И по нашей формуле имеем: $1 - 0.5^{3-1} = 1 - 0.5^2 = 0.75$. Наконец, пусть $n = 4$, тогда в ряду 3 члена, а их сумма $0.5 + 0.5^2 + 0.5^3 = 0.875$. По формуле получаем то же самое: $1 - 0.5^{4-1} = 1 - 0.5^3 = 0.875$. Да, все правильно, формула работает!

Но вывод этой формулы был не самоцелью. Напомню, что задача-максимум: решить уравнение Костычева, т.е. найти из него численное значение n. Итак, подставим формулу для суммы ряда в правую часть уравнения (2). Получим:

$$1 - 0.5^{n-1} = 1 \quad => \quad 0.5^{n-1} = 0.$$

Очевидно, что ни при каком конечном n последнее равенство не выполняется (оно выполняется только при $n = \infty$). В этой связи совершенно непонятно звучит утверждение Орлова [1985] о том, что «приблизительные оценки П.А. Костычева дали для чернозема возраст от 11 000 до 25 000 лет». Почему именно такие значения? Откуда вообще может взяться ***разброс*** (от 11 до 25 тыс.)? При $n = 11\,000$ последнее равенство, конечно, не выполняется в точности, однако его погрешность составляет весьма малую величину: $0.5^{11000-1} \approx 10^{-3311}$, т.е. практически 0. Но с таким же успехом можно было бы сказать, что «при-

[1] О нем Орлов [1985] патетически восклицает: «Думается, что мы вправе и более того обязаны назвать это положение как *закон Костычева максимального гумусонакопления*».

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

близительная оценка дала возраст 67 лет». Ведь $0.5^{67-1} \approx 0.00000000000000000001$, а это — тоже, практически, 0. По крайней мере на БЭСМ-6 вещественные константы Фортрана, который все мы использовали во время практических занятий по программированию на 2-ом курсе, должны быть (по модулю) больше 0.5^{65}, а число 0.5^{66} будет неотличимо от 0.

Итак, совершенно ясно, что Костычев со своим уравнением — законом максимального гумусонакопления — «сел в лужу» (впрочем, это вполне простительно, учитывая, его происхождение из крепостных дворовых людей помещиков Петровых [Орлов, 1985] и того плачевного положения, в котором пребывало образование в царской России середины XIX в.). А что же современные почвоведы?

Уравнение Костычева-Орлова

Орлов [1985] считает, что «следует заменить величину 0.5 на дифференцированный по зонам коэффициент k, и тогда закон... можно записать в виде: $kA + k^2A + ... + k^{n-1}A = A$». Данный «закон», таким образом, уместно будет назвать ***уравнением Костычева-Орлова***. Никаких новых сложностей анализ этого уравнения не содержит. Поскольку в левой части мы опять имеем хорошо известную еще со школы геометрическую прогрессию, то можем воспользоваться формулой (3), в результате чего получим:

$$\frac{k-k^n}{1-k}=1 \Rightarrow k-k^n=1-k \Rightarrow 2\cdot k-1=k^n \Rightarrow$$
$$\Rightarrow n=\frac{\ln(2\cdot k-1)}{\ln(k)}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что при $2 \cdot k > 1$ (т.е. при $k > 0.5$) уравнение Костычева-Орлова имеет действительное решение и при том единственное. Однако мне представляется, что уравнение Костычева-Орлова все равно не найдет широкого применения в почвоведении. Действительно, чему равно численное значение k?

Орлов [1985] учит нас, что k представляет собой «дифференцированный по зонам коэффициент». Но как (конкретно!) рассчитать k в той или иной зоне (т.е. для того или иного зонального типа почв)? Нет ответа. Более того, хочу обратить внимание на одно неприятное свойство коэффициента k: очень небольшому изменению k соответсвует огромное изменение n.

Например, для образования плодородной вулканической почвы требуется всего 10–20 лет [Ковда, 1973, с. 254], т.е. в данном случае можно считать, что n не менее 10. Какое значение k соответствует $n = 10$? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно решить уравнение (4) относительно k, т.е. выразить k через n или, иначе говоря, k — как функцию n (тогда как сейчас мы имеем, наоборот, n как функцию k).

Как известно, далеко не всякое уравнение может быть решено точно. В первую очередь это относится к большинству трансцендентных уравнений, т.е. уравнений, в которых неизвестная находится под знаком трансцендентной функции [Гутер и Резниковский, 1971, с. 34]. Очевидно, что уравнение (4) — трансцендентное, и аналитически в общем виде решить его невозможно (или, по крайней мере, я не знаю, как это сделать).

Однако точное решение уравнения не всегда является необходимым. Задачу отыскания корней уравнения можно считать практически решенной, если мы сумеем определить корни с нужной степенью точности. Методом подбора корней [Гутер и Резниковский, 1971, с. 34, 63] легко найти $k(10) = 0.50049313$. А, как мы видели выше, бесконечно большому количеству лет формирования почвы (начиная с ее образования и до момента установления равновесия, когда поступление органического вещества равно его разложению) соответствует $k(\infty) = 0.5$. Следовательно, всем возможным значениям возраста почвы (сотни, тысячи, десятки тысяч лет [Ковда, 1973, с. 254-266]) соответствуют какие-то значения коэффициента k, заключенные в очень узком интервале: $0.5000 < k < 0.5005$.

Кстати, тот факт, что все корни оказываются весьма близки к 0.5, позволяет дать очень простое ***приближенное*** аналитическое решение уравнения (4). Для удобства введем новую переменную x, такую, что $k = 0.5 + x$ (т.е. $x = k - 0.5$). Тогда (4) можно переписать в следующем виде:

$$n = \ln(x \cdot 2)/\ln(0.5 + x).$$

Поскольку $0.5 >> x$, можно считать, что

$$0.5 + x \approx 0.5, \quad (5)$$

следовательно,

$$n \approx [\ln(x) + \ln(2)]/\ln(0.5) = \ln(x)/\ln(0.5) + \ln(2)/\ln(0.5) = \ln(x)/\ln(0.5) - 1.$$

Отсюда

$$\ln(x)/\ln(0.5) \approx n + 1 \Rightarrow$$
$$\ln(x) \approx (n + 1)\cdot\ln(0.5) \Rightarrow x \approx e^{(n+1)\cdot\ln(0.5)}.$$

Окончательно (для k) имеем:

$$k \approx 0.5 + e^{(n+1)\cdot\ln(0.5)} = 0.5 + 0.5^{n+1} = 0.5\cdot(1 + 0.5^n). \quad (6)$$

Например, для $n = 10$ получаем: $k \approx 0.5 + e^{(n+1)\cdot\ln(0.5)} \approx 0.5004883$, т.е. относительная погрешность определения корня по полученной выше формуле составила $(0.5004931 - 0.5004883)/0.5004931 \sim 10^{-6}$, т.е. $\sim 10^{-4}\%$. Понятно, что для $n > 10$ точность вычисления

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

k по приближенной формуле (6) будет еще лучше, поскольку чем больше n, тем меньше x, и, следовательно, тем точнее выполняется приближенное равенство (5) в предположении которого получена формула (6). Теперь, имея эту замечательную формулу, нетрудно будет оценить значения предложенного Орловым коэффициента k для почв принципиально разного возраста.

Еще В.В. Докучаев (1883) установил, что в течение 760 лет на известковых плитах Староладожской крепости образовались почвы, представляющие полный аналог растительно-наземных почв, лежащих на различного рода известковых образованиях [Ковда, 1973, с. 254]. Легко вычислить, что для $n = 760$

$$k \approx 0.5\underbrace{00...00}_{228\,нулей}8.$$

Возраст черноземов по гумусу составляет около 7.5 тыс. лет [Ковда, 1973, с. 254]. Тогда (для $n = 7500$) будем иметь

$$k \approx 0.5\,\underbrace{00...00}_{2257\,нулей}\,9.$$

Как видим, предложенный химиком почв Орловым коэффициент, который якобы различается для разных природных зон, на практике всегда оказывается, фактически, равным 0.5. И кому же нужен такой коэффициент? Думается, что никому. Поэтому могу предсказать, что никто его применять не будет. Впрочем, химика почв Орлова извиняет то, что он именно химик, а не математик.

Но экология, по свидетельству Свирежева [1981], представляет собой ту область, куда математические методы проникли наиболее глубоко, настолько, что математическую экологию можно считать одной из ветвей прикладной математики. Понятно, что прикладной математикой должны заниматься не химики (тем более — химики почв), а математики. Поэтому теперь обратимся к моделям, созданным настоящими специалистами.

СОВРЕМЕННЫЕ[1] СОСРЕДОТОЧЕННЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПОЧВЕННОЙ ОРГАНИКИ

Построение комплексных имитационных моделей с целью изучения, управления и конструирования экосистем на основе системного подхода в настоящее время выступает как наиболее важная и актуальная задача экологии и смежных естественных наук, включая почвоведение [Гильманов, 1977]. В последние годы в почвоведении разрабатываются методы электронно-математического моделирования различных почвенных процессов [Ковда, 1973, с. 34]. При построении имитационных моделей сложных динамичных систем особо важная роль принадлежит отношениям между переменными, которые выражаются обыкновенными дифференциальными уравнениями или системами таких уравнений. В частности, эти уравнения широко применяются ***в моделях с сосредоточенными параметрами***, в которых ***переменные состояния изменяются во времени, но не зависят от пространственных координат*** [Гильманов, 1977, с. 39] (такие модели также принято называть «точечными» или «нульмерными» [Моисеев, 1984, с. 59]). Для краткости далее я буду использовать термин «сосредоточенные модели».

Поскольку одно и то же явление может быть представлено многими моделями, основанными на разных принципах [Галицкий и др., 1977], то и различных моделей динамики органического вещества создано к настоящему времени изрядное количество. Разумеется, в этом кратком докладе я не смогу не только подробно рассмотреть их все, но даже хотя бы упомянуть[2]. Считаю, что нужно обратить внимание, во-первых, на модели различных классов (чтобы дать представление о разных подходах) и, во-вторых, на ошибки в опубликованных моделях (дабы облегчить путь следующим поколениям — чтобы они не теряли время в тщетных попытках заставить работать неправильную модель или как-то разумно объяснить выдаваемые ею бессмысленные результаты).

Общий вид линейной сосредоточенной модели почвенной системы

Пусть u_i — содержание вещества в i-ом блоке; t — время; a_{ij} — коэффициенты, характеризующие интенсивность выноса (потерю) вещества из i-го блока в j-ый; a_{ji} — коэффициенты, характеризующие интенсивность поступления вещества из j-го в i-ый блок. Перенос вещества (или элемента) в почве может быть описан системой дифференциальных уравнений [Чертов и Прохоров, 1977]. К сожалению, общая форма математической модели Чертова-Прохорова была лишена физического смысла[3],

[1] Напомним, что для автора «современностью» была середина 80-х гг. XX-го в. — *Примечание издателей.*

[2] К тому же, многие публикации, наверное, мне пока просто не встретились, поэтому я знаю далеко не все модели.

[3] В [Чертов и Прохоров, 1977] правая часть была записана в виде: $\Sigma(a_{ji}\cdot u_j) - \Sigma(a_{ij}\cdot u_j)$. Обратим внимание на последний член (ибо ошибка — в нем!). Получается, что интенсивность выноса вещества из i-го блока в j-ый пропорциональна содержанию вещества не в том блоке,

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

поэтому я сразу запишу исправленный и дополненный вариант уравнений:

$$\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t} = b_i + \sum_{j=1}^{n}(a_{ji} \cdot u_j) - u_i \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ij}. \qquad (7)$$

где b_i — скорость поступления вещества извне (из источников, которые не могут быть отождествлены ни с одним из блоков рассматриваемой системы). Модели такого типа представляется естественным называть «блочными» или «компартментными» (от англ. «compartment model» [Hunt, 1977]).

Чертов и Прохоров [1977] рассматривают 8 блоков ($n = 8$): 1) аккумулятивные горизонты почвы, 2) элювиальные горизонты (представлены не везде), 3) иллювиально-метаморфические горизонты, 4) подстилающая порода, 5) растительность и другие организмы, 6) атмосфера, 7) человек, 8) смежные почвенные системы. При этом блоки №№ 4-8 считались «внешними» по отношению к почве, в связи с чем необходимость в каком-либо описании поступления вещества еще откуда-то «извне» отпадала и принималось $b_i = 0$. Другие исследователи, принимая общую идею модели — о переходе (по простому — линейному — закону) вещества из одних блоков в другие, рассматривают иные, иногда весьма сложные, системы блоков: см., например, [Hunt, 1977; Bolin, 1981; Emanuel et al., 1981; Van Veen and Paul, 1981; Мамихин и Тихомиров, 1984]. Но начнем мы с очень простой модели.

откуда оно выносится, а в том, в который оно поступает (и чем больше там — в j-ом блоке — вещества, тем сильнее оно будет «высасываться» из i-го блока). Именно эта абсурдная гипотеза о законе выноса вещества приводит модель Чертова-Прохорова к полному фиаско. Действительно, рассмотрим простейший пример — систему из 2 блоков. Пусть u_1 — содержание гумуса в почве, а u_2 — органическое вещество растений и других организмов. Уравнения этой «двух-блочной» модели, представленной в форме Чертова-Прохорова, таковы: $\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t = a_{11}\cdot u_1 + a_{21}\cdot u_2 - a_{11}\cdot u_1 - a_{12}\cdot u_2$, $\mathrm{d}u_2/\mathrm{d}t = a_{12}\cdot u_1 + a_{22}\cdot u_2 - a_{21}\cdot u_1 - a_{22}\cdot u_2$. Или, после приведения подобных членов: $\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t = a_{21}\cdot u_2 - a_{12}\cdot u_2$, $\mathrm{d}u_2/\mathrm{d}t = a_{12}\cdot u_1 - a_{21}\cdot u_1$. Предположим, во-первых, что растения посадили на почву, в которой гумуса практически нет, например, на чистый песок. С математической точки зрения, это будет означать, что в начальный момент времени $u_1 = 0$. И, во-вторых, организуем эксперимент так, чтобы не было поступления органического вещества из растений в гумус. Математически это будет означать, что $a_{21} = 0$. Тогда будем иметь простое уравнение для динамики содержания гумуса в почве: $\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t = -a_{12}\cdot u_2$. Поскольку какое-то (значительное!) количество органики в растениях есть, то член $a_{12}\cdot u_2 > 0$ и, следовательно, $\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t < 0$, т.е. концентрация гумуса будет падать. Но, как мы помним, в начальный момент времени $u_1 = 0$, поэтому, падая, концентрация гумуса в следующей момент времени станет... отрицательной. Бессмысленность модели Чертова-Прохорова доказана! Тут же замечу, что в исправленной модели (7) скорость падения концентрации гумуса пропорциональна самой концентрации гумуса, и раз, по условию, эта концентрация в нашем примере нулевая, то и скорость уменьшения ее тоже будет равна нулю. Ноль останется нулем! Все правильно!!!

Модель Довнара

В [Довнар, 1977] предпринята попытка количественного описания динамики гумуса в дерново-подзолистой почве (характеризующейся невысоким содержанием гумусовых веществ, сосредоточенных в пахотном горизонте) при помощи простейшей модели, учитывающей процессы накопления и распада органики.

Пусть A — поступающее в почву органическое вещество; β — коэффициент его гумификации; λ – коэффициент распада гумуса. В предлагаемой модели β и относительная скорость распада гумуса принимаются независящими от содержания гумуса в почве и количества поступающих органических остатков. Модель адаптируется к различным почвенно-климатическим условиям и качественному составу поступающего в почву органического вещества, посредством изменения величин коэффициентов λ и β, которые должны определяться экспериментально[1] [Довнар, 1977].

Итоговое уравнение, позволяющее рассчитывать содержание гумуса в почве (Г) на любой наперед заданный год, выглядит следующим образом:

$$\Gamma = \Gamma_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} + (1 - e^{-\lambda \cdot t}) \cdot A \cdot \beta/\lambda, \qquad (8)$$

где Γ_0 — исходное содержание гумуса в почве; $e \approx 2.72$ — основание натурального логарифма; t — продолжительность времени в годах [Довнар, 1977].

На первый взгляд, это уравнение не похоже на рассмотренное выше общее уравнение блоковых моделей (7). Однако, хотя автор и не пишет об этом, но совершенно очевидно, что данное уравнение не «упало с потолка», а было получено в результате решения дифференциального уравнения простой блочной модели. Действительно, построим модель типа (7) для углерода в двух блоках: в почве (где, будем считать, он входит, в основном, в состав гумуса) и в атмосфере (в основном, в составе CO_2):

$$\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t = b_1 + a_{21}\cdot u_2 - a_{12}\cdot u_1,$$
$$\mathrm{d}u_2/\mathrm{d}t = b_2 + a_{12}\cdot u_1 - a_{21}\cdot u_2,$$

здесь u_1 и u_2 — содержание углерода, соответственно, в почве (в гумусе) и в атмосфере

[1] Наибольшая аппроксимация модели к происходящим в почве процессам распада и биосинтеза гумуса достигается за промежутки времени от нескольких лет до нескольких десятков лет [Довнар, 1977].

(в CO_2); b_1 — скорость поступления в почву углерода (в составе органических веществ растительного и животного происхождения); a_{12} — коэффициент, характеризующий интенсивность выноса углерода из почвы в атмосферу (в результате разложения гумуса); поскольку нет никакого значимого процесса, обеспечивающего перенос углерода из атмосферного CO_2 в почвенный гумус, то коэффициентом a_{21}, характеризующим интенсивность такого переноса, можно пренебречь ($a_{21} = 0$). Тогда первое уравнение системы (а для описания динамики гумуса только оно-то нам и нужно) примет более простой вид:

$$du_1/dt = b_1 - a_{12} \cdot u_1.$$

Пусть k — коэффициент пересчета содержания углерода в почве на содержание в ней гумуса (т.е. $k = \Gamma/u_1$). Домножив последнее дифференциальное уравнение на k и обозначив $k \cdot b_1$ через $A \cdot \beta$, а a_{12} — через λ, получим:

$$d\Gamma/dt = A \cdot \beta - \lambda \cdot \Gamma.$$

С помощью методов аналитического интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (см., например, [Бронштейн и Семендяев, 1986, с. 307–308]) легко показать, что формула (8) как раз будет решением полученного уравнения при начальном условии $\Gamma(0) = \Gamma_0$ и постоянных значениях A, β, λ.

Понятно, что такая простая модель будет чрезвычайно грубой и вряд ли может дать что-то полезное для понимания реальных природных процессов. Поэтому рассмотрим теперь существенно более сложную модель.

7-компартментная модель цикла углерода

Схема модели [Bolin, 1981] представлена на рис. 1. Всего в модели 7 блоков (резервуаров углерода), и, следовательно, 7 переменных состояния: количество углерода, соответственно, в атмосфере (N_a), в составе короткоживущей (N_b) и долгоживущей биоты (N_w), в почве в составе гумуса (N_h) и в иных почвенных резервуарах (N_s), а также в глубоких (N_d) и в поверхностных[1] слоях океана (N_m). Какой-либо резервуар i связан с резервуаром j потоком F_{ij}. Почти все потоки имеют вид $F_{ij} = k_{ij} \cdot N_i = k_{ij} \cdot (N_{i0} + n_i) = F_{ij0} \cdot (1 + n_i/N_{i0})$, где k_{ij} — коэффициент обмена по кинетике 1-го порядка, n_i — отклонение от стационарного значения для резервуара i; подстрочным индексом «0» помечены соответствующие значения в стационарном состоянии. В своей работе автор приводит как уравнения, так и значения параметров (или хотя бы формулы, позволяющие вычислить их). В силу тривиальности этих уравнений я не буду их рассматривать, за исключением двух неочевидных моментов.

Во-первых, поток из атмосферы в короткоживущую биоту (фотосинтез) зависит не только от n_a но и от n_b:

$$F_{ab} = F_{ab0} \cdot (1 + \beta_a \cdot n_a/N_{a0} + \beta_b \cdot n_b/N_{b0}), \quad (9)$$

во-вторых, поток из океана (т.е. из его верхнего слоя) в атмосферу задается формулой $F_{ma} = k_{am} \cdot (N_{a0} + \xi \cdot N_{a0} \cdot n_m/N_{m0})$, где $\xi = 10$ [Bolin, 1981].

Среди прочего, данная модель использовалась для прогнозов цикла углерода в условиях возможного изменения климата. В частности, эмиссия CO_2 в атмосферу задавалась по экспоненциальному закону. Т.е. в обозначениях системы (7) источниковый член для уравнения атмосферного углерода задавался в виде $b_a = \gamma_0 \cdot \exp(\alpha \cdot t)$, где $\alpha = 0.03$ 1/год. Кроме того, в исходную модель были добавлены периодические изменения температуры поверхностных вод океана [Bolin, 1981]. К сожалению, данная модель не лишена бросающихся в глаза недостатков. Во-первых, поскольку фотосинтетический поток из атмосферы идет только в «короткоживущую биоту», то, очевидно, последняя представляет собой растения (или части растений, содержащие хлорофилл). Но что за бездыханная «долгоживущая биота» — что это за биота, которая не производит CO_2? Во-вторых, в реальности гумус и иной углерод почвы в результате эрозии может смываться в реки и далее выноситься в моря (океан). Но таких потоков (из «гумуса» и «почвы» в «слой перемешивания океана») в модели нет.

Однако это все — частные недостатки, которые могут быть легко ликвидированы после небольшой чисто технической доработки модели (совсем несложно добавить отсутствующие стрелочки, чуть сложнее, но тоже вполне возможно, выписать формулы для соответствующих потоков и задать — на основе литературных данных — численные значения входящих в них кинетических параметров). Но теперь, когда мы рассмотрели уже несколько компартментных моделей, становится очевидным, что ***модели такого типа имеют*** следующий ***существенный недостаток***. В реальности все процессы происходят в пространстве, и поэтому их протекание может существенно различаться в разных точках пространства. Но ***в модели понятие пространства отсутствует, т.е. как бы считается, что в каждом блоке (например, в почве) происходит мгновенное и полное перемешивание поступающего туда вещества***. Если не выходить за рамки рассма-

[1] «Слой перемешивания» (mixed layer of the ocean [Bolin, 1981]).

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

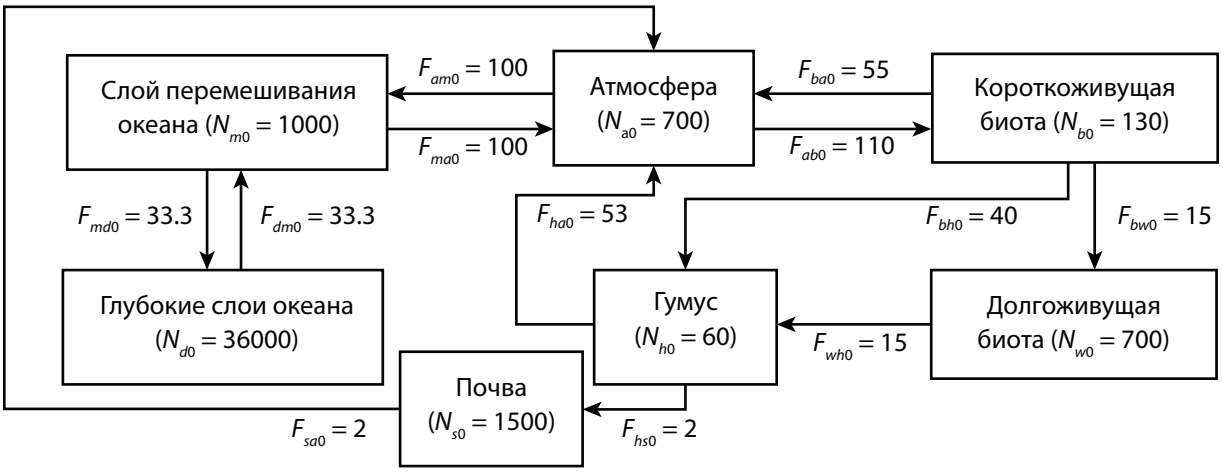


Рис. 1. Блоковая диаграмма модели цикла углерода Bolin [1981].

Объемы резервуаров углерода выражены в Гт, а потоки между ними — в Гт/год [Bolin, 1981] (1 Гт = 10^9 т). Поскольку приведены числовые значения для стационарного состояния, то и объемы резервуаров, и потоки помечены подстрочным индексом «0».

триваемого типа моделей, то отчасти решить эту проблему можно, разбивая исходный блок на несколько блоков, соответствующих разным пространственным частям исходного блока (при этом вместо одной переменной, соответствовавшей содержанию вещества в исходном блоке, появится несколько новых переменных, описывающих содержание вещества в его разных пространственных частях).

В принципе, зачатки этого подхода видны уже в только что рассмотренной модели Bolin [1981]: океан был разбит (по вертикали) на 2 блока: поверхностные и глубокие воды. Однако тут возникает новый вопрос: на сколько блоков надо разделить исходный блок для получения реалистичного описания? Полностью проблема пространственного распределения решается в рамках иного класса моделей (более реалистичных), а именно — в пространственно-распределенных моделях, описываемых уравнениями в частных производных. Такие модели я рассмотрю ниже, а сейчас коснусь одной из моделей типа (7), в которой почва была разделена на 4 слоя (подстилка + еще 3 слоя).

Подмодель разложения в модели ELM

Рассматриваемая ниже компартментная модель является частью (подмоделью) ELM — модели экосистемного уровня. Подмодель разложения была разработана для описания как динамики организмов, разрушающих сложную органику, так и динамики питательных субстратов для этих организмов. Организмы не разделяются по видам, но отдельно рассматриваются активные и неактивные организмы (различающиеся скоростями дыхания и отмирания; кроме того, лишь активные организмы могут потреблять субстраты). Субстраты в модели представлены гумусом, экскрементами, и останками живых организмов. За исключением гумуса, каждый из перечисленных субстратов подразделялся на две фракции: быстро и медленно разлагающегося материала. Доли этих фракций в каждом субстрате вычисляются в зависимости от начального содержания азота в нем. Но блоки в модели выделены не только в соответствии с количеством разных субстратов, их фракций и состоянием организмов. Также введено разделение по глубине (например, гумус в почвенном слое 0–4 см — это один блок, а гумус в слое 4–15 см — другой). Это необходимо в связи с тем, что наиболее важные управляющие факторы внешней среды (температура и влажность почвы) изменяются с глубиной [Hunt, 1977, 1978]. Все блоки подмодели разложения перечислены в табл., а общая структура потоков показана на рис. 2.

Содержание азота, потоки тепла и влаги рассчитываются другими подмоделями в рамках ELM. Также при помощи соответствующих подмоделей (продуцентов и консументов) рассчитываются «внешние» входные (в блоки подмодели разложения) потоки, т.е. b_i в ур. (7). Предсказания модели сравнивались с экспериментальными данными. При этом оказалось, что выделение CO_2 и разложение подстилки прогнозируются моделью достаточно хорошо, но активная биомасса (экспериментально оценивавшаяся по АТФ) — плохо [Hunt, 1977].

Учет влияния факторов внешней среды

Экосистемы функционируют в меняющихся условиях среды, что является одной из ос-

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

новных причин динамичности их внутренних процессов [Гильманов, 1978, с. 91]. В моделях, описывающих динамику почвенного органического вещества, общим подходом, позволяющим учесть влияние k факторов внешней среды, считается следующий. Определим множители $0 \le \phi^k \le 1$, каждый из которых зависит от одного фактора среды, причем $\phi^k = 1$ при оптимальном значении данного фактора и ϕ^k может падать до 0 в реальных (не слишком благоприятных) условиях. Совокупное действие факторов описывается посредством перемножения всех ϕ^k [Van Veen and Paul, 1981]. Рассмотрим для определенности влияние только температуры (T) и влажности (W). Тогда коэффициенты a_{ij} в (7) следует представить в виде: $a_{ij} = \phi_{ij}^{T}(T) \cdot \phi_{ij}^{W}(W) \cdot a_{ij}^{0} = \Phi_{ij} \cdot a_{ij}^{0}$, где a_{ij}^{0} — значения соответствующих коэффициентов при оптимальной температуре и влажности (т.е. при $\phi_{ij}^{T} = \phi_{ij}^{W} = 1$).

Очевидно, что раз возникает понятие об оптимальном значении фактора, то зависимость ϕ^k от значений соответствующего фактора, скорее всего, будет иметь колоколообразный вид. Выбор подходящей аналитической формулы, адекватно описывающей зависимость такого вида, будет определяться конкретными экспериментальными данными и их погрешностью. С математической точки зрения данная задача не представляет особого интереса (и вообще лежит в стороне от рассматриваемых здесь вопросов построения моделей динамики почвенной органики), поэтому затрагивать ее я не буду.

Существует и другой подход к учету влияния факторов внешней среды: берется не произведение индивидуальных множителей, а наименьший из них. Возможен и комбинированный подход. Так в модели NCSOIL сначала по кинетике 1-го порядка рассчитываются потенциально возможные скорости разложения разных типов органики в данных гидротермических условиях, и при этом $\Phi_{ij} = \min(\phi_{ij}^{T}, \phi_{ij}^{W})$. А реально достижимые («актуальные») скорости в дальнейшем вычисляются путем домножения потенциальных на фактор ϕ^N, зависящий от содержания азота (правда, в отличие от сказанного выше, последний может принимать значения вплоть до 1.1, а не до 1.0) [Molina et al., 1983].

Нелинейные модели

В общем случае, с течением времени изменяется не только состав внешних факторов среды и структура их воздействий на экосистему, но изменяются состав, свойства и внутренняя структура экосистемы; меняются и обратные воздействия экосистемы на среду. Реакции экосистемы на воздействия окружающей среды часто отличаются задержками, кумулятивными или пороговыми эффектами [Гильманов, 1978, с. 91]. Понятно, что многое из перечисленного принципиально невозможно описать в рамках рассматривавшегося выше линейного подхода (например, это относится к пороговым эффектам, а также к изменениям состава, структуры и свойств экосистемы, если эти изменения происходят не принудительно в наперед заданный момент времени, а вызываются текущим состоянием самой экосистемы — значениями переменных состояния).

Поэтому функции, определяющие эти изменения (законы поведения экосистемы), как правило нелинейны [Гильманов, 1978, с. 91]. В связи с этим, естественным этапом развития моделей динамики почвенной органики явился переход к нелинейным моделям, при том, что общая логика балансового подхода компартментных моделей осталась прежней: скорость изменения количества вещества в каждом блоке складывается из положительных потоков, обеспечивающих поступление данного вещества в блок, и отрицательных потоков, ответственных за удаление вещества из рассматриваемого блока. Но величины потоков

Таблица. Выделение блоков подмодели разложения (в модели ELM).

По веществам или организмам		По глубине			
		подстилка	0–4 см	4–15 см	15–60 см
Экскременты	Легкоразлагаемые	+	-	-	-
	Трудноразлагаемые	+	-	-	-
Иная органика	Легкоразлагаемая	+	+	+	+
	Трудноразлагаемая	+	+	+	+
	Гумус	-	+	+	+
Организмы-деструкторы	Активные	+	+	+	+
	Неактивные	+	+	+	+

***Примечание:** «+» означает, что такой блок в модели есть; «-» — такого блока нет

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

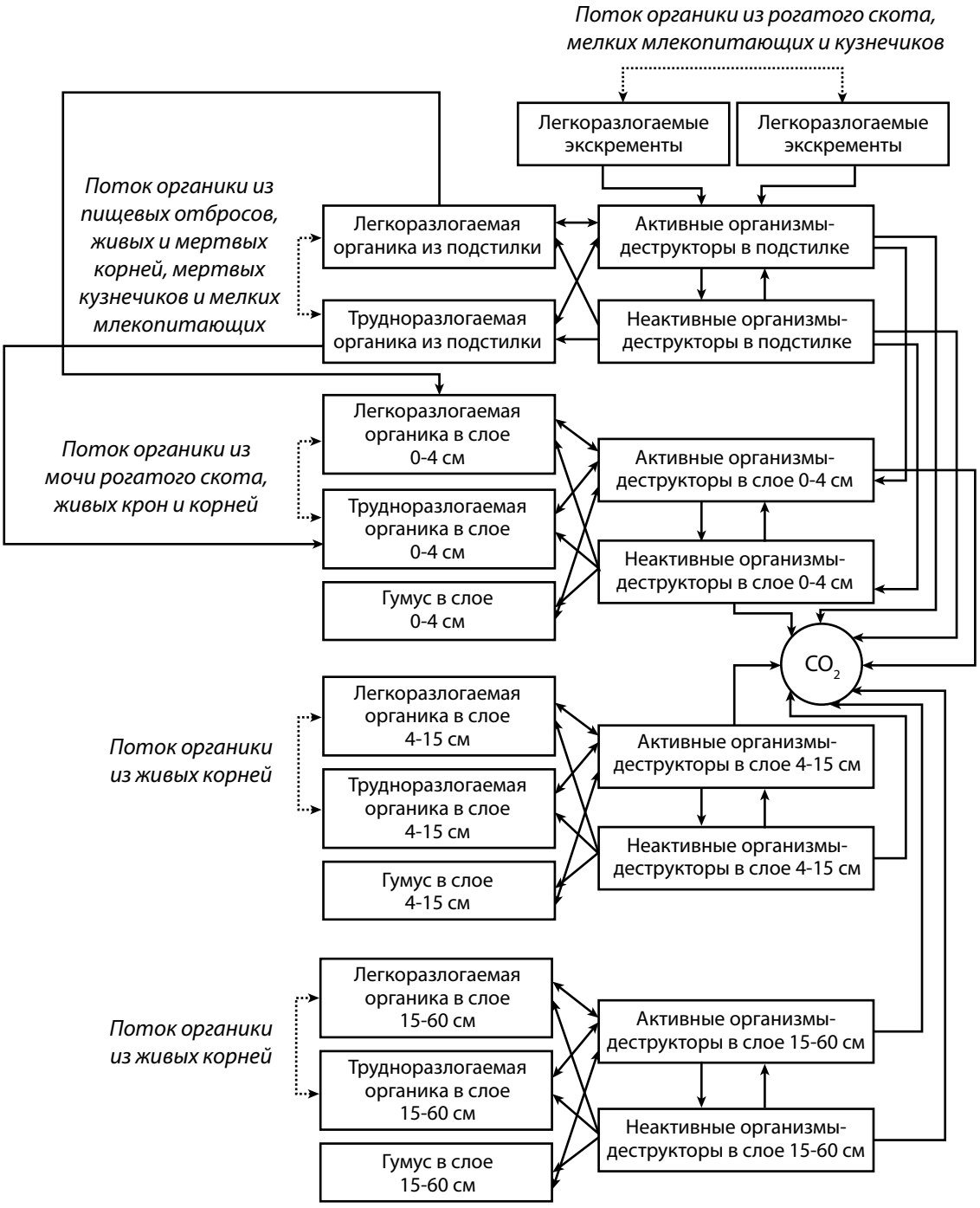


Рис. 2. Блоковая диаграмма подмодели разложения (в модели ELM).

Стрелки из блоков организмов в блоки органики отражают потоки органического вещества в результате гибели организмов. Стрелки из блоков органики подстилки в соответствующие блоки органики в слое 0-4 см отражают потоки, обусловленные механическими процессами перемещения вещества, а стрелки из лабильной органики каждого почвенного слоя в аналогичный блок нижележащего слоя отражают потоки, вызванные переносом растворенного вещества с водою [Hunt, 1977].

уже не обязательно линейны — теперь они могут зависеть от концентраций рассматриваемых веществ нелинейным образом. С математической точки зрения сказанное означает, что в нелинейных блочных моделях коэффициенты a_{ij} и a_{ji} в ур. (7) становятся функциями $u_1, u_2, \ldots, u_n$: $a_{ij} = f_{ij}(u_1, u_2, \ldots, u_n) = f_{ij}(\mathbf{u})$, $a_{ji} = f_{ji}(u_1, u_2, \ldots, u_n) = f_{ji}(\mathbf{u})$.

Вообще говоря, рассмотренная выше 7-компартментная модель цикла углерода исходно была нелинейной — поток из атмосферы в короткоживущую биоту (фотосинтез)

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

изначально выражался степенным законом: $F_{ab} = F_{ab0}\cdot(N_a/N_{a0})^{\beta_a}\cdot(N_b/N_{b0})^{\beta_b}$. Но в дальнейшем была произведена линеаризация функции $F_{ab}(N_a, N_b)$ путем ее разложение в ряд по N_a и N_b с отбрасыванием членов степени выше первой. В результате и была получена линейная формула (9), а т.к. все остальные потоки в модели исходно уже были линейными, то и вся модель стала линейной [Bolin, 1981]. Но сейчас мы рассмотрим пример действительно нелинейной модели, предложенной Бондаренко и др. [1981].

В этой модели каждая форма органического вещества (неразложившиеся остатки растений и животных предыдущих сроков поступления, а также первичные продукты их разложения; гумус; свежие корневые и пожнивные остатки и остатки зоонаселения; органические удобрения и продукты метаболизма почвенной флоры и фауны) разбивается на 3 группы: S_1 — низкомолекулярные вещества, легко ассимилируемые микроорганизмами; S_3 — высокомолекулярные соединения, непосредственно не потребляемые микробами; S_2 — продукты разложения S_3, доступные популяции микроорганизмов. Микробы разделены на две группы: x_2 — биомасса микроорганизмов, способная синтезировать гидролитический экзофермент E (для расщепления S_3 до S_2) и x_1 — подобным свойством не обладающая [Бондаренко и др., 1981].

Описанная схема совместного роста групп микроорганизмов на субстратах S_1 и S_2 с разложением S_3 математически выражена следующей системой дифференциальных уравнений:

$$dx_1/dt = (M_{11} + M_{12})\cdot x_1 - \gamma_{11}\cdot x_1^2 - \gamma_{12}\cdot x_1\cdot x_2,$$

$$dx_2/dt = (M_{21} + M_{22})\cdot x_2 - \gamma_{22}\cdot x_2^2 - \gamma_{21}\cdot x_1\cdot x_2,$$

$$dE/dt = l\cdot(M_{21} + M_{22})\cdot x_2 - k\cdot E,$$

$$dS_1/dt = -(M_{11}\cdot x_1/y_{11} + M_{21}\cdot x_2/y_{21}),$$

$$dS_2/dt = -(M_{12}\cdot x_1/y_{12} + M_{22}\cdot x_2/y_{22}) + r\cdot E\cdot S_3/(k_M + S_3),$$

$$dS_3/dt = -r\cdot E\cdot S_3/(k_M + S_3)$$

где

$$M_{11} = \frac{\mu_{11}\cdot S_1}{(k_{11}+S_1)},\ M_{12} = \frac{\mu_{12}\cdot S_2}{(k_{12}+S_2)}\cdot\frac{k_{11}}{(k_{11}+S_1)},$$

$$M_{21} = \frac{\mu_{21}\cdot S_1}{(k_{21}+S_1)},\ M_{22} = \frac{\mu_{22}\cdot S_2}{(k_{22}+S_2)}\cdot\frac{k_{21}}{(k_{21}+S_1)}.$$

Здесь μ_{ij} и k_{ij} — максимальная удельная скорость роста и константа[1] скорости роста микробов x_i на субстрате S_j; γ_{ij} — коэффициент конкуренции; l и k — константы скоростей наработки и инактивации экзофермента E; y_{ij} — коэффициент утилизации[2] микробами x_i субстрата S_j; k_M — константа Михаэлиса для реакции расщепления S_3; r — константа скорости распада фермент-субстратного комплекса [Бондаренко и др., 1981].

К сожалению, эта модель, вероятно, не сможет хорошо описать динамику гумуса (по крайней мере, на достаточно больших промежутках времени). Действительно, согласно последнему дифференциальному уравнению, высокомолекулярные соединения могут только разрушаться, но синтез гумуса в модели не предусмотрен. Впрочем, ввести его в модель не представляет никакой сложности. Более того, Бондаренко и др. [1981] приводят еще одну модель, где гумификация имеет место. Однако, поскольку их «модель с гумификацией» — линейная, то я рассматривать ее в данном разделе[3] не буду.

Конечно, существуют и другие нелинейные модели динамики почвенного органического вещества. Так, в модели Коновалова и др. [1985], также построенной на основе баланса углерода, выделены специфические и неспецифические гумусовые соединения, растительные остатки и органические удобрения. Почвенный ценоз представлен сапрофитами, сапрофагами и биофагами. Удельные скорости процессов трансформации определяются не только через осредненные параметры, но и ***нелинейно зависят от количества гумуса***. Модель позволяет распределять ресурс органических удобрений по полям, добиваясь максимальной суммарной емкости поглощения почвы. При этом обеспечивается постепенное улучшение окультуренности полей, бездефицитный баланс гумуса на каждом поле или, если это невозможно, минимальная средневзвешенная скорость падения емкости поглощения. Предусмотрено ограничение разовых доз удобрений под ряд культур [Коновалов и др., 1985].

РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ МОДЕЛИ

Во многих задачах системного моделирования переменные состояния, характеризующие свойства элементов системы-оригинала, представляют собой функции не только времени, но и других, например пространствен-

[1] В микробиологии ее принято называть «константой насыщения» [Pirt, 1975].

[2] В микробиологии его принято называть «экономическим коэффициентом» [Pirt, 1975].

[3] А поскольку она ничем существенным не отличается от уже рассмотренных выше линейных компартментных моделей, то и в других разделах мне нет смысла ее подробно описывать (заинтересованным читателям следует обратиться непосредственно к первоисточнику).

ных, координат. Такие модели называются моделями с распределенными параметрами (в противоположность моделям с сосредоточенными параметрами), а в качестве математических отношений, связывающих переменные модели, выступают дифференциальные уравнения в частных производных с соответствующими дополнительными условиями [Гильманов, 1977, с. 40–41]. Для краткости далее я буду использовать термин «***распределенные модели***». Эти модели принято классифицировать в соответствии с размерностью пространства.

Установилась определенная терминология. Трехмерными называют все те модели, в которых фазовые переменные зависят от всех пространственных координат. Соответственно определяются и понятия двумерной и одномерной моделей [Моисеев, 1984, с. 88]. Как правило, эта терминология применяется для математических моделей, описывающих процессы в ***физическом*** пространстве. Однако ниже (в разд. «Пример распределенной модели в абстрактном пространстве») мы увидим, что фазовые переменные модели могут зависеть от независимых переменных, не являющихся координатами физического пространства. В этом случае возможны не только трехмерные модели, но и модели большей размерности. Тем не менее здесь я ограничусь лишь примерами одномерных моделей (как в физическом, так и в некотором абстрактном пространстве — пространстве «качества органики»).

Общий вид распределенной (по физическому пространству) модели почвенного профиля

Гильманов [1977] исходит из возможности охарактеризовать почвенный профиль совокупностью функций $u_1(z,t)$, ..., $u_n(z,t)$, описывающих макроскопические свойства почвенной массы. С математической точки зрения эти функции должны быть определены для времени ($0 \le t \le T$) и глубины ($0 \le z \le z_N$), быть непрерывными, дифференцируемыми по времени и дважды дифференцируемыми по глубине.

Для определения функций u_i используются дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие изменения соответствующих свойств почвенного профиля по глубине и во времени. Обозначив через Q_i суммарный поток субстанции (вещества или энергии), связанной со свойством u_i, а через S_i — функцию распределения по профилю почвы суммарного источника (стока) для этой субстанции, можно записать локальное дифференциальное уравнение сохранения[1] для субстанции i в виде:

$$\partial u_i/\partial t = -\partial Q_i/\partial z + S_i \qquad (i = 1, 2, \ldots n). \quad (10)$$

Для такого уравнения формулируются начальные условия:

$$u_i(z,0) = f_i(z) \quad (11)$$

и граничные условия:

$$L_i(u_i(0,t),\ Q_i,\ \ldots) = 0,\ R_i(u_i(z_N,t),\ Q_i,\ \ldots) = 0. \quad (12)$$

Функции Q_i, S_i, L_i, R_i могут зависеть не только от t, z и u_i, но и от других переменных состояния u_j ($j \ne i$). Переменными состояния могут быть, например, влажность и температура почвы, концентрации O_2 и CO_2 в почвенном воздухе, биомассы разных групп почвенных организмов, а также, конечно, концентрации различных фракций органического вещества и других веществ [Гильманов, 1977].

Модель круговорота воды и углерода в травяных экосистемах

Гильманов [1978, с. 97–162] предложил подробную математическую модель, в которой изменение количества почвенного гумуса характеризуется уравнением

$$\partial HUM/\partial t = RFALL(z,t) + LDF(z)\cdot LITH(t) - HUMM(z,t) \quad (13)$$

с начальным условием

$$HUM(z,0) = HUM_0(z). \quad (14)$$

Здесь

$$\begin{aligned} HUMM(z,t) &= CMH(z)\cdot HUM(z,t); \\ LITH(t) &= CLH\cdot LIT(t), \\ RFALL(z,t) &= CRF(z)\cdot R(z,t), \end{aligned} \quad (15)$$

где CLH — коэффициент гумификации подстилки; CMH — функция распределения коэффициента минерализации гумуса по глубине; $CRF(z)$ — плотность распределения коэффициента опада корней по глубине; HUM (гСВ · м$^{-2}$ · см$^{-1}$) — плотность распределения почвенного органического вещества по глубине z в момент времени t; $LDF(z)$ — функция плотности распределения поступления органического вещества из подстилки, удовлетворяющая условию нормировки:

$$\int_0^{z_N} LDF(z)dz = 1, \qquad LDF(z) \ge 0;$$

[1] При этом Гильманов [1977] зачем-то делает ненужное уточнение: «в слое почвенного профиля [z, z +dz]». Совершенно ясно, что записанное уравнение действует во всем профиле [0, z_N], а не только в абстрактном бесконечно тонком слое dz.

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

LIT (гСВ/м^2) — запас органического вещества в подстилке; *LITH*(*t*) — скорость гумификации подстилки; *R* (гСВ·м$^{-2}$·см$^{-1}$) — функция плотности распределения живой подземной фитомассы по глубине почвы *z* в момент времени *t*, по определению этой функции

$$\text{масса корней в слое } [z,\ z+\Delta z] \text{ в момент времени } t = \int_{z}^{z+\Delta z} R(z,t)\mathrm{d}z;$$

RFALL(*z*, *t*) — плотность распределения отмирания (опада) корней [Гильманов, 1978, с. 104, 105, 137, 141, 145]. Как видим, Гильманов не для всех величин дает размерность, и можно подумать, что многие из них безразмерны. Это, конечно, не так. Если принять, что [t] = сут., то легко установить, что [CLH] = [CMH] = [CRF] = 1/сут.; [HUMM] = гСВ/(м^2 · см · сут.); [LDF] = 1/см; [LITH] = гСВ/(м^2 · сут.); [RFALL] = гСВ/(м^2 · см · сут.).

На первый взгляд может показаться, что уравнение (13) не соответствует общей форме (10). Сравнивая (10) и (13), видим, что в (13) нет члена $\partial Q_i/\partial z$, а вся правая часть в (13) — это член S_i в (10). Однако с математической точки зрения это лишь означает, что $\partial Q_i/\partial z = 0$, т.е. $Q_i = const$. По физическому смыслу это соответствует тому, что поток субстанции не меняется с глубиной. Причем, в данном конкретном случае можно пойти еще дальше: поскольку рассматриваемой субстанцией является гумус, а на достаточно большой глубине (в самом низу почвенного профиля), очевидно, потока гумуса практически нет, значит, раз поток должен быть постоянным, нет его и вообще во всем профиле, т.е. $Q_i = 0$. Иначе говоря, в модели Гильманова предполагается отсутствие вертикального переноса гумусовых веществ[1].

Таким образом, казалось бы, уравнение (13) должно рассматриваться не как «настоящее» уравнение в частных производных, а, фактически, как обыкновенное дифференциальное уравнение, коэффициенты которого просто являются функциями пространственной координаты (глубины). Формально это действительно так. Кстати, Гильманов [1978, с. 144-145] для единственности решения задачи снабжает уравнение (13) ***только*** начальным условием (14), как это имело бы место в случае задачи Коши для ОДУ. Это начальное условие вполне соответствует начальному условию (11) для (10). Но для (13) не ставятся какие-либо граничные условия — условия такого вида, как (12).

Однако если рассмотреть не одно лишь «гумусное» уравнение, а всю модель Гильманова [1978, с. 97-162] целиком (а она содержит 9 ***взаимосвязанных*** дифференциальных уравнений для основных переменных состояния[2], а также множество вспомогательных соотношений), то обнаружится, что в нее входят и «настоящие» уравнения в частных производных, содержащие и производную по времени, и производную по пространству. А от решений этих уравнений оказываются зависящими параметры уравнений типа (13). Приведу конкретный пример.

В (15) входила функция плотности распределения корней по глубине (*R*). Динамика *R* в свою очередь описывается уравнением

$$\partial R/\partial t = RAP(z,t) - RRESP(z,t) - RFALL(z,t) \quad (16)$$

с начальным условием

$$R(z,0) = R_0(z),$$

здесь *RAP*(*z*,*t*) — плотность распределения скорости ассимиляции корней. Для количественной характеристики функции *RAP* выдвигается следующая гипотеза: органическое вещество, поступающее на прирост корней за

[1] Согласно схеме, предложенной проф. МГУ В.В. Геммерлингом, гуминовые вещества подразделяются на грубые дисперсии (представленные гумусовыми углями), коллоидные системы (гуминовые кислоты, фульвокислоты) и молекулярные дисперсии. От размеров и конфигурации частиц гумусовых веществ зависят, в частности, такие их свойства, как растворимость и способность к миграции. Как показал А.Д. Фокин, в профиле дерново-подзолистой почвы железо активно мигрирует в форме комплексных соединений с фульвокислотами. Гуминовые кислоты, в отличие от фульвокислот, не растворимы в воде [Орлов, 1985а, с. 223, 261]. Но раз фульвокислоты растворимы (и, судя по всему, молекулярные дисперсии также растворимы), то уже нельзя говорить об отсутствии переноса гумусовых веществ.

Более того, в конце XIX в. Г. Густавсон указывал, что железо и алюминий образуют в почвах своеобразные гуматы. В настоящее время установлено, что гумусовые вещества образуют соли и комплексные соединения не только с Fe и Al, но также с Ca, Mg, Na, K и переходными металлами. Глиногумусовые комплексы групп монтмориллонита, гидрослюд, каолинита и других алюмосиликатов могут находится в почве в виде свободных коллоидных частиц [Орлов, 1985а, с. 256, 258, 263]. Таким образом, предположение о неподвижности гумуса, лежащее в основе модели Гильманова, представляется не слишком реалистичным. Вследствие этого я не буду рассматривать всю модель подробно, ибо сейчас она, по-видимому, представляет лишь исторический интерес.

[2] Кроме упомянутых выше *HUM*, *LIT* и *R* переменными состояния в модели являются: G — запас зеленой фитомассы; *GW* — запас свободной воды на поверхности зеленых органов и воды, поглощенной мертвыми частями травостоя (ветошью); *SD* — запас ветоши; *SW* — запас свободной воды на поверхности почвы; *T* — температура почвы; *W* — объемная влажность почвы [Гильманов, 1978, с. 104–105].

1 сут., распределяется по слоям почвы в соответствии с водно-тепловыми условиями роста корней, задаваемыми функциями $RWF(\eta)$ и $RTF(T)$, и пропорционально плотности корней в этих слоях:

$$RAP(z,t) = \frac{NA(t)\cdot RWF(\eta)\cdot RTF(T)\cdot R(z,t)}{\int_0^{z_N} R(z,t)\mathrm{d}z},$$

где $NA(t)$ — чистая первичная продуктивность; η — величина капиллярного напора; T — температура; $RWF(\eta)$ — водный, а $RTF(T)$ — температурный факторы прироста корней [Гильманов, 1978, с. 138, 144]. Как видим, уравнение (16) относится к тому же типу, что и (13) — в правой части опять нет производной от потока по глубине и, соответственно, не ставятся граничные условия. Но обратим внимание на то, что RTF зависит от температуры[1] почвы, а она, в свою очередь, задается уже «настоящим» уравнением в частных производных.

Температурный режим почвы описывается уравнением[2]

$$\partial T/\partial t = \partial(TCOND\cdot\partial T/\partial z)/\partial z + (Q/TCAP)\cdot\partial T/\partial z$$

с начальным условием

$$T(z,0) = T_0(z)$$

и граничными условиями

$$-\kappa_1\cdot TCOND(0)\cdot\partial T/\partial z|_{z=0} + \nu_1\cdot T(0,t) = f_1(t),$$
$$\kappa_2\cdot TCOND(z_N)\cdot\partial T/\partial z|_{z=z_N} + \nu_2\cdot T(z_N,t) = f_2(t),$$

где $TCAP$ и $TCOND$ — соответственно, теплоемкость и температуропроводность почвы,

$$Q = K(W) - D\cdot\partial W/\partial z,$$

здесь D — коэффициент капиллярной диффузивности; $K(W)$ — гидравлическая проводимость ненасыщенной почвы при влажности W; Q — скорость потока влаги в почве (положительное направление которого считается ориентированным вниз). Пространственно-временная динамика влажности почвы в модели также описывается уравнением в частных производных с начальным и граничными условиями [Гильманов, 1978, с. 117–123, 143–144].

[1] Гильманов [1978, с. 140] приводит только график этой зависимости, но не формулу.

[2] В правой части этого уравнения первый член описывает кондуктивную температуропроводность почвы, а второй отражает изменение температуры за счет гравитационного и капиллярно-диффузионного переноса влаги и тепла [Гильманов, 1978, с. 123].

Пример распределенной модели в абстрактном пространстве

В [Bosatta and Ågren, 1985] предложена теория разложения гетерогенного субстрата. Его «гетерогенность» выражена при помощи непрерывной переменной q («качества» субстрата), принимающей значения от 0 (для самых устойчивых субстратов) до 1 (для наиболее легко разлагаемых субстратов). Углерод свежей органики изначально имеет какое-то распределение по переменной q, и с течением времени это распределение будет меняться, т.е. оно как бы «плывет» вдоль координаты q (от больших значений q к меньшим, поскольку в первую очередь разложится легкодоступная органика, характеризовавшаяся большими q). Таким образом, углерод органического субстрата может рассматриваться как «жидкость» с плотностью $\rho(q, t)$, движущаяся вдоль оси q. Величину $\rho(q, t)\mathrm{d}q$ можно интерпретировать как количество углерода в органических веществах, характеризующихся «качеством» от q до $q + \mathrm{d}q$. Тогда общее количество (C) углерода во всем субстрате в момент времени t:

$$C(t) = \int_0^1 \rho(q,t)\,\mathrm{d}q.$$

Уравнение непрерывности для такой «жидкости»:

$$\partial\rho(q, t)/\partial t = \partial\Phi(q, t)/\partial q - S(q, t),$$

где $\Phi(q, t)$ — поток; $S(q, t)$ — мощность «стока», обусловленного потерями углерода при разложении (рис. 3).

Основным механизмом, обеспечивающим разложение (в особенности на его начальных стадиях), является активность микроорганизмов. Предположим, что, во-первых, органическое вещество, возвращаемое микробами в пул субстратов, имеет более низкое «качество», чем то, которое они потребили; во-вторых, потребление органики какого-либо «качества» пропорционально ее концентрации; и, в-третьих, доля углерода микробной биомассы (от всего углерода) постоянна. Этих предположений оказывается достаточно, чтобы получить следующее уравнение:

$$\partial\rho(q, t)/\partial t = \varepsilon\cdot f_C\cdot\partial[u(q)\cdot\rho(q, t)]/\partial q - [1/e(q) - 1]\cdot f_C\cdot u(q)\cdot\rho(q, t),$$

где $e(q)$ — эффективность, с которой органика «качества» q используется микробами для роста (т.е. это количество биомассы микробов, образующейся на единицу потребленного субстрата); $u(q)$ — скорость потребления субстрата микроорганизмами (с уменьшением q значения $e(q)$ и

DOI: https://doi.org/10.18822/edgcc90695

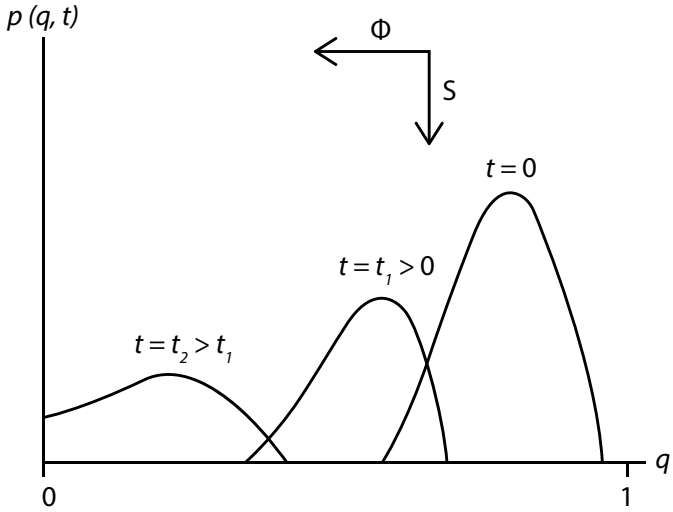


Рис. 3. Пример гипотетической динамики спектра (распределения) «качества» органического субстрата. Стрелками показаны направления действий двух «сил» (Φ и *S*), вызывающих «движение» [Bosatta and Ågren, 1985] распределения в этом абстрактном пространстве.

$u(q)$ уменьшаются); f_C — средняя концентрация углерода в микробной биомассе; ε — «масштабирующий» множитель[1] (в пределе, при ε = 0, член, ответственный за изменение «качества» органики, исчезает, и УЧП превращается в ОДУ $d\rho/dt = -[1/e-1] \cdot f_C \cdot u \cdot \rho$, описывающее динамику гомогенного — по своему «качеству» — субстрата) [Bosatta and Ågren, 1985].

Чтобы полностью поставить задачу, необходимо определить начальные и граничные условия. В [Bosatta and Ågren, 1985] приводится ряд предположений[2], которые, по утверждению авторов, для простейшего случая, включающего только органику с «качеством» q_0, приводят к относительно простому начальному условию: $\rho(q, 0) = C_0 \cdot \delta(q - q_0)$, где C_0 — начальное количество углерода, δ(·) — дельта-функция Дирака. А поскольку вещество может теряться только в результате разложения, интенсивность которого (*S*) входит в само уравнение, то потоки через границы должны быть нулевыми: $\Phi(0, t) = \Phi(1, t) = 0$.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Другие модели

К настоящему времени подавляющее большинство моделей, включающих в себя описание динамики гумуса, представлены либо сосредоточенными моделями типа ОДУ (7) (возможно, с нестационарностями и нелинейностями в ***a*** и ***b***), либо распределенными моделями типа УЧП (10). Однако существует небольшая доля моделей, использующих иной математический аппарат. В частности, выше на самом деле я рассмотрел только «половину» модели Bosatta-Ågren [1985], причем, можно сказать, меньшую половину — более простую часть модели, которая описывает динамику углерода почвенного органического вещества. Но модель эта содержит еще одно уравнение, предназначенное для описания динамики азота почвенной органики. И оно оказывается не ОДУ и не УЧП, а более сложным (***интегро-дифференциальным!) уравнением***. Не имея возможности затрагивать в этом кратком выступлении всю подобную экзотику, я хотел бы в качестве примера «не-дифференциальных» моделей относительно подробно остановиться лишь на так называемых матричных моделях.

Эти модели представляются матричным уравнением

$$F \cdot \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t+1), \qquad (17)$$

где $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{u}(t+1)$ — вектор-столбцы [Jeffers, 1978], характеризующие состояние моделируемой системы, соответственно, в момент времени t и $t+1$; F — переходная матрица («transition matrix» [Jenkinson and Rayner, 1977]). Рассмотрим в качестве простого примера систему, состоящую всего лишь из трех блоков: (1) атмосфера, (2) растения, (3) гумус. Тогда, обозначив содержание углерода в этих блоках через u_i, где i = 1, 2 или 3 (соответственно номеру блока), будем иметь векторы $\mathbf{u}(t+1) = [u_1(t+1)\ u_2(t+1)\ u_3(t+1)]^T$ и $\mathbf{u}(t) = [u_1(t)\ u_2(t)\ u_3(t)]^T$. Задав формально матрицу F ее элементами f_{ij},

[1] Пусть субстрат состоит из n фракций различного «качества», причем количество углерода в i-й фракции — C_i (i = 1 соответствует самой трудноразлагаемой фракции, а $i = n$ — фракции наилучшего «качества»). Тогда $\varepsilon = \Delta q/\Delta i$ [Bosatta and Ågren, 1985].

[2] Среди которых особое внимание обращается на следующее. Все фракции могут потребляться микробами (биомасса которых — B). Скорость продукции (P_i) при росте микроорганизмов на i-й фракции вычисляется так: $P_i = u_i' \cdot B \cdot C_i/C = u_i \cdot C_i$, где u_i' — удельная скорость роста микробов; $u_i = u_i' \cdot B/C$ [Bosatta and Ågren, 1985]. Предположение это — совершенно непонятное (и, возможно, оно ошибочно).

Действительно, при описании микробиологических процессов общепринятой формулой для скорости продукции биомассы, растущей на каком либо субстрате, является следующая: $P_i = u_i' \cdot B$ (см., например, [Pirt, 1975; Бондаренко и др., 1981; Bazin, 1981]). Зачем Bosatta and Ågren [1985] вводят сюда множитель (C_i/C)? Непонятно. Но, может быть, они вкладывают просто какой-то иной смысл в общепринятое понятие «удельная скорость роста»?

выполним умножение[1] $F \cdot \mathbf{u}(t)$:

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} \cdot u_1(t) + f_{12} \cdot u_2(t) + f_{13} \cdot u_3(t) \\ f_{21} \cdot u_1(t) + f_{22} \cdot u_2(t) + f_{23} \cdot u_3(t) \\ f_{31} \cdot u_1(t) + f_{32} \cdot u_2(t) + f_{33} \cdot u_3(t) \end{bmatrix},$$

откуда становится очевидным, что

$$u_i(t+1) = f_{i1} \cdot u_1(t) + f_{i2} \cdot u_2(t) + f_{i3} \cdot u_3(t). \quad (18)$$

Легко заметить, что полученное выражение очень похоже на правую часть ур. (7). Запишем систему (7) для нашего частного случая 3-компартментной модели:

$$\mathrm{d}u_1/\mathrm{d}t = b_1 + a_{11} \cdot u_1 + a_{21} \cdot u_2 + a_{31} \cdot u_3 - a_{11} \cdot u_1 - a_{12} \cdot u_1 - a_{13} \cdot u_1 = (b_1/u_1 - a_{12} - a_{13}) \cdot u_1 + a_{21} \cdot u_2 + a_{31} \cdot u_3,$$

$$\mathrm{d}u_2/\mathrm{d}t = b_2 + a_{12} \cdot u_1 + a_{22} \cdot u_2 + a_{32} \cdot u_3 - a_{21} \cdot u_2 - a_{22} \cdot u_2 - a_{23} \cdot u_2 = a_{12} \cdot u_1 + (b_2/u_2 - a_{21} - a_{23}) \cdot u_2 + a_{32} \cdot u_3,$$

$$\mathrm{d}u_3/\mathrm{d}t = b_3 + a_{13} \cdot u_1 + a_{23} \cdot u_2 + a_{33} \cdot u_3 - a_{31} \cdot u_3 - a_{32} \cdot u_3 - a_{33} \cdot u_3 = a_{13} \cdot u_1 + a_{23} \cdot u_2 + (b_3/u_3 - a_{31} - a_{32}) \cdot u_3.$$

Проинтегрируем эти уравнения простейшим численным методом Эйлера на одном шаге по времени от t до $t + \Delta t$:

$$u_1(t + \Delta t) = u_1(t) + (b_1/u_1 - a_{12} - a_{13}) \cdot \Delta t \cdot u_1 + a_{21} \cdot \Delta t \cdot u_2 + a_{31} \cdot \Delta t \cdot u_3,$$

$$u_2(t + \Delta t) = a_{12} \cdot \Delta t \cdot u_1 + u_2(t) + (b_2/u_2 - a_{21} - a_{23}) \cdot \Delta t \cdot u_2 + a_{32} \cdot \Delta t \cdot u_3,$$

$$u_3(t+\Delta t) = a_{13} \cdot \Delta t \cdot u_1 + a_{23} \cdot \Delta t \cdot u_2 + u_3(t) + (b_3/u_3 - a_{31} - a_{32}) \cdot \Delta t \cdot u_3.$$

Сравнивая (18) и эти уравнения, полученные, напомню, путем численного решения (методом Эйлера) системы (7), замечаем, что если элементы переходной матрицы сформированы по простому правилу

$$f_{ij} = \begin{cases} a_{ji} & \text{при } j \neq i \\ 1 + b_i / u_i + a_{ii} - \sum_{k=1}^{n} a_{ik} & \text{при } j = i, \end{cases}$$

то матричная модель (17) может быть интерпретирована как результат численной аппроксимации по методу Эйлера (при $\Delta t = 1$) линейной сосредоточенной системы (7). Пример реальной матричной модели для 5-компартментной системы (разлагаемый растительный материал; растительные останки, устойчивые к разложению, почвенная биомасса; физически стабилизированное и химически стабилизированное органическое вещество) можно найти в [Jenkinson and Rayner, 1977].

Динамика гумуса в глобальных моделях биосферы

В последнее время в научной литературе все большее внимание уделяется вопросам дезорганизации среды вследствие технического прогресса и влияния человека на биосферу в целом [Моисеев и др., 1979]. Чрезвычайно актуальная задача — учет возможных последствий всей совокупности взаимодействия природы и общества и выбор приемлемых путей коэволюции человека и биосферы — может решаться только с помощью математических методов анализа сложных динамических систем и, более того, требует совершенствования самих этих методов, разработки и применения нетрадиционных подходов [Моисеев и др., 1980].

К настоящему времени основным результатом этих работ явилось создание советскими учеными глобальной[2] модели биосферы, среди уравнений которой важную роль играет уравнение динамики гумуса. Эта модель подробно описана в [Моисеев и др., 1979; 1980; Крапивин и др., 1982], причем в первых двух работах приведены тексты программ (на языке ФОРТРАН-IV), позволяющие любому желающему воспроизвести модель и поставить интересующие его вычислительные эксперименты. Однако упомянутая модель — не единственная.

Первой глобальной моделью была модель круговорота веществ, предложенная В.А. Костицыным [Моисеев, 1984, с. 59], которой я кратко коснулся выше в разд. «Пионеры...» и там же объяснил почему подробно рассматривать ее не буду. Также представленная выше (в разд. «7-компартментная...») модель цикла углерода Bolin [1981] тоже, конечно, является глобальной, так как описывает динамику количества углерода ***во всей атмосфере*** Земли, ***во всей биоте*** нашей планеты, ***во всей почве и во всем океане***. Примерно аналогичными по сложности являются глобальные модели биогеохимических циклов, описанные в

[1] Произведение $F \cdot U$ сцепленных матриц F (размера $m \times n$) и U ($r \times s$) есть матрица C (размера $m \times s$), где элемент, стоящий в i-ой строке и k-ом столбце, получается в виде скалярного произведения i-ой вектор-строки матрицы F на k-ый вектор-столбец матрицы U (матрицы F и U называются *сцепленными*, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй) [Бронштейн и Семендяев, 1986, с. 160].

[2] Поскольку, согласно [Моисеев, 1984, с. 54], «глобальными» теперь принято называть любые проблемы, относящиеся к планете в целом, то под «глобальной моделью» будем понимать математическую модель, переменные которой относятся именно к планете в целом, например, если в модель входит такая переменная, как «содержание гумуса», то это либо среднее содержание в почвах всей Земли, либо суммарное количество гумуса на нашей планете.

[Моисеев и др., 1985, с. 153-170], содержащие от 4 до 8 ОДУ и среди них — уравнения для гумуса (отдельные уравнения для травяных и лесных экосистем или отдельно для углерода и азота гумуса).

Вообще же 8-компартментные модели в настоящее время довольно популярны (вероятно, они позволяют соблюсти некоторый разумный баланс между простотой модели и точностью описания реальной системы). В частности, недавно акад. Моисеев [1984, с. 76] предпринял попытку исправить модель Костицына, в результате чего появилась еще одна глобальная модель — 8-компартментная (CO_2 атмосферы и отдельно — океана; растения суши; растения океана; аналогично — животные суши и океана, а также земная кора, включая почву; и, наконец, органическое вещество в океане). На первый взгляд эта попытка может показаться успешной, поскольку ур. (1) приобрело теперь более разумный вид: $ds/dt = \alpha_{35} \cdot u + \alpha_{45} \cdot v - \alpha_{67} \cdot s$, т.е. появился отрицательный член, который... Вы, вероятно, подумали «описывает разложение гумуса в процессе почвенного дыхания» — то, чего не было в модели Костицына и отсутствие чего делало ее довольно-таки бессмысленной? Увы. Моисеев [1984, с. 76] разбивает эту надежду: «...α_{67} характеризует снос органических остатков в океан, прежде всего, за счет водной эрозии...». И, соответственно, член $+\alpha_{67} \cdot s$ появляется только в уравнении для углерода океана, но не атмосферы. Так что и модифицированная модель Костицына-Моисеева не учитывает важнейший процесс, пополняющий пул CO_2 атмосферы, а потому и на ее подробное рассмотрение тратить время не будем.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает благодарность выдающемуся советскому ученому В.В. Зеленеву, не только убедившего его в полезности и даже необходимости подготовки данного доклада, но и снабдившего англоязычной литературой по этой теме. В высшей степени полезное обсуждение материалов доклада имело место с талантливым почвоведом О.И. Минько. Критические замечания микробиолога Н.С. Паникова также, вероятно, достойны благодарности.

ПРИЛОЖЕНИЕ: ОБ ОДНОЙ ОШИБОЧНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ТИПОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Согласно [Галицкий и др., 1977], «*математическое* моделирование объединяет широкий спектр методов исследования с применением *математического* аппарата», т.е. классификация осуществляется на основе используемого аппарата. Поэтому вполне естественным выглядит то, что наряду с МаМ авторы рассматривают «***физическое моделирование***: специальные лабораторные и полевые опыты...»; «***концептуальное (понятийное) моделирование***... схемы, диаграммы,... графические представления, последовательности символов типа профильных и процессных кодов...»; «информационное моделирование — создание информационно-поисковых систем...». А вот «***программное моделирование*** заключается в имитации представлений о состоянии почвы и процессах в ней в форме программы или пакетов программ для ЭВМ». Но ведь любое «исследование с применением математического аппарата» (т.е. МаМ — см. авторское определение выше), которое можно осуществить при помощи карандаша и бумаги, можно выполнить и на ЭВМ. Причем упоминание Галицким и др. [1977] «программы или пакетов программ для ЭВМ» позволяет сделать вывод, что под ЭВМ они понимают лишь электронно-цифровые вычислительные машины (ЭЦВМ).

Итак, независимо от того, будем ли мы реализовывать математические методы на бумаге или при помощи вычислительной машины, в обоих случаях используется математический аппарат, (например, уравнение диффузии газа в почве). Таким образом, очевидно, что программное моделирование — это не отдельный (наряду с математическим) тип моделирования, а подтип математического моделирования, выделяемый на основе способа реализации математических вычислений — на ЭЦВМ. Но почему я говорю только «для ЭЦВМ», а не вообще «для ЭВМ»?

Потому что ЭВМ могут быть не только цифровыми, но и аналоговыми, но для аналоговых ЭВМ программы не пишутся, способ решения математических задач на них — совершенно другой [Лукнер и Шестаков, 1976, с. 141–143]. Строго говоря, под моделирующими устройствами понимаются материальные системы, реализующие математические модели для получения решений[1] рассматриваемых задач. По принципу

[1] Вообще говоря, Лукнер и Шестаков [1976, с. 106], давая это определение «моделирующих устройств», пишут не просто «решений», а «численных решений». Очевидно, что они ошибаются. Что же, если вычислительная машина реализует какую-то простенькую математическую модель, для которой она сможет найти аналитическое (а не численное!) решение, то такая машина, не будет моделирующим устройством? Почему!? А вот если потом ее запрограммируют на получение именно численного решения, то она мистическим образом тут же превратится

своего действия они разделяются на следующие виды: 1) аналоговые моделирующие устройства (АМУ); 2) аналоговые вычислительные машины; 3) ЭЦВМ; 4) гибридные вычислительные машины или аналогоцифровые вычислительные комплексы (составляются из электрических АМУ, управление которыми осуществляется ЭЦВМ). Аналоговое устройство реализует на модели математически подобные физические поля (наибольшее распространение имеют электрические АМУ, основанные на электрогидродинамической аналогии, но определенное значение сохранили гидравлические устройства, хотя их использование связано с существенными технологическими и методическими сложностями) [Лукнер и Шестаков, 1976, с. 106]. В любом случае, фактически, при аналоговом моделировании мы опять же «решаем» математические уравнения или вообще осуществляем какие-то математические действия (интегрирование, дифференцирование и др.), но не в виде знаков на бумаге и не в виде программы на каком-либо машинном языке, а в виде, например, электрической схемы (если речь идет об электрической АМУ).

[1]ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко Н.Ф., Журавлев О.С., Швытов И.А. 1981. Моделирование трансформаций органических веществ в почвах // Моделирование биогеоценотических процессов / Под ред. В.В. Галицкого. М.: Наука. С. 136-141. [Bondarenko N.F., Zhuravlev O.S., Shvytov I.A. 1981. Modelirovanie transformatsii organicheskikh veshchestv v pochvakh // Modelirovanie biogeotsenoticheskikh protsessov / Ed. V.V. Galitskogo. Moscow: Nauka. P. 136–141. (In Russian)]
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. 1986. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука. С. 544. [Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. 1986. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov. Moscow: Nauka. P. 544. (In Russian)]
3. Воронцов-Вельяминов Б.А. 1985. Лаплас. М.: Наука. С. 288. [Vorontsov-Vel'yaminov B.A. 1985. Laplas. Moscow: Nauka. P. 288. (In Russian)]
4. Галицкий В.В., Дмитриев Е.А., Карпачевский Л.О., Каурichев И.С., Рожков В.А. 1977. Моделирование в почвенных исследованиях // Тезисы докладов V делегатского съезда Всесоюзного общества почвоведов (11-15 июля 1977 г., г. Минск). Вып. VIII. Минск: Белорусский НИИ почвоведения и агрохимии. С. 96–98. [Galitskii V.V., Dmitriev E.A., Karpachevskii L.O., Kaurichev I.S., Rozhkov V.A. 1977. Modelirovanie v pochvennykh issledovaniyakh // Tezisy dokladov V delegatskogo s"ezda Vsesoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., g. Minsk). Issue VIII. Minsk: Belorusskii NII pochvovedeniya i agrokhimii. P. 96–98. (In Russian)]
5. Гильманов Т.Г. 1977. Проблемы моделирования почвы при построении комплексных имитационных моделей экосистемы // Тезисы докладов V делегатского съезда Всесоюзного общества почвоведов (11-15 июля 1977 г., г. Минск). Вып. VIII. Минск: Белорусский НИИ почвоведения и агрохимии. С. 111-113. [Gil'manov T.G. 1977. Problemy modelirovaniya pochvy pri postroenii kompleksnykh imitatsionnykh modelei ekosistemy // Tezisy dokladov V delegatskogo s"ezda Vsesoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., g. Minsk). Issue VIII. Minsk: Belorusskii NII pochvovedeniya i agrokhimii. P. 111–113. (In Russian)]
6. Гильманов Т.Г. 1978. Математическое моделирование биогеохимических циклов в травяных экосистемах. М.: Изд-во МГУ. С. 169. [Gil'manov T.G. 1978. Matematicheskoe modelirovanie biogeokhimicheskikh tsiklov v travyanykh ekosistemakh. Moscow: Publishing house MSU. P. 169. (In Russian)]
7. Гончар-Зайкин П.П., Дынкин Л.Д., Дынкин С.Д., Журавлев О.С. 1981. Модель газообмена в системе «микроорганизмы-почва-атмосфера» // Моделирование биогеоценотических процессов / Под ред. В.В. Галицкого. М.: Наука. С. 142–148. [Gonchar-Zaikin P.P., Dynkin L.D., Dynkin S.D., Zhuravlev O.S. 1981. Model' gazoobmena v sisteme «mikroorganizmy-pochva-atmosfera» // Modelirovanie biogeotsenoticheskikh protsessov / Ed. V.V. Galitskogo. Moscow: Nauka. P. 142–148. (In Russian)]
8. Гутер Р.С., Резниковский П.Т. 1971. Программирование и вычислительная математика. М.: Наука. Вып. 2. Вычислительная математика. Программная реализация вычислительных методов. С. 264. [Guter R.S., Reznikovskii P.T. 1971. Programmirovanie i vychislitel'naya matematika. Moscow: Nauka. Issue 2. Vychislitel'naya matematika. Programmnaya realizatsiya vychislitel'nykh metodov. P. 264. (In Russian)]
9. Довнар В.С. 1977. К вопросу построения математической модели динамики гумуса в дерново-подзолистых почвах // Тезисы докладов V делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (11-15 июля 1977 г., Минск). Вып. V. Минск: Белорусский НИИ почвоведения и агрохимии. С. 245–246. [Dovnar V.S. 1977. K voprosu postroeniya matematicheskoi modeli dinamiki gumusa v dernovo-podzolistykh pochvakh // Tezisy dokladov V delegatskogo s"ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., Minsk). Issue V. Minsk: Belorusskii NII pochvovedeniya i agrokhimii. P. 245–246. (In Russian)]
10. Ковда В.А. 1973. Основы учения о почвах. Общая теория почвообразовательного процесса. Кн. первая. М.: Наука. С. 33–34. [Kovda V.A. 1973. The principles of pedology.

в моделирующее устройство? Что за чепуха!? Но, может быть, ЭЦВМ не умеют искать аналитические решения? Это зависит не от машины, а от реализованного на ней языка программирования. К счастью, поскольку многие из присутствующих в этом зале работали на нашей факультетской ЭЦВМ МИР-2, которая (на языке Аналитик) легко осуществляет аналитические преобразования, то мне нет смысла лишний раз доказывать эту очевидную истину.

[1] Мы дополнили авторский список литературы публикацией [Орлов и др., 1987]. — Примечание издателей.

General theory of soil formation. First book. Moscow: Publishing house "Nauka". P. 33–34. (In Russian)]

11. Коновалов Н.Ю., Гончар-Зайкин П.П., Журавлев О.С. 1985. Моделирование гумусового режима полей с учетом агроэкологических взаимодействий // Тезисы докладов VII делегатского съезда Всесоюзного общества почвоведов (9-13 сентября 1985 г., г. Ташкент). Часть 1. Ташкент: Институт почвоведения и агрохимии АН УзССР. С. 126. [Konovalov N.Yu., Gonchar-Zaikin P.P., Zhuravlev O.S. 1985. Modelirovanie gumusovogo rezhima polei s uchetom agroekologicheskikh vzaimodeistvii // Tezisy dokladov VII delegatskogo s"ezda Vsesoyuznogo obshchestva pochvovedov (9-13 sentyabrya 1985 g., g. Tashkent). Chast' 1. Tashkent: Institut pochvovedeniya i agrokhimii AN UzSSR. P. 126. (In Russian)]
12. Крапивин В.Ф., Свирижев Ю.М., Тарко А.М. 1982. Математическое моделирование глобальных биосферных процессов. М.: Наука. 272 с. [Krapivin V.F., Svirizhev Yu.M., Tarko A.M. 1982. Matematicheskoe modelirovanie global'nykh biosfernykh protsessov. Moscow: Nauka. 272 p. (In Russian)]
13. Крупеников И.А. 1981. История почвоведения (от времени его зарождения до наших дней). М.: Наука. [Krupenikov I.A. 1981. Istoriya pochvovedeniya (ot vremeni ego zarozhdeniya do nashikh dnei). Moscow: Nauka. (In Russian)]
14. Куртенер Д.А., Чудновский А.Ф. 1979. Агрометеорологические основы тепловой мелиорации почв. Л.: Гидрометеоиздат. [Kurtener D.A., Chudnovskii A.F. 1979. Agrometeorologicheskie osnovy teplovoi melioratsii pochv. Leningrad: Gidrometeoizdat. (In Russian)]
15. Лукнер Л., Шестаков В.М. 1976. Моделирование геофильтрации. М.: Недра. С. 407 [Lukner L., Shestakov V.M. 1976. Modelirovanie geofil'tratsii. Moscow: Nedra. P. 407 (In Russian)]
16. Мамихин С.В., Тихомиров Ф.А. 1984. Математическое моделирование многолетней динамики органического углерода в черноземе типичном агроценоза // Почвоведение. № 8. С. 98–102. [Mamikhin S.V., Tikhomirov F.A. 1984. Mathematical modelling of organic carbon long-term dynamics in typical chernozem of agrocoenoses // Pochvovedenie. N. 8. P. 98–102. (In Russian)]
17. Мироненко Е.В., Пачепский Я.А. 1980. Водная миграция ионов и химических соединений в почвах. Линейные модели. Материалы по математическому обеспечению ЭВМ. Пущино. [Mironenko E.V., Pachepskii Ya.A. 1980. Vodnaya migratsiya ionov i khimicheskikh soedinenii v pochvakh. Lineinye modeli. Materialy po matematicheskomu obespecheniyu EVM. Pushchino. (In Russian)]
18. Моисеев Н.Н. 1984. Предисловие редактора. Комментарии к «Эволюции атмосферы» В.А. Костицына // Костицын В.А. Эволюция атмосферы, биосферы и климата. М.: Наука. С. 4–7, 46–96. [Moiseev N.N. 1984. Predislovie redaktora. Kommentarii k «Evolyutsii atmosfery» V.A. Kostitsyna // Kostitsyn V.A. Evolyutsiya atmosfery, biosfery i klimata. Moscow: Nauka. P. 4–7, 46–96. (In Russian)]
19. Моисеев Н.Н., Александров В.В., Тарко А.М. 1985. Человек и биосфера. М.: Наука. С. 272 [Moiseev N.N., Aleksandrov V.V., Tarko A.M. 1985. Chelovek i biosfera. Moscow: Nauka. P. 272. (In Russian)]
20. Моисеев Н.Н., Крапивин В.Ф., Свирежев Ю.М., Тарко А.М. 1980. Системный анализ динамических процессов биосферы // Человек и биосфера. Вып. 4 / Под ред. В.Д. Федорова. М.: Изд-во МГУ. С. 228–267. [Moiseev N.N., Krapivin V.F., Svirezhev Yu.M., Tarko A.M. 1980. Sistemnyi analiz dinamicheskikh protsessov biosfery // Chelovek i biosfera. Vyp. 4 / Pod red. V.D. Fedorova. Moscow: Izd-vo MGU. P. 228–267. (In Russian)]
21. Моисеев Н.Н., Свирежев Ю.М., Крапивин В.Ф., Тарко А.М., Айвазян М.П. 1979. Реализация на ЭВМ глобальной модели биосферы // Вопросы математического моделирования / Под ред. В.Ф. Крапивина. М.: ИРЭ АН СССР. С. 333–369. [Moiseev N.N., Svirezhev Yu.M., Krapivin V.F., Tarko A.M., Aivazyan M.P. 1979. Realizatsiya na EVM global'noi modeli biosfery // Voprosy matematicheskogo modelirovaniya / Pod red. V.F. Krapivina. Moscow: IRE AN SSSR. P. 333–369. (In Russian)]
22. Орлов Д.С. 1985. Вклад Павла Андреевича Костычева в развитие химии почв (К 140-летию со дня рождения и 90-летию со дня смерти) // Почвоведение. № 9. С. 84–90. [Orlov D.S. 1985. Prof. Dr. P.A. Kostychev's contribution into the development of the soil chemistry (to the 140th birthday and 90 years after his death) // Pochvovedenie. No. 9. P. 84–90. (In Russian)]
23. Орлов Д.С. 1985а. Химия почв. М.: Изд-во МГУ. С. 376. [Orlov D.S. 1985a. Khimiya pochv. Moscow: Publishing house MSU. P. 376. (In Russian)]
24. Орлов Д.С., Минько О.И., Аммосова Я.М., Каспаров С.В., Глаголев М.В. 1987. Методы исследования газовой функции почвы // Современные физические и химические методы исследования почв. М.: Изд-во МГУ. С. 118-156. [Orlov D.S., Min'ko O.I., Ammosova Ya.M., Kasparov S.V., Glagolev M.V. 1987. Metody issledovaniya gazovoi funktsii pochvy // Sovremennye fizicheskie i khimicheskie metody issledovaniya pochv. Moscow: Publishing house MSU. P. 118-156. (In Russian)]
25. Павлова Н.Н., Борисов Г.А., Синькевич Е.И. 1977. Применение функции урожайности для определения оптимальных доз удобрений // Тезисы докладов V делегатского съезда Всеоюзного общества почвоведов (11-15 июля 1977 г., Минск). Вып. V. Минск: Белорусский НИИ почвоведения и агрохимии. С. 188–189. [Pavlova N.N., Borisov G.A., Sin'kevich E.I. 1977. Primenenie funktsii urozhainosti dlya opredeleniya optimal'nykh doz udobrenii // Tezisy dokladov V delegatskogo s»ezda Vseoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., Minsk). Issue V. Minsk: Belorusskii NII pochvovedeniya i agrokhimii. P. 188-189. (In Russian)]
26. Свирежев Ю.М. 1981. Предисловие // Математические модели в экологии и генетике. М.: Наука. С. 3. [Svirezhev Yu.M. 1981. Predislovie // Matematicheskie modeli v ekologii i genetike. Moscow: Nauka. P. 3 (In Russian)]
27. Чертов О.Г., Прохоров В.М. 1977. Построение общей модели почвенной системы // Тезисы докладов V делегатского съезда Всесоюзного общества почвоведов

(11-15 июля 1977 г., г. Минск). Вып. VIII. Минск: Белорусский НИИ почвоведения и агрохимии. С. 117–118. [Chertov O.G., Prokhorov V.M. 1977. Postroenie obshchei modeli pochvennoi sistemy // Tezisy dokladov V delegatskogo s»ezda Vsesoyuznogo obshchestva pochvovedov (11-15 iyulya 1977 g., g. Minsk). Issue VIII. Minsk: Belorusskii NII pochvovedeniya i agrokhimii. P. 117–118. (In Russian)]

28. Bazin M.J. 1981. Mixed Culture Kinetics // Bushell M.E., Slater J.H. (eds). Mixed Culture Fermetations. London *etc*.: Academic Press. P. 25–51.
29. Bolin B. 1981. Steady State and Response Characteristics of a Simple Model of the Carbon Cycle // SCOPE 16: Carbon Cycle Modelling / Bolin B. (Ed.). Chichester etc.: JOHN WILEY & SONS. P. 315–334.
30. Bosatta E., Egren G.I. 1985. Theoretical analysis of decomposition of heterogeneous substrates // Soil Biol. Biochem. Vol. 17. No. 5. P. 601–610.
31. Emanuel W.R., Killough G.E.G., Olson J.S. 1981. Modelling the Circulation of Carbon in the World's Terrestrial Ecosystems // SCOPE 16: Carbon Cycle Modelling / Bolin B. (Ed.). Chichester etc.: JOHN WILEY & SONS. P. 335–353.
32. Hamming R.W. 1962. Numerical Methods for Scientists and Engineers. New York: McGraw-Hill.
33. Hunt H.W. 1977. A Simulation Model for Decomposition in Grassland // Ecology. Vol. 58. P. 469–484.
34. Hunt H.W. 1978. A Simulation Model for Decomposition in Grassland // Grassland simulation model. New York Inc.: Springer-Verlag. P. 155–183.
35. Jeffers J.N.R. 1978. An Introduction to Systems Analysis: with ecological applications. London: Edward Arnold.
36. Jenkinson D.S., Rayner J.H. 1977. The turnover of soil organic matter in some of the Rothamsted classical experiments // Soil Science. Vol. 123. No. 5. P. 298–305.
37. Kostitzin V.A. 1935. Evolution de l'atmosphиre. Paris: Hermann.
38. Molina J.A.E., Clapp C.E., Shaffer M.J., Chichester F.W., Larson W.E. 1983. NCSOIL, a model of nitrogen and carbon transformations in soil: description, calibration, and behavior // Soil Sci. Soc. Am. J. Vol. 47. P. 85–91.
39. Pirt S.J. 1975. Principles of Microbe and Cell Cultivation. Oxford etc.: Blackwell Scientific Publications.
40. Van Veen J.A., Paul E.A. 1981. Organic carbon dynamics in grassland soils. 1. Background information and computer simulation // Can. J. Soil Sci. Vol. 61. P. 185–201.
41. Wiener N. 1958. My Connection with Cybernetics, Its Origins and Its Future // Cybernetica (Namur). Vol. 1. No 1. P. 1–14.

Received: 05.11.2021
Revised: 01.12.2021
Accepted: 24.12.2021